МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ГРОЗНЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА М.Д.МИЛЛИОНЩИКОВА»

ВЫСШАЯ И ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

УТВЕРЖДЕН

на заседании кафедры
« 02 » 09 » 20 22 г., протокол №__
Заведующий кафедрой

____________________ А. М. Гачаев
(подпись)

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

МАТЕМАТИКА

Направление подготовки

38.03.04 Государственное и муниципальное управление

Направленность (профиль)

«Государственная и муниципальная служба»

Квалификация

бакалавр

Составитель ____________________ М. А. Магомаева

Грозный - 2022

ПАСПОРТ

ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

МАТЕМАТИКА

(наименование дисциплины)

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1.	Линейная алгебра	УК-1,УК-1.1,УК-1.3, ОПК-2,ОПК-2.2	*1-ая рубежная аттестация*
2.	Элементы векторной алгебры	УК-1,УК-1.1,УК-1.3, ОПК-2,ОПК-2.2	*Контрольная работа*
3.	Аналитическая геометрия	УК-1,УК-1.1,УК-1.3, ОПК-2,ОПК-2.2	*2-ая рубежная аттестация*
4.	Теория пределов	УК-1,УК-1.1,УК-1.3, ОПК-2,ОПК-2.2	*Контрольная работа*
5.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	УК-1,УК-1.1,УК-1.3, ОПК-2,ОПК-2.2	*1-ая рубежная аттестация*
6.	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	УК-1,УК-1.1,УК-1.3, ОПК-2,ОПК-2.2	*Контрольная работа*
7.	Интегральное исчисление функции одной переменной	УК-1,УК-1.1,УК-1.3, ОПК-2,ОПК-2.2	*2-ая рубежная аттестация*
8.	Дифференциальные уравнения первого порядка	УК-1,УК-1.1,УК-1.3, ОПК-2,ОПК-2.2	*1-ая рубежная аттестация*
9.	Дифференциальные уравнения второго порядка	УК-1,УК-1.1,УК-1.3, ОПК-2,ОПК-2.2	*2-ая рубежная аттестация*
10.	Основы теории вероятностей и математической статистики	УК-1,УК-1.1,УК-1.3, ОПК-2,ОПК-2.2	*Контрольная работа*

ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
1	*Рубежная аттестация*	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины.	Комплект контрольных заданий по вариантам
2	*Контрольная работа*	Текущий контроль. Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу учебной дисциплины.	Комплект контрольных заданий по вариантам
3	*Экзамен*	Средство проверки знаний, умений, владений, приобретенных обучающимся в течение семестра.	Комплект экзаменационных билетов

ПЕРВЫЙ СЕМЕСТР

Варианты заданий для первой рубежной аттестации на тему «Системы линейных уравнений»

Решить системы уравнений: 1) методами Крамера и матричным; 2) методом Гаусса

Вариант 1

1) $\begin{cases} 2x_1+4x_2-x_3=6, \\ x_1+5x_2+7x_3=5, \\ 4x_1+6x_2+x_3=10; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1-x_2+4x_3+3x_4=0, \\ 3x_1-2x_2+x_3+2x_4=1, \\ 2x_1-x_2-x_3-x_4=1. \end{cases}$

Вариант 2

1) $\begin{cases} 5x_1+8x_2-x_3=13, \\ x_1+2x_2+3x_3=-7, \\ 2x_1-3x_2+2x_3=-2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1+x_2-3x_3-x_4=1, \\ 4x_1+5x_2-2x_3-x_4=3, \\ 3x_1+4x_2+x_3+3x_4=2. \end{cases}$

Вариант 3

1) 51 2) $\begin{cases} x_1-x_2+3x_3+4x_4=0, \\ 4x_1-3x_2+x_3+2x_4=1, \\ 3x_1-2x_2-2x_3-2x_4=1. \end{cases}$

Вариант 4

1) $\begin{cases} x_1+3x_2-x_3=22, \\ 2x_1-x_2+3x_3=2, \\ x_1+x_2-x_3=10; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1+3x_2+x_3+x_4=0, \\ x_1+2x_2-3x_3+4x_4=5, \\ 4x_1-3x_2-2x_3-x_4=-3. \end{cases}$

Вариант 5

1) $\begin{cases} x_1-2x_2+3x_3=7, \\ 3x_1+4x_2-2x_3=-13, \\ 2x_1+3x_2-4x_3=-17; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1+x_2+4x_3+2x_4=0, \\ 3x_1+4x_2+x_3+3x_4=1, \\ 2x_1+3x_2-3x_3+x_4=1. \end{cases}$

Вариант 6

1) $\begin{cases} 4x_1-2x_2+x_3=-14, \\ x_1+3x_2-6x_3=7, \\ 9x_1+x_2-7x_3=-15; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1-3x_2+4x_3+3x_4=2, \\ 3x_1-8x_2+x_3+2x_4=5, \\ 2x_1-5x_2-3x_3-x_4=3. \end{cases}$

Вариант 7

1) $\begin{cases} 7x_1+2x_2+3x_3=15, \\ 5x_1-3x_2+2x_3=15, \\ 10x_1-11x_2+5x_3=36; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1-2x_2+3x_3+4x_4=1, \\ 4x_1-7x_2+2x_3+x_4=3, \\ 3x_1-5x_2-x_3-3x_4=2. \end{cases}$

Вариант 8

1) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 16, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 17, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 3, \\ 5x_1 + 2x_2 - 5x_3 - 3x_4 = -1, \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 + x_4 = 4. \end{cases}$

Вариант 9

1) $\begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - x_3 = 7, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - x_4 = 1, \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 - x_4 = 3, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 2. \end{cases}$

Вариант 10

1) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 4, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 - 4x_4 = 9, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 5. \end{cases}$

Вариант 11

1) $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -1, \\ 3x_1 + x_2 - 3x_3 = 3; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 = 1, \\ 2x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 3x_4 = 3, \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 - x_4 = 2. \end{cases}$

Вариант 12

1) $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -2, \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1 + 4x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 2x_1 + 9x_2 - x_3 - 4x_4 = 5, \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 = 3. \end{cases}$

Вариант 13

1) $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 12, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = -9; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 5, \\ 2x_1 - 7x_2 + 4x_3 + x_4 = 9, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 4. \end{cases}$

Вариант 14

1) $\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = -4; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 = -5, \\ 4x_1 - x_2 - 4x_3 + x_4 = -1. \end{cases}$

Вариант 15

1) $\begin{cases} x_1 - 5x_2 - 2x_3 = -10, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 17, \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 = 14; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 7x_3 - 2x_4 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 8x_3 - 4x_4 = 1, \\ 4x_1 + 2x_2 + 19x_3 + x_4 = 8. \end{cases}$

Вариант 16

1) $\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 8, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 = 11, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 13; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 5, \\ 3x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 4. \end{cases}$

Вариант 17

1) $\begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + x_3 = -1, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 6, \\ x_1 - 3x_2 - x_3 = -5; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 3, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5. \end{cases}$

Вариант 18

1) $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 = 2, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 8; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 5, \\ 5x_1 - 8x_2 + 17x_3 - 19x_4 = 5. \end{cases}$

Вариант 19

1) $\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = -1, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = -2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 4, \\ 2x_1 - 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 7, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 3. \end{cases}$

Вариант 20

1) $\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 - 4x_2 + 4x_3 = -1, \\ -x_1 - 4x_2 + 3x_3 = -4; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 5, \\ 3x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 = 10, \\ 2x_1 - 3x_2 - 7x_3 + 3x_4 = 5. \end{cases}$

Варианты заданий для контрольной работы для текущего контроля успеваемости на тему «Векторы»

Вариант 1

1) Даны точки с координатами $A(3;2;-3)$, $B(5;1;-1)$, $C(1;-2;1)$. Найти $\angle A$.

2) Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$. Найти $\sin\left(\vec{a} \,\hat{}\, \vec{b}\right)$.

3) Найти смешанное произведение векторов $\vec{a} = (1;4;-3)$, $\vec{b} = (2;2;-2)$, $\vec{c} = (3;2;1)$.

4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Вариант 2

1) Даны: $|\vec{a}| = 13$, $|\vec{b}| = 19$, $|\vec{a} + \vec{b}| = 24$. Вычислить: $|\vec{a} - \vec{b}|$.

2) Зная две стороны $\overrightarrow{AB} = (-3;-2;6)$, $\overrightarrow{BC} = (-2;4;4)$ ΔABC, вычислить высоту $|\overrightarrow{AD}|$.

3) Даны точки с координатами $A_1(1;2;0)$, $A_2(3;0;-3)$, $A_3(5;2;6)$, $A_4(8;4;-9)$. Найти:

а) $\cos\left(\overrightarrow{A_1A_2} \,\hat{}\, \overrightarrow{A_1A_4}\right)$; б) объем пирамиды.

4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 0 & 3 & 0\\ 0 & 3 & 0\end{pmatrix}$.

Вариант 3

1) Даны: $|\vec{a}|=5$, $|\vec{b}|=8$, $\left(\vec{a}\,\hat{}\,\vec{b}\right)=60^0$. Вычислить: $|\vec{a}+\vec{b}|$ и $|\vec{a}-\vec{b}|$.

2) Даны вершины треугольника: $A(4;-14;8)$, $B(2;-18;12)$, $C(12;-8;12)$.
Найти h.

3) Даны точки с координатами $A_1(-2;0;-4)$, $A_2(-1;7;1)$, $A_3(4;-8;-4)$, $A_4(1;-4;6)$.
Найти: а) $\cos\left(\overrightarrow{A_1A_2}\,\hat{}\,\overrightarrow{A_1A_4}\right)$; б) объем пирамиды

4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 8\\ 0 & 2 & 0\\ 1 & 0 & -1\end{pmatrix}$.

Вариант 4

1) Даны: $|\vec{a}|=11$, $|\vec{b}|=23$, $|\vec{a}-\vec{b}|=30$. Вычислить: $|\vec{a}+\vec{b}|$.

2) Найти высоту и площадь параллелограмма, если известны координаты точек $A(2;1;0)$, $B(-2;4;1)$, $C(-3;-8;4)$.

3) Даны вершины пирамиды: $A_1(1;3;6)$, $A_2(2;2;1)$, $A_3(-1;0;1)$, $A_4(-4;6;-3)$. Найти: а) объем пирамиды; б) высоту, опущенную на грань $A_1A_2A_3$.

4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы $A=\begin{pmatrix}-6 & -8 & 2\\ -5 & 2 & 8\\ -3 & -4 & 1\end{pmatrix}$.

Вариант 5

1) При каком значении m векторы $\vec{a}=(6;0;12)$ и $\vec{b}=(-8;15;m)$ перпендикулярны?

2) Даны векторы $\vec{a}=2\vec{q}-\vec{p}$, $\vec{b}=3\vec{q}-\vec{p}$, где $\vec{p}\perp\vec{q}$, $\vec{p}$ и $\vec{q}$ – орты. Найти $\left[\vec{a}\cdot\vec{b}\right]$.

3) Компланарны ли векторы $\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}$, $\vec{b}=2\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}$ и $\vec{c}=3\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k}$?

4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы $A=\begin{pmatrix}2 & 8 & 5\\ -4 & 1 & 3\\ 8 & -2 & -6\end{pmatrix}$.

Вариант 6

1) Найти $3|\vec{m}|-2(\vec{m}\vec{n})+4\vec{n}^{\,2}$, если $|\vec{m}|=\frac{1}{3}$, $|\vec{n}|=6$, $\left(\vec{m}\,\hat{}\,\vec{n}\right)=\frac{\pi}{3}$.

2) Найти площадь ΔABC, если известны координаты точек $A(1;2;-1)$, $B(0;1;5)$, $C(-1;2;1)$.

3) Даны векторы $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$ и $\vec{c} = 4\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$. Найти объем и высоту параллелепипеда.
4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы $A = \begin{pmatrix} 5 & -8 & 10 \\ -8 & 11 & 2 \\ 10 & 2 & 2 \end{pmatrix}$.

Вариант 7

1) Даны вершины ΔABC $A(1;1;0)$, $B(1;1;2)$, $C(3;-;3;1)$. Найти $\angle A$.

2) Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$. Найти $\sin\left(\vec{a}\,\hat{}\,\vec{b}\right)$.

3) Найти объем и высоту пирамиды, если известны координаты точек $A(1;2;1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-2;3;1)$, $D(-5;4;5)$.
4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы $A = \begin{pmatrix} 7 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix}$.

Вариант 8

1) Даны три вершины параллелограмма $ABCD$: $A(3;2)$, $B(5;1)$, $D(1;-2)$. Найти $\left|\overrightarrow{AC}\right|$.

2) Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$. Найти $\sin\left(\vec{a}\,\hat{}\,\vec{b}\right)$.

3) Найти объем и высоту пирамиды, если известны координаты точек $A(0;1;0)$, $B(2;3;5)$, $C(6;1;2)$, $D(3;2;1)$.
4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы $A = \begin{pmatrix} -6 & -2 & 8 \\ 3 & 1 & -4 \\ 5 & 8 & 2 \end{pmatrix}$.

Вариант 9

1) Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$. Найти $\left(\vec{a} \cdot \vec{b}\right)$.

2) Даны векторы $\vec{a} = 4\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$. Найти $\sin\left(\vec{a}\,\hat{}\,\vec{b}\right)$.

3) Даны вершины треугольника: $A(1;2;3)$, $B(2;1;2)$, $C(-1;-2;-3)$. Найти площадь и высоту треугольника.
4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -8 & 5 \\ 4 & 1 & -3 \\ 8 & 2 & -6 \end{pmatrix}$.

Вариант 10

1) Даны: $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 2$, $\left(\vec{a}\,\hat{}\,\vec{b}\right) = 60^o$. Найти $\left(3\vec{a} - \vec{b}\right)^2$.

2) Даны векторы $\vec{a} = \vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$, $\vec{b} = -3\vec{j} + 4\vec{k}$. Найти $\sin\left(\vec{a}\,\hat{}\,\vec{b}\right)$.

3) Компланарны ли векторы $\vec{a} = 5\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ и $\vec{c} = \vec{i} - 7\vec{j} - 2\vec{k}$?

4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -3 \\ -8 & 2 & 5 \\ 2 & 8 & -6 \end{pmatrix}$.

Вариант 11

1) Вычислить $\left(2\vec{a} + 3\vec{b}\right)\cdot\left(\vec{a} - \vec{b}\right)$, если $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$, $\left(\vec{a}\,\hat{}\,\vec{b}\right) = 60^o$.

2) Найти площадь и высоту ΔABC, если известны координаты точек $A(0;2;1)$, $B(2;-3;5)$, $C(-1;3;5)$.

3) Доказать, что точки $A(2;1;3)$, $B(0;2;1)$, $C(1;-2;1)$ и $D(2;-1;-3)$ лежат в одной плоскости.

4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 5 \\ -4 & 1 & 3 \\ 8 & -2 & -6 \end{pmatrix}$.

Вариант 12

1) Вычислить $\left(\vec{a} + \vec{b}\right)\cdot\left(\vec{a} - \vec{b}\right)$, если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 5$, $\left(\vec{a}\,\hat{}\,\vec{b}\right) = 120^o$.

2) Найти площадь ΔABC, если известны координаты точек $A(2;1;-3)$, $B(5;1;2)$, $C(2;3;-1)$.

3) Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{k}$ и $\vec{c} = \vec{j} - 2\vec{k}$. Найти объем и высоту параллелепипеда.

4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -8 \\ -4 & 7 & -4 \\ -8 & -4 & 1 \end{pmatrix}$.

Вариант 13

1) Даны точки с координатами $A(-4;0;3)$, $B(-2;1;-3)$, $C(3;-1;2)$. Найти $\angle B$, h.

2) Даны векторы $\vec{a} = (2;-2;1)$, $\vec{b} = (2;3;6)$. Найти $\sin\left(\vec{a}\,\hat{}\,\vec{b}\right)$.

3) Компланарны ли векторы $\vec{p} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{q} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ и $\vec{r} = 7\vec{i} + 14\vec{j} - 13\vec{k}$?

4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ -8 & 2 & -5 \\ -2 & -8 & -6 \end{pmatrix}.$$

Вариант 14

1) Даны векторы $\vec{a}=8\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}$, $\vec{b}=\vec{i}+\vec{j}$. Найти $\left(\vec{a}\,\hat{}\,\vec{b}\right)$.

2) Определить и построить вектор $\left[\vec{a}\cdot\vec{b}\right]$, если $\vec{a}=3\vec{i}$, $\vec{b}=2\vec{k}$ и найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

3) Показать, что точки $A(3;5;-4)$, $B(1;-1;-3)$, $C(7;2;-6)$ и $D(-1;3;-2)$ лежат в одной плоскости.

4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы
$$A=\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ -8 & 2 & -5 \\ -2 & -8 & -6 \end{pmatrix}.$$

Вариант 15

1) Даны точки с координатами $A(0;3;-2)$, $B(2;-1;5)$, $C(-6;1;3)$. Найти $\angle C$.

2) Даны векторы $\vec{a}=3\vec{p}+4\vec{q}$, $\vec{b}=2\vec{p}-\vec{q}$, где $\vec{p}$ и $\vec{q}$ – орты. Найти $\left[\vec{a}\cdot\vec{b}\right]$.

3) Даны векторы $\vec{a}=\vec{i}-2\vec{j}+4\vec{k}$, $\vec{b}=3\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k}$ и $\vec{c}=\vec{i}-\vec{k}$. Найти объем и высоту параллелепипеда.

4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы
$$A=\begin{pmatrix} 2 & -5 & -8 \\ -8 & -6 & -2 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Вариант 16

1) Найти угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}=2\vec{i}-\vec{j}$ и $\vec{b}=-2\vec{j}-\vec{k}$.

2) Раскрыть скобки и упростить выражение: $\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)\cdot\vec{c}+\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)\cdot\vec{b}+\left(\vec{b}-\vec{c}\right)\cdot\vec{a}$.

3) Вычислить объем тетраэдра, вершины которого находятся в точках $A(2;-1;1)$, $B(5;5;4)$, $C(3;2;-1)$, $D(4;1;3)$. Найти длину его высоты, опущенной из вершины D.

4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы
$$A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Вариант 17

1) Даны векторы $\vec{a}=2\vec{i}-2\vec{j}+\alpha\vec{k}$, $\vec{b}=\beta\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$, причем $\vec{a}\parallel\vec{b}$. Найти α, β.

2) Найти площадь и высоту ΔABC, если известны координаты точек $A(-3;4;2)$, $B(2;1;-3)$, $C(3;-1;0)$.

3) Компланарны ли векторы $\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}$, $\vec{b}=3\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}$ и $\vec{c}=3\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$?

4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы $A=\begin{pmatrix} -1 & 4 & -8 \\ -8 & 2 & -4 \\ -2 & -8 & 1 \end{pmatrix}$.

Вариант 18

1) Даны точки с координатами $A(1;2;1)$, $B(-1;2;3)$, $C(1;-2;1)$. Найти $\left(\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}\right)$, h.

2) Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}-3\vec{b}$, $3\vec{a}-\vec{b}$, $|\vec{a}|=|\vec{b}|=1$, $\left(\vec{a}\,\hat{}\,\vec{b}\right)=30^\circ$.

3) Компланарны ли векторы $\vec{a}=3\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$, $\vec{b}=2\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$ и $\vec{c}=2\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$?

4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы $A=\begin{pmatrix} -6 & 8 & -2 \\ 5 & 2 & 8 \\ 3 & -4 & 1 \end{pmatrix}$.

Вариант 19

1) Даны векторы: $\vec{a}=m\vec{i}+3\vec{j}-2\vec{k}$, $\vec{b}=3\vec{i}-\vec{j}+m\vec{k}$, $\vec{a}\perp\vec{b}$. Найти m.

2) Построить треугольник с вершинами $A(3;-3;1)$, $B(1;0;1)$, $C(4;-2;0)$. Вычислить его площадь и высоту AO.

3) Объем тетраэдра равен $10\,ед^3$, три его вершины находятся в точках $A(2;-1;2)$, $B(2;-1;2)$, $C(-3;-2;3)$. Найти координаты четвертой вершины D, если известно, что она лежит на оси OY.

4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы $A=\begin{pmatrix} -6 & -2 & 8 \\ 3 & 1 & -4 \\ 5 & 8 & 2 \end{pmatrix}$.

Вариант 20

1) Раскрыть скобки в выражении: $\left(2\vec{i}-\vec{j}\right)\vec{j}+\left(\vec{j}-2\vec{k}\right)\vec{k}+\left(\vec{i}-2\vec{k}\right)^2$.

2) Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}=\vec{m}+2\vec{n}$ и $\vec{b}=2\vec{m}+\vec{n}$, где $\vec{m}$ и $\vec{n}-$ единичные векторы, образующие угол $\angle 45^\circ$.

3) Найти объем треугольной пирамиды, площадь грани BCD и высоту, опущенную на эту грань, если известны координаты вершин $A(2;2;2;)$, $B(4;3;3)$,

$C(4;5;4)$, $D(5;5;6)$.

4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы
$$A=\begin{pmatrix} 2 & -8 & -5 \\ 4 & 1 & 3 \\ -8 & -2 & -6 \end{pmatrix}.$$

Варианты заданий для второй рубежной аттестации на тему «Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве, Кривые второго порядка»

Вариант 1

1) Известны координаты треугольника ABC $A(3;2), B(-4;-1), C(4;4)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противолежащей стороне; б) расстояние от вершины до противолежащей стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $x^2+4y^2-2x-56y+181=0$,

б) $x^2+2x-9y^2+36y-44=0$,

в) $y^2-10x-2y-19=0$.

3) Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M_1(1;3;4)$ перпендикулярной к плоскостям, заданным уравнениями $2x+3y+z-1=0$, $3x-y+2z-2=0$.

Вариант 2

1) Известны координаты треугольника ABC $A(4;-2), B(2;3), C(-3;1)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противолежащей стороне; б) расстояние от вершины до противолежащей стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $9x^2+4y^2+54x+8y+49=0$,

б) $\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{9}y^2-x+\frac{2}{3}y-1=0$,

в) $4x^2+4x-8y-19=0$.

3) Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(1;2;3)$ и $M_2(2;3;4)$ перпендикулярно плоскости $3x-2y+z-3=0$.

Вариант 3

1) Известны координаты треугольника ABC $A(2;3), B(4;-2), C(-3;-5)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противолежащей стороне; б) расстояние от вершины до противолежащей стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $16x^2+25y^2-32x+50y-359=0$,

б) $16x^2-9y^2-64x-18y+199=0$,

в) $2x^2-4x+2y-3=0$.

3) Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M_1(3;0;4)$ и перпендикулярно $\overrightarrow{M_1M_2}$, где $M_2(3;6;9)$.

Вариант 4

1) Известны координаты треугольника ABC $A(4;-2), B(-3;3), C(2;-4)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противолежащей стороне; б) расстояние от вершины до противолежащей стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $9x^2+10y^2+40y-50=0$,

б) $9x^2-4y^2+24y-72=0$,

в) $y^2-6x+14y+49=0$.

3) Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(1;2;3)$, $M_2(2;4;1)$ и $M_3(5;6;7)$.

Вариант 5

1) Известны координаты треугольника ABC $A(4;2), B(-3;-1), C(1;-3)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противолежащей стороне; б) расстояние от вершины до противолежащей стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $5x^2+9y^2-30x+18y+9=0$,

б) $5x^2-4y^2+30x+8y+21=0$,

в) $y^2-10x-2y-19=0$.

3) Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-1;2;-3)$ перпендикулярно плоскостям $3x+4y-z+1=0$, $2x-y+3z-4=0$.

Вариант 6

1) Известны координаты треугольника ABC $A(5;2), B(-4;-3), C(4;1)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противолежащей стороне; б) расстояние от вершины до противолежащей стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $4x^2+9y^2+32x-54y+109=0$,

б) $3x^2-4y^2-12x=0$,

в) $2x^2-12x+y+13=0$.

3) Даны точки с координатами $M_1(1;-2;3)$ и $M_2(-2;4;5)$. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку M_1 перпендикулярно вектору $\overrightarrow{M_1M_2}$.

Вариант 7

1) Известны координаты треугольника ABC $A(-1;-2), B(3;2), C(4;1)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противолежащей стороне; б) расстояние от вершины до противолежащей стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $x^2+4y^2+4x-16y-8=0$,

б) $x^2+14x-y^2+4y+9=0$,

в) $4x-y^2+6y-13=0$.

3) Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M_1(1;3;4)$ перпендикулярно плоскостям $2x+3y+z-1=0$, $3x-y+2z-2=0$.

Вариант8

1) Известны координаты треугольника ABC $A(3;1), B(-2;-4), C(-5;-2)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противолежащей стороне; б) расстояние от вершины до противолежащей стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $x^2+2y^2+8x-4y=0$,

б) $x^2-y^2+4x-10y-25=0$,

в) $y^2+2y-4x+9=0$.

3) Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(-4;5;-2)$, $M_2(2;-4;3)$ и $M_3(5;-6;7)$.

Вариант 9

1) Известны координаты треугольника ABC $A(4;3), B(-4;2), C(3;-1)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противолежащей стороне; б) расстояние от вершины до противолежащей стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $x^2 + 4y^2 + 4x - 16y - 8 = 0$,

б) $16x^2 - 9y^2 - 64x - 54y - 161 = 0$,

в) $x^2 + 10x + 6y + 25 = 0$.

3) Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M_1(2;5;7)$ и перпендикулярно $\overrightarrow{M_1M_2}$, где $M_2(6;3;5)$.

Вариант 10

1) Известны координаты треугольника ABC $A(-4;-2), B(5;-2), C(3;-4)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противолежащей стороне; б) расстояние от вершины до противолежащей стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $2x^2 + 5y^2 + 8x - 10y - 17 = 0$,

б) $x^2 - y^2 + 4x = 0$,

в) $2x^2 + 12x + 5y - 2 = 0$.

3) Даны точки с координатами $M_1(1;2;-5)$ и $M_2(2;4;1)$. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку M_1 перпендикулярно вектору $\overrightarrow{M_1M_2}$.

Вариант 11

1) Известны координаты треугольника ABC $A(5;1), B(7;-6), C(3;-4)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противолежащей стороне; б) расстояние от вершины до противолежащей стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $x^2 + 4y^2 - 2x - 64y + 32 = 0$,

б) $x^2 - 4y^2 + 6x + 5 = 0$,

в) $y^2 + 8x - 16 = 0$.

3) Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(2;-1;3)$ и $M_2(3;1;0)$ перпендикулярно плоскости $4x + 2y - 3z - 3 = 0$.

Вариант 12

1) Известны координаты треугольника ABC $A(-1;2), B(-3;-1), C(1;-3)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противолежащей стороне; б) расстояние от вершины до противолежащей стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $x^2+2y^2+8x+4=0$,

б) $9x^2-25y^2-18x-100y-316=0$,

в) $x^2-4y-6x+29=0$.

3) Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2;2;-3)$ перпендикулярно плоскостям $x-7y-z-2=0$, $9x-y+z-5=0$.

Вариант 13

1) Известны координаты треугольника ABC $A(2;-2), B(3;-1), C(1;-4)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противолежащей стороне; б) расстояние от вершины до противолежащей стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $9x^2+5y^2+18x-30y+9=0$,

б) $4x^2+40x-16y^2+64y+100=0$,

в) $2y^2+8y-7x+15=0$.

3) Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(0;-2;3)$ перпендикулярно плоскостям $x+3y-5z-2=0$, $6x+5y+2z-2=0$.

Вариант 14

1) Известны координаты треугольника ABC $A(-2;-3), B(-3;1), C(2;-1)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противолежащей стороне; б) расстояние от вершины до противолежащей стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $x^2+2y^2+2x-8y+5=0$,

б) $x^2-9y^2+2x-36y-10=0$,

в) $y^2+2y+4x-11=0$.

3) Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(-1;4;3)$ и $M_2(3;2;4)$ перпендикулярно плоскости $6x+y+2z-3=0$.

Вариант 15

1) Известны координаты треугольника ABC $A(3;2), B(2;3), C(-3;-2)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противолежащей стороне; б) расстояние от вершины до противолежащей стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $4x^2 + 9y^2 - 18y - 36x + 4 = 0$,

б) $-x^2 + 4y^2 - 4x + 8y - 4 = 0$,

в) $y^2 - 5y - x + 7 = 0$.

3) Даны точки с координатами $M_1(3;-4;5)$ и $M_2(2;4;1)$. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку M_1 перпендикулярно вектору $\overrightarrow{M_1M_2}$.

Вариант 16

1) Известны координаты треугольника ABC $A(5;4), B(-3;3), C(1;-7)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противолежащей стороне; б) расстояние от вершины до противолежащей стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $4x^2 + 36y^2 + 72y - 16x - 92 = 0$,

б) $-3x^2 + 4y^2 - 12y = 0$,

в) $x + 2y^2 - 6y + 4 = 0$.

3) Написать уравнение плоскости, проходящий через точку $M_1(2;5;7)$ и перпендикулярно вектору $\overrightarrow{M_1M_2}$, где $M_2(6;3;5)$.

Вариант 17

1) Известны координаты треугольника ABC $A(4;5), B(2;3), C(-1;-3)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противолежащей стороне; б) расстояние от вершины до противолежащей стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $x^2 + y^2 - 8x + 12y - 29 = 0$,

б) $2x^2 - 2y^2 + 2x = 0$,

в) $x^2 - 6x + 8y - 47 = 0$.

3) Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-1;6;0)$ перпендикулярно плоскостям $4x + 5y - 2z - 2 = 0$, $2x + 3z - 11 = 0$.

Вариант 18

1) Известны координаты треугольника ABC $A(-5;1), B(-3;0), C(-4;4)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противолежащей стороне; б) расстояние от вершины до противолежащей стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $9x^2+9y^2+36x-18y+20=0$,

б) $x^2-y^2-4y=0$,

в) $2x^2-8x+7y-6=0$.

3) Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(3;-2;0)$ и перпендикулярно вектору $\overrightarrow{M_1M_2}$, где $M_2(-4;5;1)$.

Вариант 19

1) Известны координаты треугольника ABC $A(4;0), B(-1;-2), C(2;-5)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противолежащей стороне; б) расстояние от вершины до противолежащей стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $25x^2+9y^2+2x-18y-116=0$,

б) $x^2-3y^2+6y-15=0$,

в) $x-4y^2+16y-15=0$.

3) Даны точки с координатами $A(5;-2;7)$ и $B(0;4;-2)$. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку A перпендикулярно $\overrightarrow{AB}$.

Вариант 20

1) Известны координаты треугольника ABC $A(-2;5), B(5;-5), C(-4;2)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противолежащей стороне; б) расстояние от вершины до противолежащей стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $36x^2+36y^2-36x-24y-23=0$,

б) $x^2-4y^2+8y+12=0$,

в) $4x^2+12x-8y-7=0$.

3) Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(2;0;3)$, $M_2(-1;4;3)$ и $M_3(-6;3;-5)$.

Критерии оценки письменной контрольной работы *(в рамках рубежной аттестации)*

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 25 баллов за выполнение рубежной контрольной работы. Каждое задание, входящее в контрольную, оценивается преподавателем определенным количеством баллов. Итоговый балл за контрольную работу получается суммированием баллов за все задания.

Критерий оценки одного задания:

– обучающийся правильно решил задачу; при этом логично, последовательно и аргументированно изложил решение задачи – максимальное количество баллов;
– обучающийся в основном правильно решил задачу, допустив при этом незначительные неточности и погрешности – 80% от максимального количества баллов;
– обучающийся не полностью решил задачу, но не менее 50%, допустив при этом не более одной грубой ошибки – 60% от максимального количества баллов;
– обучающийся привел неполное решение задачи (степень полноты – от 30% до 50%), допустив при этом значительные недочеты – 40% от максимального количества баллов;
– обучающийся привел не более 30% решения задачи, допустив при этом грубые ошибки и недочеты – 20% от максимального количества баллов;
– обучающийся не приступил к решению задачи – 0 баллов.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ БИЛЕТЫ

БИЛЕТ № 1

1. Вывод условий параллельности и условия перпендикулярности двух векторов.
2. Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 8, \\ x_2 + 2x_3 = 11; \end{cases}$
3. Даны точки $A(-2;-3;4), B(-5;4;-2), C(7;-5;3), D(3;-1;2)$. Найти $\left|\overrightarrow{AB}\right|, \left|\overrightarrow{AC}\right|$ и объем пирамиды *ABCD*.
4. Даны точки $A(2;-4), B(-6;-2)$. Составить общее уравнение прямой *AB* и найти угловой коэффициент, построить эту прямую.
5. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^2+3x+2}{2x^2+5x+2}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x^5+4x^3+x}{5x^4+9x^2-7}$; в) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x}{3+x}\right)^{2x}$.

БИЛЕТ № 2

1. Вывод формулы в координатной форме для векторного произведения векторов

2. Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} x+2y-z=2, \\ 2x-3y+2z=2, \\ 3x+y+z=8; \end{cases}$

3. Даны точки $A(-4;5), B(6;-7),\ C(-5;3)$ построить треугольник ABC. Найти общее уравнение медианы проведенной из вершины A.

4. Даны точки $A(-2;-3;4), B(-5;4;-2), C(7;-5;3)$. Составить общее уравнение плоскости ABC, найти $|\overrightarrow{AB}|, |\overrightarrow{AC}|$.

5. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-4x+3}{x^2-9}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+4x+3}{3x^3+9x-12}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 4x}{3x}$;

БИЛЕТ № 3

1. Основные свойства определителей.

2. Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} 5x_1-x_2+3x_3=-7, \\ x_1-2x_2=-2, \\ 7x_2-x_3=-1; \end{cases}$

3. Даны точки $A(-6;3;-1), B(5;-4;2), C(0;2;-3), D(3;-2;2)$. Найти объем пирамиды $ABCD$, $|\overrightarrow{AB}|, |\overrightarrow{AC}|$. Составить общее уравнение плоскости ABC.

4. Даны точки $A(-3;-5), B(2;-4)$. Найти общее уравнение прямой AB, и построить ее.

5. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+2}{2x^2-x-6}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^5+4x^3-x}{3x^3+9x^2+3}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 7x}{x/5}$;

БИЛЕТ № 4

1. Вывод формулы в координатной форме для скалярного произведения векторов.

2. Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} x_1+3x_2-x_3=11, \\ -x_1+2x_2+x_3=-1, \\ 2x_1+x_3=4. \end{cases}$

3. Даны точки $A(2;-4;2), B(-6;-2;-1), C(0;7;3)$ и $D(6;-1;3)$. Составить уравнение плоскости BCD. Найти объем пирамиды $ABCD$.

4. Даны точки $A(-2;8), B(6;-2)$. Составить общее уравнение прямой AB построить эту прямую и найти расстояние между точками A и B.

5. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2+x-10}{x^2-x-2}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^4-9x^2+1}{3x^3+9x}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 6x}{\sin 2x}$;

БИЛЕТ № 5

1. Длина вектора (вывод формулы в координатной форме).

2. Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} x_2 + 2x_3 = -1, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 = 7, \\ x_1 + 2x_2 = 0; \end{cases}$

3. Даны точки $A(-2;4;3)$, $B(-6;-4;-1)$, $C(6;7;-3)$, $D(6;-1;3)$. Составить общее уравнение плоскости ABC. Найти объем пирамиды $ABCD$.

4. Даны точки $A(-3;-5)$, $B(0;2)$. Составить общее уравнение прямой AB и найти угловой коэффициент, построить эту прямую.

5. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+7x-8}{x^2-2x+1}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^4+4x^3+3}{3x^4+8x^2-12x}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 8x}{9x}$;

БИЛЕТ № 6

1. Кривые второго порядка и их канонические уравнения.

2. Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 7, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 1; \end{cases}$

3. Даны точки $A(2;-4;2)$, $B(-6;-2;-1)$, $C(0;7;3)$, $D(6;-1;3)$. Найти $\left|\overrightarrow{AB}\right|, \left|\overrightarrow{AC}\right|$ и объем пирамиды $ABCD$.

4. Даны точки $A(3;-6)$, $B(-1;-2)$. Составить общее уравнение прямой AB и найти угловой коэффициент, построить эту прямую.

5. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{2x^2+7x-15}{x^2-25}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^6+4x-3}{3x^3+9+x^2}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 4x}{\sin 2x}$;

БИЛЕТ № 7

1. Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно нормальному вектору (вывод).

2. Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6; \end{cases}$

3. Даны точки $A(-5;3)$, $B(-3;-4)$. Составить общее уравнение прямой AB и найти угловой коэффициент, построить эту прямую.

4. Даны точки $A(2;-4;3)$, $B(5;-4;1)$, $C(0;-1;-3)$, $D(2;-1;3)$. Составить общее уравнение плоскости ABC.

5. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2+2x-3}{x^2+5x+6}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^4+7x^2+5}{x^3+8x^4-2x}$; в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+7}{x-2}\right)^{-4x}$.

БИЛЕТ № 8

1. Угол между двумя плоскостями

2. Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 8, \\ 2x_1 + x_3 = 1, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 12; \end{cases}$

3. Даны точки $A(2;-1;1), B(5;5;4), C(3;2;-1), D(4;1;3)$. Найти $|\overrightarrow{AB}|, |\overrightarrow{AC}|$ и объем пирамиды $ABCD$.

4. Даны точки $A(-2;5), B(7;-2)$. Составить общее уравнение прямой AB и найти угловой коэффициент, построить эту прямую.

5. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2-9x+10}{x^3-8}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^7-9x^5+x^2}{3x^4+9x}$; в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 5x}{\sin 2x}$.

БИЛЕТ № 9

1. Вывод уравнения прямой, проходящей через две заданные точки.

2. Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 7, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$

3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-4;3;-8)$ перпендикулярно прямой AB, если $A(2;-1;1), B(-5;5;4)$.

4. Даны точки $A(2;-1;1), B(5;5;4), C(3;2;-1), D(4;1;3)$. Найти угол между векторами $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{BD}$.

5. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{x^2-x-30}{x^3+125}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^5+4x^3-3}{5x^4+8x^8-12x}$; в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x-2}{3x}\right)^{x-2}$.

БИЛЕТ № 10

1. Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно нормальному вектору (вывод).

2. Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -3; \end{cases}$

3. Найти угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, объем параллелепипеда, построенного на векторах, если: $\vec{a} = -5\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - 7\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} + 6\vec{j} - 5\vec{k}$.

4. Даны точки $A(-3;-5), B(0;2), C(-2;7)$ построить треугольник ABC. Составить общее уравнение высоты, проведенной из вершины A.

5. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{x^2+2x-15}{5x+x^2}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^6+4x^3-3}{6x^3-9+x^2}$; в) $\lim\limits_{x\to -4}\dfrac{x^3+64}{\sqrt{x+20}-4}$;

БИЛЕТ № 11

1. Общее уравнение плоскости.

2. Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 2; \end{cases}$

3. Даны точки $A(2;-4;-3)$, $B(6;-4;1)$, $C(-2;7;3)$, $D(-6;1;-3)$. Составить канонические уравнения прямой BD.

4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(5;-2)$ перпендикулярно прямой $2x-6y+5=0$ и построить ее.

5. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{3x^2+x-10}{x^2-4}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4+7x^2+4}{x^3+7x^4-2x}$; в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+8}{x-1}\right)^{-2x}$.

БИЛЕТ № 12

1. Уравнение плоскости в отрезках и построение плоскости.

2. Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} x_2 + 2x_3 = 12, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 10, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 3; \end{cases}$

3. Найти угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, объем параллелепипеда, если: $\vec{a} = 3\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} - 7\vec{k}$, $\vec{c} = -3\vec{i} - 5\vec{k}$.

4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(-2;-5)$ параллельно данной прямой $5x-7y+2=0$ и построить ее.

5. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{5x^2+4x+1}{x^2-6x-7}$; б) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{\sqrt{4x-3}-3}{x^2-9}$; в) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin x}{\sin 7x}$;

БИЛЕТ № 13

1. Бесконечно малые функции и бесконечно большие функции, их связь.

2. Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} 5x - y + 3z = 9, \\ x - 2y = 0, \\ 7y - z = 17. \end{cases}$

3. Найти угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если: $\vec{a} = -2\vec{i} - 6\vec{j} + 8\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} - 7\vec{k}$,.

4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(7;-5)$ параллельно данной прямой $x+3y+2=0$ и построить ее.

5. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to4}\dfrac{x^2+3x-28}{x^3-64}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{6x^3+3x-2}{3x^3+x-5}$; в) $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin 5x}{12x}$;

БИЛЕТ № 14

1. Первый замечательный предел.

2. Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 2. \end{cases}$

3. Даны точки $A(2;-4;-3)$, $B(6;-4;1)$, $C(-2;7;3)$, $D(-6;1;-3)$. Найти $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$.

4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M\ (-9;-2)$ перпендикулярно прямой $2x - 6y + 5 = 0$ и построить ее.

5. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x \to 5} \dfrac{3x^2 - 14x + 5}{x^2 - 6x + 5}$; б) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{5x^3 + x - 5}{3x^3 + 8x - 5}$; в) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{\sqrt{4x+1} - 3}{x^3 - 8}$.

БИЛЕТ № 15

1. Второй замечательный предел.

2. Решить систему линейных уравнений: $\begin{cases} 3x + 4y + 7z = -1, \\ -2x + 5y - 3z = 1, \\ 5x - 6y + 11z = -3. \end{cases}$

3. Даны точки $A(5;-3)$, $B(-3;4)$. Найти угловой коэффициент прямой AB и построить ее.

4. Даны точки $A(2;-4;3)$, $B(5;-4;1)$, $C(0;1;3)$, $D(2;-1;3)$. Найти объем пирамиды $ABCD$.

5. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - x}{x^3 - 1}$; б) $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{3x^2 - 17x - 28}{x^2 - 9x + 14}$; д) $\lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{1 + 2x}{3 + 2x}\right)^{-x}$.

Критерии оценки (*в рамках промежуточной аттестации*)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» ответ студента на экзамене оценивается по 5-балльной шкале.

Критерий оценки ответа на экзамене:

– **5 баллов** получает студент, продемонстрировавший полное владение знаниями в соответствии с требованиями учебной программы, т.е. решивший все задания без ошибок в логических рассуждениях и в обосновании решения;

– **4 балла** получает студент, который при полном владении знаниями в соответствии с требованиями учебной программы допустил отдельные несущественные ошибки либо приведенные им решения недостаточно обоснованы;

– **3 балла** получает студент при неполном изложении полученных знаний, допустивший при этом отдельные существенные ошибки;

– **2 балла** получает студент при бессистемном изложении материала, допускающий существенные ошибки, которые могут препятствовать усвоению дальнейшей учебной информации.

ВТОРОЙ СЕМЕСТР

Первая рубежная аттестация

Вариант 1

1) $y=\sqrt[4]{x^3}+\frac{5}{x^2}-\frac{3}{x^4}+2;$ 2) $y=x^2\cdot tg\,x;$ 3) $y=\frac{1+e^x}{1-e^x};$

4) $y=3x^3\ln x-x^3;$ 5) $y=\sqrt{x^2+2x+3};$ 6) $y=\sin^5 x;$ 7) $y=arctg\sqrt{2x-3};$

8) $\begin{cases} x=a\cdot\sin^3 t; \\ y=a\cdot\cos^3 t; \end{cases}$ 9) $y=\lg(2x+7),\ y'''-?$; 10) $x^3+y^3-3xy=0,\ y'_x-?$

Вариант 2

1) $y=3+4x^2\sqrt[5]{x}-4\cos x+\frac{5}{\sqrt{x}};$ 2) $y=\left(2x^3+1\right)\cdot tg\,x;$ 3) $y=\frac{x^2}{x^3-3};$ 4) $y=e^{-x^2+2x};$

5) $y=\arcsin(\sin x);$ 6) $y=\ln\left(x+\sqrt{x^2+5}\right);$ 7) $y=2^{\cos^2 x};$

8) $\begin{cases} x=a\cdot\sin t; \\ y=a\cdot\ln\cos t; \end{cases}$ 9) $y=\frac{1}{x}\cdot\sin 2x,\ y''-?$ 10) $x\cdot\sin y+y\cdot\sin x=0,\ y'_x-?$

Вариант 3

1) $y=3x-\frac{5}{x^3}+\sqrt[3]{x^2}-8;$ 2) $y=\left(x^2+2x\right)\cdot e^x;$ 3) $y=\frac{\cos x}{1-\sin x};$

4) $y=\sqrt{4x^3+2};$ 5) $y=\ln(\arccos x);$ 6) $y=\mathrm{arctg}\frac{x-3}{x+3};$ 7) $y=2^x+\sin\left(2^x\right);$

8) $\begin{cases} x=2e^t; \\ y=e^{-t}; \end{cases}$ 9) $y=\log_3(x+3),\ y''-?$ 10) $x^2+y^2+5xy=0,\ y'_x-?$

Вариант 4

1) $y=2\sqrt[3]{x}-7x^3+\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{8}{x^2}+5;$ 2) $y=x^3\cdot e^x;$ 3) $y=\frac{1+\sin x}{1-\sin x};$ 4) $y=\cos^3(5x);$

5) $y=e^{\sqrt{x^2+2x-3}};$ 6) $y=arctg\frac{1}{x};$ 7) $y=\ln\left(3x^2+\sqrt{9x^4+1}\right);$ 8) $\begin{cases} x=t^2; \\ y=t^3+t; \end{cases}$

9) $y=2^{3x-1},\ y'''-?$ 10) $xy-\ln y=3,\ y'_x-?;$

Вариант 5

1) $y=\sqrt[3]{x^2}-11x^{10}+\frac{7}{x^2}-5;$ 2) $y=x^3\cdot ctg\,x;$ 3) $y=\frac{1+3^x}{1-3^x};$ 4) $y=\cos^2 6x;$

5) $y=\sqrt{1-\sin 2x};$ 6) $y=\ln\left(x+\sqrt{x^2+3}\right);$ 7) $y=arctg\sqrt{2x-1};$ 8) $\begin{cases} x=e^t\sin t; \\ y=e^t\cos t; \end{cases}$

9) $y=x^3\ln x,\ y''-?$ 10) $3x^2+2y^3=5xy,\ y'_x-?$

Вариант 6

1) $y=2\sqrt{x}-4\ln x-\dfrac{8}{x}+3\sqrt[7]{x^6}$; 2) $y=3x^3\cdot\arcsin x$; 3) $y=\dfrac{\sin x}{1+\cos x}$;

4) $y=e^{\sqrt{1+3x}}$; 5) $y=\ln^2(tg\,x)$; 6) $y=\operatorname{arctg}\sqrt{4x^2-1}$; 7) $y=\operatorname{arctg}\dfrac{1}{x}+\dfrac{\sqrt{x^2-1}}{x}$;

8) $\begin{cases} x=2e^t; \\ y=e^{-t}; \end{cases}$ 9) $y=\operatorname{arctg}\dfrac{1}{x}$, $y''-?$ 10) $x^2\cdot\sin y+y\cdot\sin x=0$, $y'_x-?$

Вариант 7

1) $y=7x^3-2\sqrt{x}+\dfrac{3}{\sqrt[3]{x}}+9$; 2) $y=2^x\cdot\cos x$; 3) $y=\dfrac{\lg x}{x^2-9}$; 4) $y=(4x+1)^{13}$;

5) $y=10^{x^2+2x}$; 6) $y=2^{x\sqrt{x}}$; 7) $y=arcctg\sqrt{2x-3}$; 8) $\begin{cases} x=a\cdot\sin t; \\ y=a\cdot\ln\cos t; \end{cases}$ 9) $y=\ln^3 x$, $y''-?$

10) $4x^2-2y^3=5xy$, $y'_x-?$

Вариант 8

1) $y=5-3\cos x+\dfrac{2}{\sqrt{x}}-x^{12}+\dfrac{1}{x^{11}}$; 2) $y=x^3\cdot 5^x$; 3) $y=\dfrac{x^2}{4-x^2}$; 4) $y=e^{\arccos\sqrt{x}}$;

5) $y=\sin^3(5x-9)$; 6) $y=arctg\,e^{x/2}-tg\left(\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{x}{2}\right)$; 7) $y=\ln^2\left(e^{2x}-5\right)$; 8) $\begin{cases} x=t\cdot\sin t; \\ y=t\cdot\cos t; \end{cases}$

9) $y=\sqrt{\cos 4x}$, $y''-?$; 10) $2\sqrt{xy}=3x^2-2y$, $y'_x-?$

Вариант 9

1) $y=2x^3-4\sqrt[3]{x}+\dfrac{2}{x^5}+\dfrac{3}{\sqrt[5]{x}}-1$; 2) $y=\ln x\cdot arctg\,x$; 3) $y=\dfrac{x^2+3}{x^2-3}$; 4) $y=4\sin^5(\cos x)$;

5) $y=e^{2\sqrt{3x^3-2}}$; 6) $y=11^{-x^2\cdot tg\,3x}$; 7) $y=\lg x\cdot\ln(3x-1)$; 8) $\begin{cases} x=a\cdot\sin^3 t; \\ y=a\cdot\cos^3 t; \end{cases}$

9) $y=\dfrac{x-2}{x+4}$, $y''-?$; 10) $\ln xy-2x+e^{\frac{x}{y}}-4=0$, $y'_x-?$

Вариант 10

1) $y=8x^9-5\sqrt{x}+\dfrac{3}{\sqrt[3]{x}}+\sqrt{9}$; 2) $y=5x^4\cdot\arcsin x$; 3) $y=\dfrac{\sin x}{1+\cos x}$; 4) $y=(4x+1)^{13}$;

5) $y=\ln^2(tg\,x)$; 6) $y=3^{x^2\sqrt{x}}$; 7) $y=e^{\sqrt{2x^3+3}}$; 8) $\begin{cases} x=a\cdot\cos t; \\ y=a\cdot\sin t; \end{cases}$

9) $y=\ln^3 x$, $y''-?$; 10) $tg\sqrt{x}+y^2\cdot x^2-\sin\dfrac{x}{y}+2=0$, $y'_x-?$

Вариант 11

1) $y=7-8x^4+\dfrac{9}{x^2}-\sqrt[3]{x^2}$; 2) $y=2^x\cdot\sin x$; 3) $y=\dfrac{\ln x}{x^2-16}$; 4) $y=\arcsin\sqrt{x}$;

5) $y=4^{x^2-7x}$; 6) $y=\sqrt{1+\ln x}$; 7) $y=\operatorname{arctg}\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x}$; 8) $\begin{cases} x=3e^{2t}; \\ y=e^{-3t}; \end{cases}$ 9) $y=5^{3x^2-1}$, $y''-?$;

10) $3x^2+y^3=xy$, $y'_x-?$

Вариант 12

1) $y=2\sqrt{x}-4\ln x-\dfrac{8}{x}+3\sqrt[7]{x^6}$; 2) $y=\left(x^2-3\right)\cdot\arcsin x$; 3) $y=\dfrac{\ln x}{\sin x}$; 4) $y=e^{\sqrt{1+3x}}$;

5) $y=\ln\left(x+\cos x\right)$; 6) $y=arctg\sqrt{4x^2-1}$; 7) $y=\log_2\sqrt{2x-3}$; 8) $\begin{cases} x=t-1; \\ y=t^2-t; \end{cases}$

9) $y=\arcsin\dfrac{1}{x}$, $y''-?$; 10) $x\cdot\cos y+y\cdot\cos x=0$, $y'_x-?$

Вариант 13

1) $y=3+4x^2-\sqrt[5]{x}-4\cos x+\dfrac{5}{\sqrt{x}}$; 2) $y=\sqrt{x}\cdot tg\,x$; 3) $y=\dfrac{4+e^x}{3-e^x}$; 4) $y=\sqrt{4x^3+2}$;

5) $y=\arccos(\cos x)$; 6) $y=\ln\left(x+\sqrt{x^2-2}\right)$; 7) $y=arctg\,\dfrac{2x-5}{x-3}$; 8) $\begin{cases} x=a\cdot\cos t; \\ y=a\cdot\ln\sin t; \end{cases}$

9) $y=\dfrac{1}{x}\cdot\sin 3x$, $y''-?$; 10) $x^2+y^2-2xy=0$, $y'_x-?$

Вариант 14

1) $y=12+5x^2-\sqrt[4]{x}-4ctg\,x-\dfrac{11}{\sqrt{x}}$; 2) $y=\left(3x^2-5x\right)\cdot e^x$; 3) $y=\dfrac{\cos x}{1-\cos x}$;

4) $y=3x^3\ln x-x^3$; 5) $y=\sqrt{x^2+2x+3}$; 6) $y=arctg\,\dfrac{x-3}{x+3}$; 7) $y=2^x+\sin\left(2^x\right)$;

8) $\begin{cases} x=a^2\cdot\cos t; \\ y=a^3\cdot\ln\sin t; \end{cases}$ 9) $y=\dfrac{3}{x^2}\cdot\sin 3x$, $y''-?$; 10) $4x^2+3y^2+7xy=0$, $y'_x-?$

Вариант 15

1) $y=3x+\dfrac{4x^2}{7}-\sqrt[5]{x^3}-4\cos x-\sqrt{8}$; 2) $y=\sqrt[3]{x}\cdot tg\,x$; 3) $y=\dfrac{3+2e^x}{5+e^x}$; 4) $y=2e^{-x^2-x}$;

5) $y=\sin(\arcsin x)$; 6) $y=3\sin^7 x$; 7) $y=ctg\sqrt{2x+5}$; 8) $\begin{cases} x=-e^t; \\ y=e^{-t}; \end{cases}$

9) $y=\log_2(x-9)$, $y''-?$; 10) $x^5+4y^3-xy=0$, $y'_x-?$

Вариант 16

1) $y=4+\dfrac{4x^2}{7}-x\sqrt[5]{x^3}+7\cos x-\sqrt{8}x$; 2) $y=4^x(x^4-8x)$; 3) $y=\dfrac{\log_5 x}{5^x}$; 4) $y=e^{\sqrt{4-x}}$;

5) $y=\log_3\sqrt{x^2-5x+2}$; 6) $y=\sin(2x+5)^3$; 7) $y=\ln\dfrac{5x-3}{2x+7}$; 8) $\begin{cases} x=\dfrac{t+1}{2t}; \\ y=\dfrac{t-1}{2t}; \end{cases}$

9) $y=(2x-3)^4,\ y''-?$; 10) $x^4-y^4=x^2y^2,\ y'_x-?$

Вариант 17

1) $y=7-8x^4+\dfrac{9}{\sqrt[3]{x^2}}-\sqrt[3]{x^2}$; 2) $y=(\operatorname{tg}x+1)\arccos x$; 3) $y=\dfrac{\arccos x}{x-\arcsin x}$;

4) $y=\cos^4 2x$; 5) $y=\ln\left(\ln\sqrt{x}\right)$; 6) $y=\sqrt[3]{x-\ln x}$; 7) $y=20^{5-3x}$; 8) $\begin{cases} x=t\cos t; \\ y=t\sin t; \end{cases}$

9) $y=5^x,\ y'''-?$; 10) $x=e^{x+y},\ y'_x-?$

Вариант 18

1) $y=5x^4+\dfrac{2}{\sqrt[3]{x^2}}-\dfrac{1}{x^4}+3$; 2) $y=x\ln x-x$; 3) $y=\dfrac{\arcsin x}{x^2}$; 4) $y=3^{x^2}\cdot\sqrt{x^3-5x}$;

5) $y=\sin^2 x^3$; 6) $y=\operatorname{arctg}\ln x$; 7) $y=\dfrac{\sqrt{x}}{\sin 2x}$; 8) $\begin{cases} x=t^2+\sqrt[4]{t}-5; \\ y=\dfrac{t^3}{3}-\sqrt{t}+t; \end{cases}$ 9) $y=e^x\sin x,\ y''-?$;

10) $xy=ctg\,x,\ y'_x-?$

Вариант 19

1) $y=5x^8-\dfrac{3}{7x^4}+\sqrt[3]{x^5}-4$; 2) $y=2^x\cdot x^2$; 3) $y=\dfrac{7^x-3}{\sin x}$; 4) $y=\ln\dfrac{5x-3}{2x+7}$;

5) $y=\sin(2x+5)^3$**;** 6) $y=\sin^3(2x+5)$**;** 7) $y=\sqrt{3x^2-4x+5}$**;** 8) $\begin{cases} x=t-\arcsin t; \\ y=\dfrac{t^3}{3}+1; \end{cases}$

9) $y=\dfrac{e^{2x}+e^{-2x}}{4},\ y'''-?$; 10) $x-y=\arcsin x-\arcsin y,\ y'_x-?$

Вариант 20

1) $y=\dfrac{3}{8}x^4-\dfrac{5}{x^3}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}+\sqrt{2}$; 2) $y=\sqrt[7]{x^3}\ln x$; 3) $y=\dfrac{4\cos x}{tg\,x-2x}$;

5) $y=\ln\dfrac{x^2}{1-x^2}$; 6) $y=2^{\sin^3 2x-5\cos 2x}$; 7) $y=\ln^4\sin 3x$; 8) $\begin{cases} x=\ln(1+t^2); \\ y=\operatorname{arcctg} t; \end{cases}$

9) $y=tg\,x,\ y'''-?$; 10) $\arcsin\dfrac{x}{y}=y\ln x,\ y'_x-?$

Варианты заданий для контрольной работы для текущего контроля успеваемости.

Вариант 1

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = x^4 - 3x^2y^2 + 5xy^3 + y^4$; б) $z = \sqrt{xy + x/y}$.

2. Найти производную функции $z = \dfrac{2x-3y}{x+y}$ в точке (4; -3) по направлению вектора $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$

Вариант 2

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = 3x^2y^2 + 4xy^3 - x^2$; б) $z = 4\operatorname{arctg}\left(3y/x^3\right)$.

2. Найти производную функции $z = \dfrac{6x-7y}{x+y}$ в точке (-3; 2) по направлению вектора $\vec{l} = 12\vec{i} - 5\vec{j}$.

Вариант 3

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = 2y^2/x^3$; б) $z = \ln\left(e^{-x} + e^{4y}\right)$.

2. Найти производную функции $z = 13\operatorname{tg}(3x - 4y)$ в точке (4; 3) по направлению вектора $\vec{l} = 12\vec{i} + 5\vec{j}$.

Вариант 4

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = xe^y + ye^x$; б) $z = \ln\left(x + e^{xy}\right)$.

2. Найти производную функции $z = \dfrac{6x-7y}{x+y}$ в точке (-3; -2) по направлению вектора $\vec{l} = 2\vec{i} + 5\vec{j}$.

Вариант 5

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = 2x^2y - 3xy^2 + x + y$; б) $z = xe^{\frac{y}{x}} + \sin\left(\dfrac{y}{x}\right)$.

2. Найти производную функции $z = 5\operatorname{tg}(4x + y)$ в точке (1; 4) по направлению вектора $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$.

Вариант 6

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = x^2 - xy - 2y^2$; б) $z = \operatorname{arctg}\dfrac{y}{x}$.

2. Найти производную функции $z = 5e^{3x+2y}$ в точке (2; -3) по направлению вектора $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$.

Вариант 7

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = 2x^{3y}$; б) $z = \sqrt{x^2 - 5xy^3}$.

2. Найти производную функции $z = 10\sin(2x + 3y)$ в точке (3; -2) по направлению $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$.

Вариант 8

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = x^3 + 3x^2y + 12xy^3$; б) $z = \cos\left(\dfrac{x}{3} - 4y\right)$.

2. Найти производную функции $z = \dfrac{x-y}{x+y}$ в точке (-2; 3) по направлению вектора $\vec{l} = 5\vec{i} + 12\vec{j}$.

Вариант 9

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = 3x^5 + 2xy^3 - ye^x$; б) $z = \operatorname{arctg} \dfrac{x+y}{x}$.

2. Найти производную функции $z = 10e^{2x-3y}$ в точке (3; 2) по направлению вектора $\vec{l} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$.

Вариант 10

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = x^3 - 2x^2y + xy^2 + 1$; б) $z = e^x(\cos y + x\sin y)$.

2. Найти производную функции $z = 5\operatorname{tg}(4x+y)$ в точке (1; 4) по направлению вектора $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$.

Вариант 11

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = x^3 + 3x^2 + 4xy + y^2$; б) $z = \ln(x^2 - 5xy + y^8)$.

2. Найти производную функции $z = 5\sin(4x-y)$ в точке (1; 4) по направлению вектора $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$

Вариант 12

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = \dfrac{x^4}{2y}$; б) $z = \ln\left(x - \sqrt{x^2 - 5y^2}\right)$.

2. Найти производную функции $z = \dfrac{x+y}{x-y}$ в точке (2; 1) по направлению вектора $\vec{l} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$.

Вариант 13

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = 5xy + xe^y$; б) $z = \ln(3y - 2x^4)$.

2. Найти производную функции $z = x\sqrt{x} - 2y\sqrt{y}$ в точке (8; 2) по направлению вектора $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$.

Вариант 14

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $u = 2x^5 + y^3 - 5xy^2 + xz^2$; б) $z = \sqrt[4]{x + 8y}$.

2. Найти производную функции $z = \dfrac{5x^2 - 10y^2}{xy}$ в точке (-1; 1) по направлению вектора $\vec{l} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$

Вариант 15

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = 2x\ln y - y^3 + 6xy$; б) $z = \dfrac{x^2y^2}{x+y}$.

2. Найти производную функции $z = 3x\sqrt{x} + 2y\sqrt{y}$ в точке (5; 5) по направлению вектора $\vec{l} = 2\vec{i} + \vec{j}$.

Вторая рубежная аттестация

Вариант 1

1. Найти интегралы: а) $\int_1^2\left(x^2+\frac{5}{x^4}-\sqrt[3]{x^2}\right)dx$; б) $\int e^{1-3x}dx$; в) $\int_{-1}^{3}(3x+1)\,e^x dx$; г) $\int\frac{xdx}{\sqrt{4-x^2}}$;

д) $\int\frac{(x-5)dx}{26+2x+x^2}$; е) $\int\frac{\sqrt{x}\,dx}{\sqrt[4]{x^3}+\sqrt{x}}$; ж) $\int\cos 3x\cos 9x\,dx$; з) $\int_1^{\infty}\frac{dx}{(x+2)^3}$.

Вариант 2

1. Найти интегралы: а) $\int_1^3\left(3x^2-2\sqrt[3]{x}-\frac{1}{x}\right)dx$; б) $\int\sqrt{4x-1}dx$; в) $\int\frac{x^2dx}{1+x^3}$;

г) $\int_0^2(4-3x)e^{-3x}dx$; д) $\int\frac{(2x-1)dx}{x^2-x+1}$; е) $\int\frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$; ж) $\int\cos^5 x\sin x dx$; з) $\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{\sqrt{x^2+4}}$.

Вариант 3

1. Найти интегралы: а) $\int_1^2\left(4\sqrt[3]{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}+x^7\right)dx$; б) $\int\frac{3dx}{1-7x}dx$; в) $\int_0^{\pi/2}x\cos x\,dx$;

г) $\int\frac{dx}{\operatorname{arctg}^2 x\,(1+x^2)}$; д) $\int\frac{(3x-2)dx}{x^2+x+1}$; е) $\int\frac{\sqrt[6]{x}\,dx}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}$; ж) $\int\cos^4 xdx$; з) $\int_2^5\frac{dx}{x^2-4}$.

Вариант 4

1. Найти интегралы: а) $\int_1^3\left(4x-\sqrt[5]{x^2}-\frac{1}{x^3}\right)dx$; б) $\int\frac{dx}{\sqrt{4-5x}}$; в) $\int\frac{\ln xdx}{x}$;

г) $\int_1^e(x^2-4x)\ln xdx$; д) $\int\frac{dx}{3x^2-2x+2}$; е) $\int\frac{dx}{2+\sqrt{x+1}}$; ж) $\int\sin^3 x\,dx$; з) $\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x\ dx}{x^2+4}$.

Вариант 5

1. Найти интегралы: а) $\int_1^2\left(4x^5-\sqrt[5]{x^3}-\frac{3}{x^4}\right)dx$; б) $\int\sin(3-5x)dx$; в) $\int xe^{-x^2}dx$;

г) $\int\operatorname{arctg}3x\,dx$; д) $\int\frac{(x+1)dx}{2+2x+x^2}$; е) $\int_1^4\frac{\sqrt{x}\,dx}{x(x+1)}$; ж) $\int\operatorname{tg}^3 x\,dx$; з) $\int_{-\infty}^{0}x\,e^x dx$.

Вариант 6

1. Найти интегралы: а) $\int_1^2\left(\sqrt[5]{x^4}-\frac{3}{\sqrt{x}}+5x^2\right)dx$; б) $\int 5^{\,3-2x}\,dx$; в) $\int(x^2+1)^5xdx$;

г) $\int\ln(1+x^2)dx$; д) $\int\frac{(4x-3)dx}{x^2+4x+9}$; е) $\int_0^3\frac{dx}{1+\sqrt{x+1}}$; ж) $\int\sin^5 x\cos xdx$; з) $\int_{-1}^{\infty}\frac{dx}{4x+7}$.

Вариант 7

1. Найти интегралы: а) $\int\limits_1^e\left(\frac{2}{x^3}-\frac{1}{x}-\sqrt[3]{x}\right)dx$; б) $\int e^{5x-3}dx$; в) $\int(5-6x)\sin 4x dx$;

г) $\int\frac{3xdx}{10+3x^2}$; д) $\int\frac{dx}{x^2+7x+11}$; е) $\int\limits_3^8\frac{dx}{x\sqrt{x+1}}$; ж) $\int\sin^4 8x\cos 8x dx$; з) $\int\limits_0^3\frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$.

Вариант 8

1. Найти интегралы: а) $\int\limits_{-2}^1(3x^2+4x-1)dx$; б) $\int\cos(10x-7)dx$; в) $\int\frac{xdx}{\sqrt{9x^2+2}}$;

г) $\int\limits_1^e x^2\ln x\,dx$; д) $\int\frac{dx}{2x^2+6x+3}$; е) $\int\frac{dx}{1+\sqrt[3]{x+1}}$; ж) $\int\sqrt[5]{\sin^4 x}\cos x dx$; з) $\int\limits_{13}^{\infty}\frac{dx}{x\ln x}$.

Вариант 9

1. Найти интегралы: а) $\int\limits_1^8(\sqrt[3]{x}-x-4)dx$; б) $\int\frac{dx}{2x+9}$; в) $\int(2-5x)\sin x dx$; г) $\int\frac{xdx}{\sqrt{15-3x^2}}$;

д) $\int\frac{(x+5)dx}{x^2+x-2}$; е) $\int\limits_3^{15}\frac{x\,dx}{\sqrt{x+1}}$; ж) $\int\sin 7x\cos x dx$; з) $\int\limits_{-\infty}^0\cos 3x dx$.

Вариант 10

1. Найти интегралы: а) $\int\limits_0^4(\sqrt{x}-3x+2)dx$; б) $\int(1-4x)^8dx$; в) $\int\frac{3xdx}{8+2x^2}$;

г) $\int\limits_0^{\pi/2}(x-1)\cos x\,dx$; д) $\int\frac{(x+6)dx}{3x^2+x+1}$; е) $\int\frac{x^3dx}{\sqrt{x-1}}$; ж) $\int\frac{dx}{8+4\cos x}$; з) $\int\limits_1^{\infty}\frac{dx}{x^2+x}$.

Вариант 11

1. Найти интегралы: а) $\int\limits_1^2\left(\sqrt{x}-\frac{1}{x^3}+3x^4\right)dx$; б) $\int(2-5x)^7dx$; в) $\int\frac{xdx}{9-2x^2}$;

г) $\int\limits_0^1 x\,3^x dx$; д) $\int\frac{dx}{2x^2-2x+1}$; е) $\int\frac{1+\sqrt[4]{x}}{x\cdot\sqrt{x}}dx$; ж) $\int\frac{dx}{5+4\sin x}$; з) $\int\limits_{-\infty}^0 x\cos x dx$.

Вариант 12

1. Найти интегралы: а) $\int\limits_1^2\left(4x-\frac{2}{x^2}+\sqrt[3]{x}\right)dx$; б) $\int e^{5-7x}dx$; в) $\int\frac{xdx}{\sqrt{18-9x^2}}$;

г) $\int\limits_0^1 x\,e^{-x}dx$; д) $\int\frac{dx}{x^2-4x+10}$; е) $\int\limits_0^4\frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$; ж) $\int\sin^2 x\cos^2 x dx$; з) $\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{1+x^2}$.

Вариант 13

1. Найти интегралы: а) $\int\left(2\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x^3}}+4x\right)dx$; б) $\int e^{6x-4}dx$; в) $\int\limits_0^{1/4}\frac{dx}{x\ln x}$;

г) $\int xe^{x+3}dx$; д) $\int\frac{(x+4)dx}{2x^2-6x-8}$; е) $\int\limits_4^9\frac{\sqrt{x}\,dx}{\sqrt{x}-1}$; ж) $\int\frac{\sqrt[3]{\operatorname{ctg}^2 x}}{\sin^2 x}dx$; з) $\int\limits_0^{\infty}\frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2}dx$.

Вариант 14

1. Найти интегралы: а) $\int\left(1-3x^2+\sqrt[4]{x}-\frac{5}{x^2}\right)dx$; б) $\int\sin(5x-6)dx$; в) $\int\frac{3xdx}{4x^2+1}$; г) $\int\limits_1^3 x\ln x\,dx$;

д) $\int\frac{(5x-2)dx}{2x^2-5x+2}$; е) $\int\limits_0^4\frac{dx}{1+\sqrt{x}}$; ж) $\int\cos^3 4x\sin 4xdx$; з) $\int\limits_0^{\infty}2x\sin xdx$.

Вариант 15

1. Найти интегралы: а) $\int\limits_2^3\left(6x^2-5x+4\right)dx$; б) $\int\frac{dx}{3x-2}$; в) $\int\frac{2xdx}{\sqrt{3x^2-2}}$;

г) $\int(x+1)\sin 4xdx$; д) $\int\frac{dx}{x^2-6x+8}$; е) $\int\limits_1^4\frac{x\,dx}{1+\sqrt{x}}$; ж) $\int\sin^2 3x\cos 3xdx$; з) $\int\limits_0^{\infty}\frac{xdx}{x^2+4}$.

Критерии оценки письменной контрольной работы *(в рамках рубежной аттестации)*

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 25 баллов за выполнение рубежной контрольной работы. Каждое задание, входящее в контрольную, оценивается преподавателем определенным количеством баллов. Итоговый балл за контрольную работу получается суммированием баллов за все задания.

Критерий оценки одного задания:

– обучающийся правильно решил задачу; при этом логично, последовательно и аргументированно изложил решение задачи – максимальное количество баллов;
– обучающийся в основном правильно решил задачу, допустив при этом незначительные неточности и погрешности – 80% от максимального количества баллов;
– обучающийся не полностью решил задачу, но не менее 50%, допустив при этом не более одной грубой ошибки – 60% от максимального количества баллов;
– обучающийся привел неполное решение задачи (степень полноты – от 30% до 50%), допустив при этом значительные недочеты – 40% от максимального количества баллов;
– обучающийся привел не более 30% решения задачи, допустив при этом грубые ошибки и недочеты – 20% от максимального количества баллов;
– обучающийся не приступил к решению задачи – 0 баллов.

БИЛЕТЫ ДЛЯ ЗАЧЕТА

БИЛЕТ № 1

1. Найти производные данных функций: а) $y=\dfrac{5}{x^3}+\sqrt[7]{x^3}-8x^4-\ln 3$;

б) $y=\dfrac{\ln x}{x^2-9}$; в) $y=\sin(\ln x)$; г) $y=7x^3\cdot\cos 5x$; д) $y=\mathrm{tg}^2\,3x$;

2. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 7x}{x+\mathrm{tg}^2\,x}$

3. Найти значение выражения $2z''_{yy}-5z''_{yx}$ для функции $z=\dfrac{x^2}{y}-\dfrac{y^2}{x}$ в точке (1; -1).

БИЛЕТ № 2

1. Найти производные данных функций: а) $y=2x^6+\dfrac{7}{x}-\sqrt[5]{x^3}+\dfrac{12}{\sqrt{x}}+\ln 1$;

   б) $y=3^{2x^2-5}$; в) $y=\dfrac{\cos x}{x^3+2}$; г) $y=e^{-x}\left(5x-x^3\right)$; д) $y=\sin^5 12x$;

2. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln\cos x}{\ln\cos 3x}$

3. Найти значение выражения $3z''_{xx}-2z''_{xy}$ для функции $z=\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}$ в точке (1; -1).

БИЛЕТ № 3

1. Найти производные данных функций: а) $y=4x^7-\dfrac{2}{x}+\sqrt[3]{x^2}-6x$;

   б) $y=\dfrac{\cos x}{\sin x+\cos x}$; в) $y=e^{\arcsin x}$; г) $y=3x^3\cdot\arcsin x$; д) $y=\ln^2(\mathrm{tg}\,x)$;

2. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim\limits_{x\to +0}x^3\ln 2x$.

3. Найти значение выражения $8z''_{xx}+2z''_{xy}$ для функции $z=x\sqrt{y}-y\sqrt{x}$ в точке (4; 1).

БИЛЕТ № 4

1. Найти производные данных функций: а) $y=\dfrac{5}{x^2}+\sqrt[7]{x^3}-8x^4-e^3$;

б) $y=\dfrac{\ln x}{x^2-5x}$; в) $y=\sin^5 3x$; г) д) $y=x\cdot\arccos 3x$; д) $y=e^{x-\arcsin x}$;

2. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim\limits_{x\to 0}x^3\cdot\mathrm{ctg}\,6x$

3. Найти значение выражения $3z''_{xx}+4z''_{xy}$ для функции $z=x\sqrt{y}+y\sqrt{x}$ в точке (1; 4).

БИЛЕТ № 5

1. Найти производные данных функций: а) $y = x^6 - \dfrac{2}{x} + \sqrt[3]{x^2} - \ln e^2$;

б) $y = 2x^3 \cdot \operatorname{arctg} x$; в) $y = \dfrac{2 - x^2}{\cos 4x}$; г) $y = \cos^7 3x$; д) $y = \ln(x + \ln x)$;

2. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^{5x} - 2}{2x^3 - 5}$

3. Найти значение выражения $5z''_{xx} - 2z''_{xy}$ для функции $z = \sin(2x + 3y)$ в точке $\left(\dfrac{\pi}{4}; -\dfrac{\pi}{9}\right)$.

БИЛЕТ № 6

1. Найти производные данных функций: а) $y = 2x^5 - \dfrac{2}{x^3} - \sqrt[6]{x} - \ln e$;

б) $y = \dfrac{2x}{7 - x^5}$; в) $y = \sqrt[5]{(x^2 - 3)^2}$; г) $y = \operatorname{ctg}^4 2x$; д) $y = (1 - 2x)\arcsin x$;

2. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin 2x}{\sin 5x}$

3. Найти производную функции $z = \dfrac{5x^2 - 10y^2}{xy}$ в точке (-1; 1) по направлению вектора $\vec{l} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$

БИЛЕТ № 7

1. Найти производные данных функций: а) $y = 7x^3 - \dfrac{1}{x^5} + \sqrt[3]{x} - \ln 5$;

б) $y = (x^2 + 2) \cdot \ln 8x$; в) $y = \dfrac{x^3}{4 - x^2}$; г) $y = \sin^3 7x$; д) $y = \ln(x + \cos x)$;

2. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\operatorname{tg} 2x}{5x^2}$

3. Найти производную функции $z = 10e^{2x - 3y}$ в точке (3; 2) по направлению вектора $\vec{l} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$.

БИЛЕТ № 8

1. Найти производные данных функций: а) $y = 2\sqrt{x^3} - \dfrac{7}{x^3} + 3x^2 + 5^2$;

б) $y = \cos^3 3x$; в) $y = \dfrac{x^3}{4x - x^2}$; г) $y = 10^{x^2 + 3x}$; д) $y = \sin(\ln x)$;

2. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\operatorname{tg} x - \sin x}{3x^2}$

3. Найти производную функции $z = 3x\sqrt{x} + 2y\sqrt{y}$ в точке (5; 5) по направлению вектора $\vec{l} = 2\vec{i} + \vec{j}$

БИЛЕТ № 9

1. Найти производные данных функций: а) $y = 6x^3 - \frac{1}{x^5} + \sqrt[7]{x^2} - 2x$;

б) $y = 3x^2 \cdot \cos 5x$; в) $y = \frac{\operatorname{arctg} 4x}{x^2 - 1}$; г) $y = \operatorname{arctg}\frac{1}{x}$; д) $y = e^{\arcsin x}$;

2. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^2 - 1 + \ln x}{e^x - e}$

3. Найти значение выражения $2z''_{xx} - 5z''_{xy}$ для функции $z = \sin(2x - 3y)$ в точке $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{9}\right)$.

БИЛЕТ № 10

1. Найти производные данных функций: а) $y = 2x^5 - \frac{1}{x^3} - \sqrt[4]{x^3} + e^5$;

б) $y = \frac{5x - 8}{3^x}$; в) $y = \left(x^5 - 4\right) \cdot \sin 3x$; г) $y = 2^{3x-1}$; е) $y = \ln(2x + \cos x)$;

2. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin 6x}{x^2}$

3. Найти значение выражения $2z''_{yy} + 3z''_{yx}$ для функции $z = \cos(x - y^2)$ в точке (4; -2).

БИЛЕТ № 11

1. Найти производные данных функций: а) $y = \sqrt{31} + 4x^3 - \frac{3}{x} + \sqrt[3]{x^2}$;

б) $y = \frac{x^4}{2x - x^2}$; в) $y = \sin^7 2x$; г) $y = \operatorname{ctg} 2x \cdot (3 + x^3)$; д) $y = \ln\left(x - 4 - x^3\right)$;

2. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{8x^6 + 4x}{3x^3 + 9 - 2x}$.

3. Найти значение выражения $3z''_{yy} + z''_{yx}$ для функции $z = \frac{xy}{x^2 - y}$ в точке (2; 3).

БИЛЕТ № 12

1. Найти производные данных функций: а) $y = 8x^3 + 2\sqrt[3]{x^4} - \frac{3}{\sqrt{x^3}}$; б) $y = \frac{x^3}{\ln x}$;

в) $y = \operatorname{tg}^3 4x$; г) $y = \left(x^2 - 6x\right) \cdot \lg x$; д) $y = \operatorname{arctg}\sqrt{x}$;

2. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x - 2}{x^2 + 1}$

3. Найти производную функции $z = \frac{x + y}{x - y}$ в точке (2; 1) по направлению вектора $\vec{l} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$.

БИЛЕТ № 13

1. Найти производные данных функций: а) $y=8x-\dfrac{5}{x^4}-\sqrt[3]{x^5}+\sqrt{10}$;

б) $y=\dfrac{\sqrt{3}-\sin x}{\sqrt{3}+\cos x}$; в) $y=\sin^5 3x$; г) $y=e^{\sqrt{1+\ln x}}$; д) $y=(3x-1)\cdot\ln x$;

2. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln x\, e^{-x}$

3. Найти значение выражения $3z''_{yy}-2z''_{yx}$ для функции $z=\cos(x^2-2y)$ в точке (2; 2).

БИЛЕТ № 14

1. Найти производные данных функций: а) $y=4x^5-\dfrac{5}{x^3}+\sqrt{x^3}+\sqrt{5}$;

б) $y=\dfrac{1+e^x}{1-e^x}$; в) $y=\cos^3 7x$; г) $y=(2x^2-5)\cdot e^{5x}$; д) $y=\sqrt{1-\sin 2x}$;

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2}{1-\cos 6x}$

3. Найти значение выражения $z''_{yy}+2z''_{yx}$ для функции $z=e^{x^2-4y^2}$ в точке (2; 1).

БИЛЕТ № 15

1. Найти производные данных функций: а) $y=7x^5-\dfrac{8}{x^2}+\sqrt[7]{x^4}-\ln e$; б) $y=x^2\cdot e^{-x^2}$;

в) $y=6^{\operatorname{tg}x}$; д); е) $y=\cos^8 5x$; ж) $y=\operatorname{arctg}\sqrt{2x-1}$;

2. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x^2)}{x}$

3. Найти значение выражения $2z''_{xx}-z''_{xy}$ для функции $z=\ln(x^2+2y^2)$ в точке (-1; 0).

Критерии оценки (*в рамках промежуточной аттестации*)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» ответ студента на экзамене оценивается по 5-балльной шкале.

Критерий оценки ответа на экзамене:

– **5 баллов** получает студент, продемонстрировавший полное владение знаниями в соответствии с требованиями учебной программы, т.е. решивший все задания без ошибок в логических рассуждениях и в обосновании решения;

– **4 балла** получает студент, который при полном владении знаниями в соответствии с требованиями учебной программы допустил отдельные несущественные ошибки либо приведенные им решения недостаточно обоснованы;

– **3 балла** получает студент при неполном изложении полученных знаний, допустивший при этом отдельные существенные ошибки;

– **2 балла** получает студент при бессистемном изложении материала, допускающий существенные ошибки, которые могут препятствовать усвоению дальнейшей учебной информации.

ТРЕТИЙ СЕМЕСТР

Варианты заданий для первой рубежной аттестации

Вариант 1

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $2y'\sqrt[3]{x} = y^2$; б) $xy' = 2y\ln\frac{y}{x},\ y(1) = e$; в) $y' - \frac{4y}{x} = 2x^3$; г) $y'' = x^2 - e^{2x}$.

Вариант 2

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $xy' + 3y = 1$; б) $y' = \frac{y^2}{x^2} + 3\frac{y}{x} + 2$; в) $y' - \frac{y}{x} = x^2,\ y(1) = 0$; г) $y'' = \frac{x}{e^x}$.

Вариант 3

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y' = \frac{y+3}{x^2}$; б) $y' = \frac{y^2}{x^2} + 5\frac{y}{x} + 4$; в) $xy' - 2y = 3x^3$; г) $y'' = 3x + \cos 5x$.

Вариант 4

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y' = 7y^5$; б) $y' = \frac{x+2y}{2x-y},\ y(1) = 0$; в) $y' + y\cos x = \cos x$; г) $xy'' - y' = e^x \cdot x^2$.

Вариант 5

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $2yy' + 3x = 0$; б) $y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{y}{x} - 9,\ \ y(1) = 4$; в) $y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3}$;

г) $y'' = \cos x + e^{-x}$.

Вариант 6

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $xy' = 3y^2$; б) $y' = \frac{y}{x} - 3\frac{x}{y},\ y(-1) = 4$; в) $xy' + y = -\frac{2}{x}$; г) $y'' = \frac{2}{\sin^2 x}$.

Вариант 7

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y'=\dfrac{y^3}{3x+1}$; б) $y'=\dfrac{y^2}{x^2}-\dfrac{y}{x}+1$; в) $y'+\dfrac{3y}{x}=x^4$; г) $y''\operatorname{tg}x=y'+1$.

Вариант 8

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y'=y^2\operatorname{tg}x,\ y(\pi)=3$; б) $y'=2\dfrac{y^3}{x^3}+\dfrac{y}{x}$; в) $y'-\dfrac{y}{x}=x\sin x$; г) $y''=\sin 5x+\cos 2x$.

Вариант 9

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y\sqrt{4+x^2}dy=dx$; б) $y'=e^{\frac{y}{x}}+\dfrac{y}{x},\ y(e)=0$; в) $y'-\dfrac{y}{x}=-2\dfrac{\ln x}{x}$; г) $y''=\dfrac{1}{x^3}+4x$.

Вариант 10

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y'=\dfrac{y+3}{x^2}$; б) $y'=\dfrac{y^2}{x^2}-7\dfrac{y}{x}+2$; в) $y'-\dfrac{4y}{x}=2x^3$; г) $y''=x-\ln x$.

Вариант 11

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $2y'\sqrt[3]{x}=y^2$; б) $y'=\dfrac{x-y}{x}$; в) $y'-\dfrac{y}{x}=x^2,\ y(1)=0$; г) $y''=\operatorname{arctg}x$.

Вариант 12

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y'=3y^2$; б) $xy'=\sqrt{2x^2+y^2}+y$; в) $y'-\dfrac{3y}{x}=-\dfrac{5}{x^4}$; г) $x^4y''+x^3y'=4$.

Вариант 13

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y(4+e^x)dy=e^x dx$; б) $y'=\dfrac{y^2}{x^2}-\dfrac{y}{x}+4$; в) $y'+\dfrac{3y}{x}=x^4$; г) $y''=e^{2x}-3x$.

Вариант 14

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $2yy'+3x=0$; б) $xy'=y\ln\dfrac{y}{x}$; в) $y'+y\cos x=\cos x$; г) $y''=x^3+\cos 4x$.

Вариант 15

1. Решить дифференциальные уравнения:

   а) $xy' + 3y = 0$; б) $y' = \frac{y^2}{x^2} + 5\frac{y}{x} + 6$; в) $y' + \frac{y}{2x} = 3x$; г) $y'' = \frac{1}{x^2} + x$.

Варианты заданий для контрольной работы для текущего контроля успеваемости.

Вариант 1

а) $xy'' + 2y' = 0$; б) $y''y^3 + 1 = 0, y(1) = -1, \; y'(1) = -1$; в) $y'' - 6y' + 10y = x + 4$.

Вариант 2

а) $xy'' = y'$; б) $y'' = 2y^3, y'(-1) = y(-1) = 1$; в) $y'' - 3y' + 2y = (1 - 2x)e^x$.

Вариант 3

а) $xy'' + y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$; б) $y''y^3 + 64 = 0, \; y(0) = 4, \; y'(0) = 2$; в) $y'' - 4y' + 4y = -e^{2x}$. 2.

Вариант 4

а) $y'' = \frac{1}{\sin^2 2x}$; $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4}; y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$; б) $yy'' = (y')^2$; в) $4y'' - 8y' + 5y = x^3$.

Вариант5

а) $xy'' + 2y' = 0$; б) $y'' = 1 - (y')^2$; б) $y'' + 2y' = x^2 + 2$.

Вариант 6

а) $y'' = 24y^3$; б) $x^3y'' + x^2y' = \sqrt{x}$; в) $y'' - 6y' + 8y = 3x^2 - 1$.

Вариант 7

а) $y'' = \frac{3}{x^3}, y(1) = 2, \; y'(1) = 0$; б) $y'' = 30y^3$; в) $y'' - 4y' + 8y = 6e^{4x}$.

Вариант 8

а) $y'' \operatorname{tg} 5x = 5y'$; б) $4y^3y'' = y^4 - 1, \; y(0) = \sqrt{2}, \; y'(0) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$; в) $y'' + 2y' + 5y = 5x$.

Вариант 9

а) $xy'' = y'$; б) $y^3y'' = y^4 - 16, \; y(0) = 2\sqrt{2}, y'(0) = \sqrt{2}$; в) $y'' - 6y' + 10y = x + 4$.

Вариант 10

а) $y'' = (y')^2$; б) $y'' = \frac{y'}{x}\left(1 + \ln\frac{y'}{x}\right)$; $y(1) = \frac{1}{2}, y'(1) = 1$; в) $y'' + 2y' + 5y = x - 2$.

Вариант 11
а) $xy'' + 2y' = 0$; б) $y'' = 72y^3$, $y(2) = 1$, $y'(2) = 6$; в) $y'' - 6y' + 10y = x + 4$.

Вариант 12
а) $y'' = \sin 5x$; б) $y''y^3 + 36 = 0$, $y(0) = 3$, $y'(0) = 2$; в) $y'' - 4y' + 4y = x^2 + 3x$.

Вариант 13
а) $y''x\ln x = y'$; б) $y'' = 8y^3$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$; в) $y'' + 2y' + 5y = x$.

Вариант 14
а) $xy'' = y'$; б) $y'' = 32y^3$, $y(4) = 1$, $y'(4) = 4$; в) $y'' - y' - 2y = 6x + 1$.

Вариант15
а) $y''(e^x + 1) + y' = 0$; б) $y''y^3 + 16 = 0$, $y(1) = 2$, $y'(1) = 2$; в) $y'' - 2y' - 3y = 4x$.

Вторая рубежная аттестация

Вариант 1
1. На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил три из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный вопрос.
2. В корзине 8 белых и 7 чёрных шаров. Наудачу берут 4 шаров. Какова вероятность того, что из них 2 белые и 2 чёрные?
3. На сборочный цех поступают генераторы с трех заводов в соотношении 3:5:7. Вероятности качественного изготовления изделий на этих заводах равны соответственно 0,8; 0,85; 0,95. Какова вероятность того, что взятый для сборки случайным образом генератор окажется качественным?
4. В городе три коммерческих банка, оценки надёжности которых (вероятности, что они не обанкротятся) – 0,95; 0,9 и 0,85 соответственно. Найти вероятность события «в течение года обанкротятся все три банка».

Вариант 2
1. Подбрасывают два игральных кубика. Какова вероятность того, что на обоих кубиках выпадет одинаковое число очков.
2. В ящике находится 7 бракованных и 16 годных деталей. Найти вероятность того, что среди трех наудачу извлеченных деталей окажется хотя бы одна годная.
3. В магазин поступают лампы из трех заводов: 45% с первого завода; 40% - со второго и 15% - с третьего. Продукция первого завода содержит 70% стандартных ламп, второго – 80%, третьего 90%. Найдите вероятность того, что лампа, купленная в магазине, окажется стандартной.
4. В городе три коммерческих банка, оценки надёжности которых (вероятности, что они не обанкротятся) – 0,95; 0,9 и 0,85 соответственно. Найти вероятность события «обанкротятся только два банка».

Вариант 3
1. В урне 8 белых и 6 чёрных шаров. Из урны извлекают один шар; этот шар оказался белым. После этого из урны извлекают ещё один шар. Какова вероятность того, что этот шар тоже будет белым?
2. В ящике 25 деталей, из которых 10 - со скрытым дефектом. Из ящика наудачу берут 4

детали. Какова вероятность того, что 3 детали из них качественные, а одна - дефектная?

3. В магазине продается обувь определенного размера и фасона: 60 пар произведено на первой фабрике; 40 пары – на второй и 50 пар – на третьей. Известно, что 90% обуви, произведенной на первой фабрике качественная; для обуви второй и третьей фабрики – 80% и 70% обуви качественны. Покупатель купил одну пару обуви, какова вероятность, что она оказалось качественной.

4. В городе три коммерческих банка, оценки надёжности которых (вероятности, что они не обанкротятся) – 0,95; 0,9 и 0,85 соответственно. Найти вероятность события «обанкротится только один банк».

Вариант 4

1. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу взятого жетона не содержит цифру 3.

2. В корзине находятся шары: 5 синих, 3 красных и 2 белых. Наудачу извлекают три шара. Найти вероятность того, что эти шары разного цвета.

3. 20% приборов собирает специалист высокой квалификации; 50% - специалист средней квалификации и 30% - молодой специалист. Надежность работы прибора, собранного специалистом высокой квалификации равна 0,98; собранного специалистом средней квалификации - 0,84; собранного молодым специалистом - 0,72. Какова вероятность того, что наудачу взятый для проверки прибор оказался надежным?

4. Трое студентов сдают экзамен. Вероятности сдачи экзамена для них 0,7; 0,6 и 0,2 соответственно. Какова вероятность сдачи экзамена только одним студентом?

Вариант 5

1. Всего в чемпионате по бадминтону участвует 76 спортсмена, среди которых 16 участников из России, в том числе Игорь Чаев. Найти вероятность того, что в первом туре Игорь будет играть с соотечественником, если участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия.

2. В ящике 15 шаров, из которых 5 синих и 10 красных. Извлекаются 6 шаров. Найти вероятность того, что среди шаров 2 синих и 4 красных.

3. В бригаде три трактора, которые исправны с вероятностями 0,5; 0,8 и 0,9 соответственно. Какова вероятность того, что на день проверки все три трактора окажутся исправными?

4. Трое студентов сдают экзамен. Вероятности сдачи экзамена для них 0,7; 0,6 и 0,2 соответственно. Какова вероятность сдачи экзамена двумя студентами?

Вариант 6

1. На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил три из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный вопрос.

2. В корзине 8 белых и 7 чёрных шаров. Наудачу берут 4 шаров. Какова вероятность того, что из них 2 белые и 2 чёрные?

3. На сборочный цех поступают генераторы с трех заводов в соотношении 3:5:7. Вероятности качественного изготовления изделий на этих заводах равны соответственно 0,8; 0,85; 0,95. Какова вероятность того, что взятый для сборки случайным образом генератор окажется качественным?

4. Трое студентов сдают экзамен. Вероятности сдачи экзамена для них 0,7; 0,6 и 0,2 соответственно. Какова вероятность сдачи экзамена хотя бы одним студентом?

Вариант 7

1. Подбрасывают два игральных кубика. Какова вероятность того, что на обоих кубиках выпадет одинаковое число очков.

2. В ящике находится 7 бракованных и 16 годных деталей. Найти вероятность того, что среди трех наудачу извлеченных деталей окажется хотя бы одна годная.

3. В магазин поступают лампы из трех заводов: 45% с первого завода; 40% - со второго и 15% - с третьего. Продукция первого завода содержит 70% стандартных ламп, второго – 80%, третьего 90%. Найдите вероятность того, что лампа, купленная в магазине, окажется стандартной.
4. В первой бригаде 6 тракторов, а во второй бригаде 9. В каждой бригаде один трактор требует ремонта. Из каждой бригады выбирают по одному трактору. Найти вероятность события «оба трактора исправны».

Вариант 8
1. В урне 8 белых и 6 чёрных шаров. Из урны извлекают один шар; этот шар оказался белым. После этого из урны извлекают ещё один шар. Какова вероятность того, что этот шар тоже будет белым?
2. В ящике 25 деталей, из которых 10 - со скрытым дефектом. Из ящика наудачу берут 4 детали. Какова вероятность того, что 3 из них качественные, а одна - дефектная?
3. В магазине продается обувь определенного размера и фасона: 60 пар произведено на первой фабрике; 40 пары – на второй и 50 пар – на третьей. Известно, что 90% обуви, произведенной на первой фабрике качественная; для обуви второй и третьей фабрики – 80% и 70% обуви качественны. Покупатель купил одну пару обуви, какова вероятность, что она оказалось качественной.
4. В первой бригаде 6 тракторов, а во второй бригаде 9. В каждой бригаде один трактор требует ремонта. Из каждой бригады выбирают по одному трактору. Найти вероятность события – «один трактор требует ремонта».

Вариант 9
1. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу взятого жетона не содержит цифру 3.
2. В корзине находятся шары: 5 синих, 3 красных и 2 белых. Наудачу извлекают три шара. Найти вероятность того, что эти шары разного цвета.
3. 20% приборов собирает специалист высокой квалификации; 50% - специалист средней квалификации и 30% - молодой специалист. Надежность работы прибора, собранного специалистом высокой квалификации равна 0,98; собранного специалистом средней квалификации - 0,84; собранного молодым специалистом - 0,72. Какова вероятность того, что наудачу взятый для проверки прибор оказался надежным?
4. В первой бригаде 6 тракторов, а во второй бригаде 9. В каждой бригаде один трактор требует ремонта. Из каждой бригады выбирают по одному трактору. Найти вероятность события «трактор из второй бригады исправен».

Вариант 10
1. Всего в чемпионате по бадминтону участвует 76 спортсмена, среди которых 16 участников из России, в том числе Игорь Чаев. Найти вероятность того, что в первом туре Игорь будет играть с соотечественником, если участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия.
2. В ящике 15 шаров, из которых 5 синих и 10 красных. Извлекаются 6 шаров. Найти вероятность того, что среди шаров 2 синих и 4 красных.
3. В бригаде три трактора, которые исправны с вероятностями 0,5; 0,8 и 0,9 соответственно. Какова вероятность того, что на день проверки все три трактора окажутся исправными?
4. На сборочный цех поступают генераторы с трех заводов в соотношении 3:5:7. Вероятности качественного изготовления изделий на этих заводах равны соответственно 0,8; 0,85; 0,95. Какова вероятность того, что взятый для сборки случайным образом генератор окажется качественным?

Вариант 11
1. В урне 8 белых и 6 чёрных шаров. Из урны извлекают один шар; этот шар оказался белым. После этого из урны извлекают ещё один шар. Какова вероятность того, что этот шар тоже будет белым?
2. В ящике 25 деталей, из которых 10 - со скрытым дефектом. Из ящика наудачу берут 4 детали. Какова вероятность того, что 3 из них качественные, а одна - дефектная?

3. В магазине продается обувь определенного размера и фасона: 60 пар произведено на первой фабрике; 40 пары – на второй и 50 пар – на третьей. Известно, что 90% обуви, произведенной на первой фабрике качественная; для обуви второй и третьей фабрики – 80% и 70% обуви качественны. Покупатель купил одну пару обуви, какова вероятность, что она оказалось качественной.
4. Трое студентов сдают экзамен. Вероятности сдачи экзамена для них 0,9; 0,6 и 0,4 соответственно. Какова вероятность сдачи экзамена только одним студентом?

Вариант 12
1. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу взятого жетона не содержит цифру 3.
2. В корзине находятся шары: 5 синих, 3 красных и 2 белых. Наудачу извлекают три шара. Найти вероятность того, что эти шары разного цвета.
3. 20% приборов собирает специалист высокой квалификации; 50% - специалист средней квалификации и 30% - молодой специалист. Надежность работы прибора, собранного специалистом высокой квалификации равна 0,98; собранного специалистом средней квалификации - 0,84; собранного молодым специалистом - 0,72. Какова вероятность того, что наудачу взятый для проверки прибор оказался надежным?
4. В городе три коммерческих банка, оценки надёжности которых (вероятности, что они не обанкротятся) – 0,95; 0,9 и 0,85 соответственно. Найти вероятность события «обанкротится только один банк».

Вариант 13
1. На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил три из них. Найдите вероятность того, что ему попадется выученный вопрос.
2. В корзине 8 белых и 7 чёрных шаров. Наудачу берут 4 шаров. Какова вероятность того, что из них 2 белые и 2 чёрные?
3. На сборочный цех поступают генераторы с трех заводов в соотношении 3:5:7. Вероятности качественного изготовления изделий на этих заводах равны соответственно 0,8; 0,85; 0,95. Какова вероятность того, что взятый для сборки случайным образом генератор окажется качественным?
4. В городе три коммерческих банка, оценки надёжности которых (вероятности, что они не обанкротятся) – 0,95; 0,9 и 0,85 соответственно. Найти вероятность события «не обанкротится ни один банк».

Вариант 14
1. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу взятого жетона содержит цифру 1.
2. Студент выучил 15 вопросов из 30 экзаменационных. Какова вероятность сдать экзамен, если достаточно ответить на 2 вопроса из трёх заданных?
3. В магазин поступили телевизоры от трёх фирм в отношении 1:4:5. Известно, что телевизоры этих фирм прослужат гарантийный срок с вероятностями 0,98; 0,92 и 0,88 соответственно. Найти вероятность того, что купленный в этом магазине телевизор прослужит гарантийный срок.
4. В бригаде три трактора, которые исправны с вероятностями 0,4; 0,8 и 0,9 соответственно. Какова вероятность того, что на день проверки только два трактора окажутся исправными?

Вариант 15

1. В урне 8 белых и 6 чёрных шаров. Из урны извлекают один шар; этот шар оказался белым. После этого из урны извлекают ещё один шар. Какова вероятность того, что этот шар тоже будет белым?
2. В партии из 20 изделий 6 изделий имеют скрытый дефект. Какова вероятность того, что из взятых наудачу 4 изделий 2 являются дефектными?

3. В трёх ящиках находятся шары. В первом ящике – 6 синих и 4 красных; во втором ящике – 8 синих и 2 красных; в третьем – 3 синих и 7 красных. Наудачу выбирается ящик и из него извлекается шар. Какова вероятность того, что извлечённый шар окажется синим?
4. На трёх станках производятся подшипники. Вероятность брака для первого станка равна 0,02; для второго – 0,03; для третьего – 0,04. Производительности этих станков находятся в соотношении 1:2:6. Какова вероятность того, что взятый наудачу подшипник оказался бракованным?

Критерии оценки письменной контрольной работы *(в рамках рубежной аттестации)*

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 25 баллов за выполнение рубежной контрольной работы. Каждое задание, входящее в контрольную, оценивается преподавателем определенным количеством баллов. Итоговый балл за контрольную работу получается суммированием баллов за все задания.

Критерий оценки одного задания:

– обучающийся правильно решил задачу; при этом логично, последовательно и аргументированно изложил решение задачи – максимальное количество баллов;
– обучающийся в основном правильно решил задачу, допустив при этом незначительные неточности и погрешности – 80% от максимального количества баллов;
– обучающийся не полностью решил задачу, но не менее 50%, допустив при этом не более одной грубой ошибки – 60% от максимального количества баллов;
– обучающийся привел неполное решение задачи (степень полноты – от 30% до 50%), допустив при этом значительные недочеты – 40% от максимального количества баллов;
– обучающийся привел не более 30% решения задачи, допустив при этом грубые ошибки и недочеты – 20% от максимального количества баллов;
– обучающийся не приступил к решению задачи – 0 баллов.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ БИЛЕТЫ

БИЛЕТ № 1

1. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.

2. Вычислить интегралы:

а) $\int\left(\sqrt[3]{x}-x-4\right)dx$; б) $\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}\sin 4x\,dx$; в) $\int\limits_{0}^{1}x\,3^{x}dx$; г) $\int\frac{dx}{1+\sqrt{x+1}}$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y'=\frac{y+3}{x^2}$; б) $y'=\frac{y^2}{x^2}+\frac{y}{x}+4$; в) $xy'-2y=3x^3$; г) $y''-7y'+6y=e^{2x}$.

БИЛЕТ № 2

1. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.
2. Вычислить интегралы:

а) $\int\left(3x^2+\sqrt[4]{x^3}-1\right)dx$; б) $\int\frac{dx}{4x+7}$; в) $\int\limits_{0}^{1}x\,e^{-x}dx$; г) $\int\limits_{4}^{9}\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}dx$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y'=3y^2$; б) $y'=\frac{x+y}{x-y}$; в) $y'+y\cos x=\cos x$; г) $xy''=y'$.

БИЛЕТ № 3

1. Дифференциальные уравнения второго порядка.
2. Вычислить интегралы:

а) $\int\left(3x^2+\frac{1}{x^4}\right)dx$; б) $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{6}}\cos 3x\,dx$; в) $\int(3x+1)\,e^{x}dx$; г) $\int\limits_{0}^{1}\frac{\sqrt{x}}{1+x}dx$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

а) $2y'\sqrt[3]{x}=y^2$; б) $xy'=y\ln\frac{y}{x}$; в) $y'-\frac{4y}{x}=2x^3$; г) $y''=3x+\cos 2x$.

БИЛЕТ № 4

1. Дифференциальное уравнение 1-го порядка: определение; общее и частное решения.
2. Вычислить интегралы:

а) $\int\left(\frac{2}{x^3}-\frac{1}{x}\right)dx$; б) $\int\limits_{0}^{2}\frac{x\,dx}{x^2+1}$; в) $\int(x-1)\cos x\,dx$; г) $\int\limits_{0}^{4}\frac{dx}{1+\sqrt{x}}$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

а) $xy' + 3y = 0$; б) $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$; в) $y' - \frac{y}{x} = x^2$, при $x = 1,\ y = 0$; г) $y'' = \frac{3}{x^3}$.

БИЛЕТ № 5

1. Задача, приводящая к понятию определенного интеграла и его определение.

2. Вычислить интегралы:

а) $\int\left(\sqrt{x} - \frac{1}{x^3}\right)dx$; б) $\int_0^1 \frac{3\,dx}{4+5x}$; в) $\int x \ln x\, dx$; г) $\int_1^4 \frac{x\,dx}{1+\sqrt{x}}$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

а) $2yy' + 3x = 0$; б) $y' = \frac{y-x}{x}$; в) $y' + \frac{3y}{x} = x^4$; г) $4y'' - 8y' + 5y = 3x^2$.

БИЛЕТ № 6

1. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решения.
2. Вычислить интегралы:

а) $\int\left(6x^2 - \frac{5}{x^3} + 4\right)dx$; б) $\int_3^4 \frac{x\ \ dx}{x^2 - 4}$; в) $\int_1^e x^2 \ln x\, dx$; г) $\int \frac{\sqrt{x}\,dx}{x(x+1)}$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

а) $xy' = 3y^2$; б) $y' = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$; в) $y' - \frac{y}{x} = x \sin x$; г) $2y'' + 2y' + 5y = xe^{2x}$.

БИЛЕТ № 7

1. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка и способы их решения.
2. Вычислить интегралы:

а) $\int\left(\sqrt{x} - 3x + 2\right)dx$; б) $\int \frac{\ln x\ dx}{x}$; в) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x\, dx$; г) $\int_3^{15} \frac{x}{\sqrt{x+1}}\,dx$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y' - y^2 \operatorname{tg} x = 0$; б) $y' = 2\frac{y^3}{x^3} + \frac{y}{x}$; в) $y' - 3y = 2e^{5x}$; д) $y'' - 5y' + 6y = 2x - 5$.

БИЛЕТ № 8

1. Неоднородные линейные ДУ 2-го порядка: теорема о структуре общего решения
2. Вычислить интегралы:

а) $\int\left(4x - \frac{2}{x^2}\right)dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x\, dx$; в) $\int (3+x)\, e^x dx$; г) $\int_3^8 \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}$;

3. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y'=\dfrac{y^3}{3x+1}$; б) $y'=\dfrac{y^2}{x^2}-\dfrac{y}{x}+1$; в) $xy'+y=-\dfrac{2}{x}$; г) $y''=\dfrac{2}{\sin^2 x}$.

БИЛЕТ № 9

1. Теорема существования и единственности решения для ДУ 1-го порядка.
2. Найти интегралы:

1) $\int\left(2\sqrt{x}-\dfrac{1}{\sqrt{x^3}}+4x\right)dx$; 2) $\int\limits_1^2\dfrac{xdx}{\sqrt{3+x^2}}$; 3) $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}(5-2x)\sin 4xdx$; 4) $\int\dfrac{1+x}{x+\sqrt{x}}dx$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

1) $\sqrt{5-y^2}dx=ydy$; 2) $3y'=\dfrac{x-2y}{x}$; 3) $xy''+2y'=0$ 4) $y''-2y'-3y=4x$

БИЛЕТ № 10

1. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.
2. Найти интегралы:

1) $\int\limits_1^2\left(4x^5-\sqrt[4]{x^3}+2e^x-\dfrac{1}{x}\right)dx$; 2) $\int\limits_0^1\dfrac{3xdx}{1+2x^2}$; 3) $\int(x^6-4x)\ln xdx$; 4) $\int\sin^2 3x\,dx$;

3. Решить дифференциальные уравнения:

1) $y'=\dfrac{7y+3}{2x^4}$; 2) $xy'=\sqrt{x^2-y^2}+y$, 3) $y''=\dfrac{3}{x^3}+\cos 4x$. 4) $y''-4y'+4y=x^2+3x$

БИЛЕТ № 11

1. Линейные ДУ 2-го порядка: неоднородные и однородные уравнения.
2. Найти интегралы:

1) $\int\limits_1^2\left(4\sqrt[3]{x}-\dfrac{1}{\sqrt{x^5}}+x\right)dx$; 2) $\int\dfrac{4dx}{1-9x}$; 3) $\int\cos^3 xdx$; 4) $\int\dfrac{\sqrt{x}}{x-1}dx$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

1) $2y'\sqrt{x}=7y^2$, $y(4)=3$; 2) $xy'=y\ln\dfrac{y}{x}$; 3) $xy''=y'$. 4) $y''-6y'+10y=x+4$

БИЛЕТ № 12

1. Дифференциальные уравнения: определение, порядок ДУ, решение ДУ.
2. Найти интегралы:

1) $\int\limits_0^4\left(\sqrt{x}-3x+2\right)dx$; 2) $\int\dfrac{3xdx}{4x^2+1}$; 3) $\int\limits_1^3 x\ln x\,dx$; 4) $\int\limits_0^4\dfrac{dx}{1+\sqrt{x}}$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

1) $2yy'+3x=0$; 2) $y'-\dfrac{y}{x}=-\dfrac{12}{x^3}$; 3) $xy''+2y'=0$; 4) $y''+2y'+5y=x-2$

БИЛЕТ № 13

1. ДУ с разделяющимися переменными: определение и порядок решения.
2. Найти интегралы:

1) $\int_1^2 \left(3x^2 - 2\sqrt[3]{x} + 4 - \dfrac{1}{x}\right)dx$; 2) $\int_2^3 \dfrac{x^2 dx}{1-2x^3}$; 3) $\int (4-3x)e^{2x}dx$; 4) $\int \dfrac{(x+1)dx}{x\sqrt{x-2}}$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

1) $y\,dy = e^x y^3 dx$; 2) $y' - \dfrac{4y}{x} = 5x^8$; 3) $y'' = 2x + \sin 3x$; 4) $y'' - 4y' + 8y = 6e^{4x}$.

БИЛЕТ № 14

1. Характеристическое уравнение и структура общего решения ДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами
2. Найти интегралы:

1) $\int \left(\sqrt[5]{x^4} - \dfrac{3}{\sqrt{x}} + 5x^2\right)dx$; 2) $\int_0^1 5^{\,3-2x}\,dx$; 3) $\int_0^3 \dfrac{dx}{1+\sqrt{x+1}}$; 4) $\int \sin^5 x \cos x dx$;

3. Решить дифференциальные уравнения:

1) $y' = y^2 - 3$; 2) $y' - \dfrac{y}{x} = x^2$, 3) $y'' = (y')^2$. 4) $y'' - 6y' + 8y = 3x^2 - 1$

БИЛЕТ № 15

1. Линейные однородные ДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
2. Найти интегралы:

1) $\int \left(4x^5 - \sqrt[5]{x^3} - \dfrac{3}{x^4}\right)dx$; 2) $\int xe^{-x^2}dx$; 3) $\int_1^4 \dfrac{\sqrt{x}\,dx}{x(x+1)}$; 4) $\int arcctg\, x\, dx$;

3. Решить дифференциальные уравнения:

1) $2yy' + 3x = 0$; 2) $y' = \dfrac{y^2}{x^2} + 5\dfrac{y}{x} + 6$; 3) $xy'' = -2y'$, 4) $4y'' - 8y' + 5y = x^3$

Критерии оценки (*в рамках промежуточной аттестации*)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» ответ студента на экзамене оценивается по 5-балльной шкале.

Критерий оценки ответа на экзамене:

– **5 баллов** получает студент, продемонстрировавший полное владение знаниями в соответствии с требованиями учебной программы, т.е. решивший все задания без ошибок в логических рассуждениях и в обосновании решения;

– **4 балла** получает студент, который при полном владении знаниями в соответствии с требованиями учебной программы допустил отдельные несущественные ошибки либо приведенные им решения недостаточно обоснованы;

– **3 балла** получает студент при неполном изложении полученных знаний, допустивший при этом отдельные существенные ошибки;

– **2 балла** получает студент при бессистемном изложении материала, допускающий существенные ошибки, которые могут препятствовать усвоению дальнейшей учебной информации.