

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Миндзаров Магомед Шагалович

Должность: Ректор

Дата подписания: 11.09.2023 14:44:54

Уникальный программный ключ:

236bcc35c296f119d6aafdc22836b21db52dbc07971a86865a5825f97a4304e9

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ

ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ГРОЗНЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ

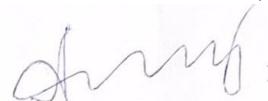
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИМЕНИ АКАДЕМИКА М.Д.МИЛЛИОНЩИКОВА»

ВЫСШАЯ И ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

УТВЕРЖДЕН

на заседании кафедры
« 02 » 09 » 20 23 г., протокол №__
Заведующий кафедрой



А. М. Гачаев

(подпись)

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

МАТЕМАТИКА

Направление подготовки

38.03.04 Государственное и муниципальное управление

Направленность (профиль)

«Государственная и муниципальная служба»

Квалификация

бакалавр



Составитель _____ М. А. Магомаева

Грозный - 2023

ПАСПОРТ
ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
МАТЕМАТИКА
(наименование дисциплины)

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1.	Линейная алгебра	УК-1,УК-1.1,УК-1.3, ОПК-2,ОПК-2.2	<i>1-ая рубежная аттестация</i>
2.	Элементы векторной алгебры	УК-1,УК-1.1,УК-1.3, ОПК-2,ОПК-2.2	<i>Контрольная работа</i>
3.	Аналитическая геометрия	УК-1,УК-1.1,УК-1.3, ОПК-2,ОПК-2.2	<i>2-ая рубежная аттестация</i>
4.	Теория пределов	УК-1,УК-1.1,УК-1.3, ОПК-2,ОПК-2.2	<i>Контрольная работа</i>
5.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	УК-1,УК-1.1,УК-1.3, ОПК-2,ОПК-2.2	<i>1-ая рубежная аттестация</i>
6.	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	УК-1,УК-1.1,УК-1.3, ОПК-2,ОПК-2.2	<i>Контрольная работа</i>
7.	Интегральное исчисление функции одной переменной	УК-1,УК-1.1,УК-1.3, ОПК-2,ОПК-2.2	<i>2-ая рубежная аттестация</i>
8.	Дифференциальные уравнения первого порядка	УК-1,УК-1.1,УК-1.3, ОПК-2,ОПК-2.2	<i>1-ая рубежная аттестация</i>
9.	Дифференциальные уравнения второго порядка	УК-1,УК-1.1,УК-1.3, ОПК-2,ОПК-2.2	<i>2-ая рубежная аттестация</i>
10.	Основы теории вероятностей и математической статистики	УК-1,УК-1.1,УК-1.3, ОПК-2,ОПК-2.2	<i>Контрольная работа</i>

ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
1	<i>Рубежная аттестация</i>	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины.	Комплект контрольных заданий по вариантам
2	<i>Контрольная работа</i>	Текущий контроль. Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу учебной дисциплины.	Комплект контрольных заданий по вариантам
3	<i>Экзамен</i>	Средство проверки знаний, умений, владений, приобретенных обучающимся в течение семестра.	Комплект экзаменационных билетов

ПЕРВЫЙ СЕМЕСТР

Варианты заданий для первой рубежной аттестации на тему «Системы линейных уравнений»

Решить системы уравнений: 1) методами Крамера и матричным;
2) методом Гаусса

Вариант 1

$$1) \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - x_3 = 6, \\ x_1 + 5x_2 + 7x_3 = 5, \\ 4x_1 + 6x_2 + x_3 = 10; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_1 - x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 0, \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Вариант 2

$$1) \begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - x_3 = 13, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -7, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -2; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - x_4 = 1, \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 - x_4 = 3, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 2. \end{cases}$$

Вариант 3

$$1) \text{ и } 2) \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0, \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 1, \\ 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 - 2x_4 = 1. \end{cases}$$

Вариант 4

$$1) \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 22, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 10; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 4x_1 - 3x_2 - 2x_3 - x_4 = -3. \end{cases}$$

Вариант 5

$$1) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 7, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = -13, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = -17; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 = 0, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 + x_4 = 1. \end{cases}$$

Вариант 6

$$1) \begin{cases} 4x_1 - 2x_2 + x_3 = -14, \\ x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 7, \\ 9x_1 + x_2 - 7x_3 = -15; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 2, \\ 3x_1 - 8x_2 + x_3 + 2x_4 = 5, \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 - x_4 = 3. \end{cases}$$

Вариант 7

$$1) \begin{cases} 7x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 15, \\ 5x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 15, \\ 10x_1 - 11x_2 + 5x_3 = 36; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 1, \\ 4x_1 - 7x_2 + 2x_3 + x_4 = 3, \\ 3x_1 - 5x_2 - x_3 - 3x_4 = 2. \end{cases}$$

Вариант 8

$$1) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 16, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 17, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 3, \\ 5x_1 + 2x_2 - 5x_3 - 3x_4 = -1, \\ 7x_1 - 5x_2 + x_3 + x_4 = 4. \end{cases}$$

Вариант 9

$$1) \begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - x_3 = 7, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 - x_4 = 1, \\ 4x_1 + 5x_2 - 2x_3 - x_4 = 3, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 3x_4 = 2. \end{cases}$$

Вариант 10

$$1) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 4, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 - 4x_4 = 9, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 5. \end{cases}$$

Вариант 11

$$1) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 = -1, \\ 3x_1 + x_2 - 3x_3 = 3; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 = 1, \\ 2x_1 + 7x_2 - 4x_3 - 3x_4 = 3, \\ x_1 + 4x_2 - 3x_3 - x_4 = 2. \end{cases}$$

Вариант 12

$$1) \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -2, \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 1; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x_1 + 4x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 2x_1 + 9x_2 - x_3 - 4x_4 = 5, \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 = 3. \end{cases}$$

Вариант 13

$$1) \begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 12, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = -9; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 5, \\ 2x_1 - 7x_2 + 4x_3 + x_4 = 9, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 4. \end{cases}$$

Вариант 14

$$1) \begin{cases} 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = -4; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 3x_4 = -5, \\ 4x_1 - x_2 - 4x_3 + x_4 = -1. \end{cases}$$

Вариант 15

$$1) \begin{cases} x_1 - 5x_2 - 2x_3 = -10, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 17, \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 = 14; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 7x_3 - 2x_4 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 8x_3 - 4x_4 = 1, \\ 4x_1 + 2x_2 + 19x_3 + x_4 = 8. \end{cases}$$

Вариант 16

$$1) \begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 8, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 = 11, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 13; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 5, \\ 3x_1 - 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 + x_4 = 4. \end{cases}$$

Вариант 17

$$1) \begin{cases} 5x_1 - 2x_2 + x_3 = -1, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 6, \\ x_1 - 3x_2 - x_3 = -5; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 2, \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 3, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5. \end{cases}$$

Вариант 18

$$1) \begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 = 2, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 = 8; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 5x_3 - 3x_4 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 5, \\ 5x_1 - 8x_2 + 17x_3 - 19x_4 = 5. \end{cases}$$

Вариант 19

$$1) \begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = -1, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = -2; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 4, \\ 2x_1 - 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 7, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 3. \end{cases}$$

Вариант 20

$$1) \begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 - 4x_2 + 4x_3 = -1, \\ -x_1 - 4x_2 + 3x_3 = -4; \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 5, \\ 3x_1 - x_2 - 3x_3 + x_4 = 10, \\ 2x_1 - 3x_2 - 7x_3 + 3x_4 = 5. \end{cases}$$

Варианты заданий для контрольной работы для текущего контроля успеваемости на тему «Векторы»

Вариант 1

1) Даны точки с координатами $A(3;2;-3)$, $B(5;1;-1)$, $C(1;-2;1)$. Найти $\angle A$.

2) Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$. Найти $\sin(\vec{a} \wedge \vec{b})$.

3) Найти смешанное произведение векторов $\vec{a} = (1;4;-3)$, $\vec{b} = (2;2;-2)$, $\vec{c} = (3;2;1)$.

4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Вариант 2

1) Даны: $|\vec{a}| = 13$, $|\vec{b}| = 19$, $|\vec{a} + \vec{b}| = 24$. Вычислить: $|\vec{a} - \vec{b}|$.

2) Зная две стороны $\vec{AB} = (-3;-2;6)$, $\vec{BC} = (-2;4;4)$ $\triangle ABC$, вычислить высоту $|\vec{AD}|$.

3) Даны точки с координатами $A_1(1;2;0)$, $A_2(3;0;-3)$, $A_3(5;2;6)$, $A_4(8;4;-9)$. Найти:

а) $\cos(\vec{A_1A_2} \wedge \vec{A_1A_4})$; б) объем пирамиды.

4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

Вариант 3

1) Даны: $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 8$, $(\vec{a} \wedge \vec{b}) = 60^\circ$. Вычислить: $|\vec{a} + \vec{b}|$ и $|\vec{a} - \vec{b}|$.

2) Даны вершины треугольника: $A(4; -14; 8)$, $B(2; -18; 12)$, $C(12; -8; 12)$.

Найти h .

3) Даны точки с координатами $A_1(-2; 0; -4)$, $A_2(-1; 7; 1)$, $A_3(4; -8; -4)$, $A_4(1; -4; 6)$.

Найти: а) $\cos(\overrightarrow{A_1A_2} \wedge \overrightarrow{A_1A_4})$; б) объем пирамиды

4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 8 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

Вариант 4

1) Даны: $|\vec{a}| = 11$, $|\vec{b}| = 23$, $|\vec{a} - \vec{b}| = 30$. Вычислить: $|\vec{a} + \vec{b}|$.

2) Найти высоту и площадь параллелограмма, если известны координаты точек $A(2; 1; 0)$, $B(-2; 4; 1)$, $C(-3; -8; 4)$.

3) Даны вершины пирамиды: $A_1(1; 3; 6)$, $A_2(2; 2; 1)$, $A_3(-1; 0; 1)$, $A_4(-4; 6; -3)$. Найти: а) объем пирамиды; б) высоту, опущенную на грань $A_1A_2A_3$.

4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -6 & -8 & 2 \\ -5 & 2 & 8 \\ -3 & -4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Вариант 5

1) При каком значении m векторы $\vec{a} = (6; 0; 12)$ и $\vec{b} = (-8; 15; m)$ перпендикулярны?

2) Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{q} - \vec{p}$, $\vec{b} = 3\vec{q} - \vec{p}$, где $\vec{p} \perp \vec{q}$, \vec{p} и \vec{q} – орты. Найти $[\vec{a} \cdot \vec{b}]$.

3) Компланарны ли векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ и $\vec{c} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$?

4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 5 \\ -4 & 1 & 3 \\ 8 & -2 & -6 \end{pmatrix}.$$

Вариант 6

1) Найти $3|\vec{m}| - 2(\vec{m}\vec{n}) + 4\vec{n}^2$, если $|\vec{m}| = \frac{1}{3}$, $|\vec{n}| = 6$, $(\vec{m} \wedge \vec{n}) = \frac{\pi}{3}$.

2) Найти площадь ΔABC , если известны координаты точек $A(1; 2; -1)$, $B(0; 1; 5)$, $C(-1; 2; 1)$.

3) Даны векторы $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$ и $\vec{c} = 4\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$. Найти объем и высоту параллелепипеда.

4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -8 & 10 \\ -8 & 11 & 2 \\ 10 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Вариант 7

1) Даны вершины $\triangle ABC$ $A(1;1;0)$, $B(1;1;2)$, $C(3;-3;1)$. Найти $\angle A$.

2) Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$. Найти $\sin(\vec{a} \wedge \vec{b})$.

3) Найти объем и высоту пирамиды, если известны координаты точек $A(1;2;1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-2;3;1)$, $D(-5;4;5)$.

4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Вариант 8

1) Даны три вершины параллелограмма $ABCD$: $A(3;2)$, $B(5;1)$, $D(1;-2)$. Найти $|\overline{AC}|$.

2) Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$. Найти $\sin(\vec{a} \wedge \vec{b})$.

3) Найти объем и высоту пирамиды, если известны координаты точек $A(0;1;0)$, $B(2;3;5)$, $C(6;1;2)$, $D(3;2;1)$.

4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -6 & -2 & 8 \\ 3 & 1 & -4 \\ 5 & 8 & 2 \end{pmatrix}.$$

Вариант 9

1) Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$. Найти $(\vec{a} \cdot \vec{b})$.

2) Даны векторы $\vec{a} = 4\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$. Найти $\sin(\vec{a} \wedge \vec{b})$.

3) Даны вершины треугольника: $A(1;2;3)$, $B(2;1;2)$, $C(-1;-2;-3)$. Найти площадь и высоту треугольника.

4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -8 & 5 \\ 4 & 1 & -3 \\ 8 & 2 & -6 \end{pmatrix}.$$

Вариант 10

1) Даны: $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 2$, $(\vec{a} \wedge \vec{b}) = 60^\circ$. Найти $(3\vec{a} - \vec{b})^2$.

2) Даны векторы $\vec{a} = \vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$, $\vec{b} = -3\vec{j} + 4\vec{k}$. Найти $\sin(\vec{a} \wedge \vec{b})$.

3) Компланарны ли векторы $\vec{a} = 5\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ и $\vec{c} = \vec{i} - 7\vec{j} - 2\vec{k}$?

4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -3 \\ -8 & 2 & 5 \\ 2 & 8 & -6 \end{pmatrix}.$$

Вариант 11

1) Вычислить $(2\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})$, если $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 2$, $(\vec{a} \wedge \vec{b}) = 60^\circ$.

2) Найти площадь и высоту $\triangle ABC$, если известны координаты точек $A(0;2;1)$, $B(2;-3;5)$, $C(-1;3;5)$.

3) Доказать, что точки $A(2;1;3)$, $B(0;2;1)$, $C(1;-2;1)$ и $D(2;-1;-3)$ лежат в одной плоскости.

4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 5 \\ -4 & 1 & 3 \\ 8 & -2 & -6 \end{pmatrix}.$$

Вариант 12

1) Вычислить $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b})$, если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 5$, $(\vec{a} \wedge \vec{b}) = 120^\circ$.

2) Найти площадь $\triangle ABC$, если известны координаты точек $A(2;1;-3)$, $B(5;1;2)$, $C(2;3;-1)$.

3) Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{k}$ и $\vec{c} = \vec{j} - 2\vec{k}$. Найти объем и высоту параллелепипеда.

4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -8 \\ -4 & 7 & -4 \\ -8 & -4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Вариант 13

1) Даны точки с координатами $A(-4;0;3)$, $B(-2;1;-3)$, $C(3;-1;2)$. Найти $\angle B$, h .

2) Даны векторы $\vec{a} = (2;-2;1)$, $\vec{b} = (2;3;6)$. Найти $\sin(\vec{a} \wedge \vec{b})$.

3) Компланарны ли векторы $\vec{p} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{q} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ и $\vec{r} = 7\vec{i} + 14\vec{j} - 13\vec{k}$?

4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ -8 & 2 & -5 \\ -2 & -8 & -6 \end{pmatrix}.$$

Вариант 14

- 1) Даны векторы $\vec{a} = 8\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j}$. Найти $(\vec{a} \wedge \vec{b})$.
- 2) Определить и построить вектор $[\vec{a} \cdot \vec{b}]$, если $\vec{a} = 3\vec{i}$, $\vec{b} = 2\vec{k}$ и найти площадь параллелограмма, построенного на векторах \vec{a} и \vec{b} .
- 3) Показать, что точки $A(3;5;-4)$, $B(1;-1;-3)$, $C(7;2;-6)$ и $D(-1;3;-2)$ лежат в одной плоскости.
- 4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ -8 & 2 & -5 \\ -2 & -8 & -6 \end{pmatrix}.$$

Вариант 15

- 1) Даны точки с координатами $A(0;3;-2)$, $B(2;-1;5)$, $C(-6;1;3)$. Найти $\angle C$.
- 2) Даны векторы $\vec{a} = 3\vec{p} + 4\vec{q}$, $\vec{b} = 2\vec{p} - \vec{q}$, где \vec{p} и \vec{q} – орты. Найти $[\vec{a} \cdot \vec{b}]$.
- 3) Даны векторы $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{c} = \vec{i} - \vec{k}$. Найти объем и высоту параллелепипеда.
- 4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -8 \\ -8 & -6 & -2 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Вариант 16

- 1) Найти угол между диагоналями параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}$ и $\vec{b} = -2\vec{j} - \vec{k}$.
- 2) Раскрыть скобки и упростить выражение:

$$(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) \cdot \vec{c} + (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}) \cdot \vec{b} + (\vec{b} - \vec{c}) \cdot \vec{a}.$$
- 3) Вычислить объем тетраэдра, вершины которого находятся в точках $A(2;-1;1)$, $B(5;5;4)$, $C(3;2;-1)$, $D(4;1;3)$. Найти длину его высоты, опущенной из вершины D .
- 4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -2 \\ 2 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Вариант 17

- 1) Даны векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \alpha\vec{k}$, $\vec{b} = \beta\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, причем $\vec{a} \parallel \vec{b}$. Найти α , β .

2) Найти площадь и высоту $\triangle ABC$, если известны координаты точек $A(-3;4;2)$, $B(2;1;-3)$, $C(3;-1;0)$.

3) Компланарны ли векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ и $\vec{c} = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$?

4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & -8 \\ -8 & 2 & -4 \\ -2 & -8 & 1 \end{pmatrix}.$$

Вариант 18

1) Даны точки с координатами $A(1;2;1)$, $B(-1;2;3)$, $C(1;-2;1)$. Найти $(\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC})$, h .

2) Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} - 3\vec{b}$, $3\vec{a} - \vec{b}$, $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$, $(\vec{a} \wedge \vec{b}) = 30^\circ$.

3) Компланарны ли векторы $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{c} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$?

4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 8 & -2 \\ 5 & 2 & 8 \\ 3 & -4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Вариант 19

1) Даны векторы: $\vec{a} = m\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + m\vec{k}$, $\vec{a} \perp \vec{b}$. Найти m .

2) Построить треугольник с вершинами $A(3;-3;1)$, $B(1;0;1)$, $C(4;-2;0)$. Вычислить его площадь и высоту AO .

3) Объем тетраэдра равен $10e\delta^3$, три его вершины находятся в точках $A(2;-1;2)$, $B(2;-1;2)$, $C(-3;-2;3)$. Найти координаты четвертой вершины D , если известно, что она лежит на оси OY .

4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -6 & -2 & 8 \\ 3 & 1 & -4 \\ 5 & 8 & 2 \end{pmatrix}.$$

Вариант 20

1) Раскрыть скобки в выражении: $(2\vec{i} - \vec{j})\vec{j} + (\vec{j} - 2\vec{k})\vec{k} + (\vec{i} - 2\vec{k})^2$.

2) Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = \vec{m} + 2\vec{n}$ и $\vec{b} = 2\vec{m} + \vec{n}$, где \vec{m} и \vec{n} – единичные векторы, образующие угол $\angle 45^\circ$.

3) Найти объем треугольной пирамиды, площадь грани BCD и высоту, опущенную на эту грань, если известны координаты вершин $A(2;2;2)$, $B(4;3;3)$,

$C(4;5;4)$, $D(5;5;6)$.

4) Найти собственные векторы и собственные значения матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -8 & -5 \\ 4 & 1 & 3 \\ -8 & -2 & -6 \end{pmatrix}.$$

**Варианты заданий для второй рубежной аттестации на тему
«Аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве,
Кривые второго порядка»**

Вариант 1

1) Известны координаты треугольника ABC $A(3;2)$, $B(-4;-1)$, $C(4;4)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противоположной стороне; б) расстояние от вершины до противоположной стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $x^2 + 4y^2 - 2x - 56y + 181 = 0$,

б) $x^2 + 2x - 9y^2 + 36y - 44 = 0$,

в) $y^2 - 10x - 2y - 19 = 0$.

3) Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M_1(1;3;4)$ перпендикулярной к плоскостям, заданным уравнениями $2x + 3y + z - 1 = 0$, $3x - y + 2z - 2 = 0$.

Вариант 2

1) Известны координаты треугольника ABC $A(4;-2)$, $B(2;3)$, $C(-3;1)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противоположной стороне; б) расстояние от вершины до противоположной стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $9x^2 + 4y^2 + 54x + 8y + 49 = 0$,

б) $\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{9}y^2 - x + \frac{2}{3}y - 1 = 0$,

в) $4x^2 + 4x - 8y - 19 = 0$.

3) Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(1;2;3)$ и $M_2(2;3;4)$ перпендикулярно плоскости $3x - 2y + z - 3 = 0$.

Вариант 3

1) Известны координаты треугольника ABC $A(2;3)$, $B(4;-2)$, $C(-3;-5)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противоположной стороне; б) расстояние от вершины до противоположной стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $16x^2 + 25y^2 - 32x + 50y - 359 = 0$,

б) $16x^2 - 9y^2 - 64x - 18y + 199 = 0$,

в) $2x^2 - 4x + 2y - 3 = 0$.

3) Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M_1(3;0;4)$ и перпендикулярно $\overline{M_1M_2}$, где $M_2(3;6;9)$.

Вариант 4

1) Известны координаты треугольника ABC $A(4;-2)$, $B(-3;3)$, $C(2;-4)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противоположной стороне; б) расстояние от вершины до противоположной стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $9x^2 + 10y^2 + 40y - 50 = 0$,

б) $9x^2 - 4y^2 + 24y - 72 = 0$,

в) $y^2 - 6x + 14y + 49 = 0$.

3) Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(1;2;3)$, $M_2(2;4;1)$ и $M_3(5;6;7)$.

Вариант 5

1) Известны координаты треугольника ABC $A(4;2)$, $B(-3;-1)$, $C(1;-3)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противоположной стороне; б) расстояние от вершины до противоположной стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $5x^2 + 9y^2 - 30x + 18y + 9 = 0$,

б) $5x^2 - 4y^2 + 30x + 8y + 21 = 0$,

в) $y^2 - 10x - 2y - 19 = 0$.

3) Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-1;2;-3)$ перпендикулярно плоскостям $3x + 4y - z + 1 = 0$, $2x - y + 3z - 4 = 0$.

Вариант 6

1) Известны координаты треугольника ABC $A(5;2)$, $B(-4;-3)$, $C(4;1)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противоположной стороне; б) расстояние от вершины до противоположной стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $4x^2 + 9y^2 + 32x - 54y + 109 = 0$,

б) $3x^2 - 4y^2 - 12x = 0$,

в) $2x^2 - 12x + y + 13 = 0$.

3) Даны точки с координатами $M_1(1;-2;3)$ и $M_2(-2;4;5)$. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку M_1 перпендикулярно вектору $\overline{M_1M_2}$.

Вариант 7

1) Известны координаты треугольника ABC $A(-1;-2)$, $B(3;2)$, $C(4;1)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противоположной стороне; б) расстояние от вершины до противоположной стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $x^2 + 4y^2 + 4x - 16y - 8 = 0$,

б) $x^2 + 14x - y^2 + 4y + 9 = 0$,

в) $4x - y^2 + 6y - 13 = 0$.

3) Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M_1(1;3;4)$ перпендикулярно плоскостям $2x + 3y + z - 1 = 0$, $3x - y + 2z - 2 = 0$.

Вариант 8

1) Известны координаты треугольника ABC $A(3;1)$, $B(-2;-4)$, $C(-5;-2)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противоположной стороне; б) расстояние от вершины до противоположной стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $x^2 + 2y^2 + 8x - 4y = 0$,

б) $x^2 - y^2 + 4x - 10y - 25 = 0$,

в) $y^2 + 2y - 4x + 9 = 0$.

3) Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(-4;5;-2)$, $M_2(2;-4;3)$ и $M_3(5;-6;7)$.

Вариант 9

1) Известны координаты треугольника ABC $A(4;3)$, $B(-4;2)$, $C(3;-1)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противоположной стороне; б) расстояние от вершины до противоположной стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $x^2 + 4y^2 + 4x - 16y - 8 = 0$,

б) $16x^2 - 9y^2 - 64x - 54y - 161 = 0$,

в) $x^2 + 10x + 6y + 25 = 0$.

3) Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M_1(2;5;7)$ и перпендикулярно $\overline{M_1M_2}$, где $M_2(6;3;5)$.

Вариант 10

1) Известны координаты треугольника ABC $A(-4;-2)$, $B(5;-2)$, $C(3;-4)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противоположной стороне; б) расстояние от вершины до противоположной стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $2x^2 + 5y^2 + 8x - 10y - 17 = 0$,

б) $x^2 - y^2 + 4x = 0$,

в) $2x^2 + 12x + 5y - 2 = 0$.

3) Даны точки с координатами $M_1(1;2;-5)$ и $M_2(2;4;1)$. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку M_1 перпендикулярно вектору $\overline{M_1M_2}$.

Вариант 11

1) Известны координаты треугольника ABC $A(5;1)$, $B(7;-6)$, $C(3;-4)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противоположной стороне; б) расстояние от вершины до противоположной стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $x^2 + 4y^2 - 2x - 64y + 32 = 0$,

б) $x^2 - 4y^2 + 6x + 5 = 0$,

в) $y^2 + 8x - 16 = 0$.

3) Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(2;-1;3)$ и $M_2(3;1;0)$ перпендикулярно плоскости $4x + 2y - 3z - 3 = 0$.

Вариант 12

1) Известны координаты треугольника ABC $A(-1;2)$, $B(-3;-1)$, $C(1;-3)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противоположной стороне; б) расстояние от вершины до противоположной стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $x^2 + 2y^2 + 8x + 4 = 0$,

б) $9x^2 - 25y^2 - 18x - 100y - 316 = 0$,

в) $x^2 - 4y - 6x + 29 = 0$.

3) Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2;2;-3)$ перпендикулярно плоскостям $x - 7y - z - 2 = 0$, $9x - y + z - 5 = 0$.

Вариант 13

1) Известны координаты треугольника ABC $A(2;-2)$, $B(3;-1)$, $C(1;-4)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противоположной стороне; б) расстояние от вершины до противоположной стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $9x^2 + 5y^2 + 18x - 30y + 9 = 0$,

б) $4x^2 + 40x - 16y^2 + 64y + 100 = 0$,

в) $2y^2 + 8y - 7x + 15 = 0$.

3) Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(0;-2;3)$ перпендикулярно плоскостям $x + 3y - 5z - 2 = 0$, $6x + 5y + 2z - 2 = 0$.

Вариант 14

1) Известны координаты треугольника ABC $A(-2;-3)$, $B(-3;1)$, $C(2;-1)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противоположной стороне; б) расстояние от вершины до противоположной стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $x^2 + 2y^2 + 2x - 8y + 5 = 0$,

б) $x^2 - 9y^2 + 2x - 36y - 10 = 0$,

в) $y^2 + 2y + 4x - 11 = 0$.

3) Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(-1;4;3)$ и $M_2(3;2;4)$ перпендикулярно плоскости $6x + y + 2z - 3 = 0$.

Вариант 15

1) Известны координаты треугольника ABC $A(3;2)$, $B(2;3)$, $C(-3;-2)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противоположащей стороне; б) расстояние от вершины до противоположащей стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $4x^2 + 9y^2 - 18y - 36x + 4 = 0$,

б) $-x^2 + 4y^2 - 4x + 8y - 4 = 0$,

в) $y^2 - 5y - x + 7 = 0$.

3) Даны точки с координатами $M_1(3;-4;5)$ и $M_2(2;4;1)$. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку M_1 перпендикулярно вектору $\overline{M_1M_2}$.

Вариант 16

1) Известны координаты треугольника ABC $A(5;4)$, $B(-3;3)$, $C(1;-7)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противоположащей стороне; б) расстояние от вершины до противоположащей стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $4x^2 + 36y^2 + 72y - 16x - 92 = 0$,

б) $-3x^2 + 4y^2 - 12y = 0$,

в) $x + 2y^2 - 6y + 4 = 0$.

3) Написать уравнение плоскости, проходящий через точку $M_1(2;5;7)$ и перпендикулярно вектору $\overline{M_1M_2}$, где $M_2(6;3;5)$.

Вариант 17

1) Известны координаты треугольника ABC $A(4;5)$, $B(2;3)$, $C(-1;-3)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противоположащей стороне; б) расстояние от вершины до противоположащей стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $x^2 + y^2 - 8x + 12y - 29 = 0$,

б) $2x^2 - 2y^2 + 2x = 0$,

в) $x^2 - 6x + 8y - 47 = 0$.

3) Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-1;6;0)$ перпендикулярно плоскостям $4x + 5y - 2z - 2 = 0$, $2x + 3z - 11 = 0$.

Вариант 18

1) Известны координаты треугольника ABC $A(-5;1)$, $B(-3;0)$, $C(-4;4)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противоположной стороне; б) расстояние от вершины до противоположной стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $9x^2 + 9y^2 + 36x - 18y + 20 = 0$,

б) $x^2 - y^2 - 4y = 0$,

в) $2x^2 - 8x + 7y - 6 = 0$.

3) Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(3;-2;0)$ и перпендикулярно вектору $\overline{M_1M_2}$, где $M_2(-4;5;1)$.

Вариант 19

1) Известны координаты треугольника ABC $A(4;0)$, $B(-1;-2)$, $C(2;-5)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противоположной стороне; б) расстояние от вершины до противоположной стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $25x^2 + 9y^2 + 2x - 18y - 116 = 0$,

б) $x^2 - 3y^2 + 6y - 15 = 0$,

в) $x - 4y^2 + 16y - 15 = 0$.

3) Даны точки с координатами $A(5;-2;7)$ и $B(0;4;-2)$. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку A перпендикулярно \overline{AB} .

Вариант 20

1) Известны координаты треугольника ABC $A(-2;5)$, $B(5;-5)$, $C(-4;2)$. Найти: а) уравнения: всех сторон треугольника, высоты треугольника, медианы, биссектрисы и прямой, проходящей через вершину треугольника, параллельной противоположной стороне; б) расстояние от вершины до противоположной стороне; в) угол в треугольнике (при вершине B).

2) Привести к каноническому виду уравнение кривой 2-го порядка и сделать схематический чертеж:

а) $36x^2 + 36y^2 - 36x - 24y - 23 = 0$,

б) $x^2 - 4y^2 + 8y + 12 = 0$,

в) $4x^2 + 12x - 8y - 7 = 0$.

3) Написать уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(2;0;3)$, $M_2(-1;4;3)$ и $M_3(-6;3;-5)$.

Критерии оценки письменной контрольной работы (в рамках рубежной аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 25 баллов за выполнение рубежной контрольной работы. Каждое задание, входящее в контрольную, оценивается преподавателем определенным количеством баллов. Итоговый балл за контрольную работу получается суммированием баллов за все задания.

Критерий оценки одного задания:

- обучающийся правильно решил задачу; при этом логично, последовательно и аргументированно изложил решение задачи – максимальное количество баллов;
- обучающийся в основном правильно решил задачу, допустив при этом незначительные неточности и погрешности – 80% от максимального количества баллов;
- обучающийся не полностью решил задачу, но не менее 50%, допустив при этом не более одной грубой ошибки – 60% от максимального количества баллов;
- обучающийся привел неполное решение задачи (степень полноты – от 30% до 50%), допустив при этом значительные недочеты – 40% от максимального количества баллов;
- обучающийся привел не более 30% решения задачи, допустив при этом грубые ошибки и недочеты – 20% от максимального количества баллов;
- обучающийся не приступил к решению задачи – 0 баллов.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ БИЛЕТЫ

БИЛЕТ № 1

1. Вывод условий параллельности и условия перпендикулярности двух векторов.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 8, \\ x_2 + 2x_3 = 11; \end{cases}$$

3. Даны точки $A(-2; -3; 4)$, $B(-5; 4; -2)$, $C(7; -5; 3)$, $D(3; -1; 2)$. Найти $|\vec{AB}|$, $|\vec{AC}|$ и объем пирамиды $ABCD$.

4. Даны точки $A(2; -4)$, $B(-6; -2)$. Составить общее уравнение прямой AB и найти угловой коэффициент, построить эту прямую.

5. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x + 2}{2x^2 + 5x + 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 + 4x^3 + x}{5x^4 + 9x^2 - 7}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{3+x} \right)^{2x}$.

БИЛЕТ № 2

1. Вывод формулы в координатной форме для векторного произведения векторов

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} x + 2y - z = 2, \\ 2x - 3y + 2z = 2, \\ 3x + y + z = 8; \end{cases}$$
3. Даны точки $A(-4; 5)$, $B(6; -7)$, $C(-5; 3)$ построить треугольник ABC . Найти общее уравнение медианы проведенной из вершины A .
4. Даны точки $A(-2; -3; 4)$, $B(-5; 4; -2)$, $C(7; -5; 3)$. Составить общее уравнение плоскости ABC , найти $|\vec{AB}|$, $|\vec{AC}|$.
5. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 9}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 4x + 3}{3x^3 + 9x - 12}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{3x}$;

БИЛЕТ № 3

1. Основные свойства определителей.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 + 3x_3 = -7, \\ x_1 - 2x_2 = -2, \\ 7x_2 - x_3 = -1; \end{cases}$$
3. Даны точки $A(-6; 3; -1)$, $B(5; -4; 2)$, $C(0; 2; -3)$, $D(3; -2; 2)$. Найти объем пирамиды $ABCD$, $|\vec{AB}|$, $|\vec{AC}|$. Составить общее уравнение плоскости ABC .
4. Даны точки $A(-3; -5)$, $B(2; -4)$. Найти общее уравнение прямой AB , и построить ее.
5. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - x - 6}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^5 + 4x^3 - x}{3x^3 + 9x^2 + 3}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{x/5}$;

БИЛЕТ № 4

1. Вывод формулы в координатной форме для скалярного произведения векторов.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 11, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = -1, \\ 2x_1 + x_3 = 4. \end{cases}$$
3. Даны точки $A(2; -4; 2)$, $B(-6; -2; -1)$, $C(0; 7; 3)$ и $D(6; -1; 3)$. Составить уравнение плоскости $B CD$. Найти объем пирамиды $ABCD$.
4. Даны точки $A(-2; 8)$, $B(6; -2)$. Составить общее уравнение прямой AB построить эту прямую и найти расстояние между точками A и B .
5. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + x - 10}{x^2 - x - 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^4 - 9x^2 + 1}{3x^3 + 9x}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\sin 2x}$;

БИЛЕТ № 5

1. Длина вектора (вывод формулы в координатной форме).

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} x_2 + 2x_3 = -1, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 = 7, \\ x_1 + 2x_2 = 0; \end{cases}$$
3. Даны точки $A(-2; 4; 3)$, $B(-6; -4; -1)$, $C(6; 7; -3)$, $D(6; -1; 3)$. Составить общее уравнение плоскости ABC . Найти объем пирамиды $ABCD$.
4. Даны точки $A(-3; -5)$, $B(0; 2)$. Составить общее уравнение прямой AB и найти угловой коэффициент, построить эту прямую.
5. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 7x - 8}{x^2 - 2x + 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 + 4x^3 + 3}{3x^4 + 8x^2 - 12x}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{9x}$;

БИЛЕТ № 6

1. Кривые второго порядка и их канонические уравнения.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 7, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 1; \end{cases}$$
3. Даны точки $A(2; -4; 2)$, $B(-6; -2; -1)$, $C(0; 7; 3)$, $D(6; -1; 3)$. Найти $|\overrightarrow{AB}|$, $|\overrightarrow{AC}|$ и объем пирамиды $ABCD$.
4. Даны точки $A(3; -6)$, $B(-1; -2)$. Составить общее уравнение прямой AB и найти угловой коэффициент, построить эту прямую.
5. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{2x^2 + 7x - 15}{x^2 - 25}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^6 + 4x - 3}{3x^3 + 9 + x^2}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 2x}$;

БИЛЕТ № 7

1. Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно нормальному вектору (вывод).

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6; \end{cases}$$
3. Даны точки $A(-5; 3)$, $B(-3; -4)$. Составить общее уравнение прямой AB и найти угловой коэффициент, построить эту прямую.
4. Даны точки $A(2; -4; 3)$, $B(5; -4; 1)$, $C(0; -1; -3)$, $D(2; -1; 3)$. Составить общее уравнение плоскости ABC .
5. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 5x + 6}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 + 7x^2 + 5}{x^3 + 8x^4 - 2x}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+7}{x-2} \right)^{-4x}$.

БИЛЕТ № 8

1. Угол между двумя плоскостями

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 8, \\ 2x_1 + x_3 = 1, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 12; \end{cases}$$
3. Даны точки $A(2; -1; 1), B(5; 5; 4), C(3; 2; -1), D(4; 1; 3)$. Найти $|\overrightarrow{AB}|, |\overrightarrow{AC}|$ и объем пирамиды $ABCD$.
4. Даны точки $A(-2; 5), B(7; -2)$. Составить общее уравнение прямой AB и найти угловой коэффициент, построить эту прямую.
5. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 9x + 10}{x^3 - 8}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^7 - 9x^5 + x^2}{3x^4 + 9x}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 2x}$.

БИЛЕТ № 9

1. Вывод уравнения прямой, проходящей через две заданные точки.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 7, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(-4; 3; -8)$ перпендикулярно прямой AB , если $A(2; -1; 1), B(-5; 5; 4)$.
4. Даны точки $A(2; -1; 1), B(5; 5; 4), C(3; 2; -1), D(4; 1; 3)$. Найти угол между векторами \overrightarrow{BC} и \overrightarrow{BD} .
5. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - x - 30}{x^3 + 125}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^5 + 4x^3 - 3}{5x^4 + 8x^8 - 12x}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x - 2}{3x} \right)^{x-2}$.

БИЛЕТ № 10

1. Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно нормальному вектору (вывод).

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -3; \end{cases}$$
3. Найти угол между векторами \vec{a} и \vec{b} , объем параллелепипеда, построенного на векторах, если: $\vec{a} = -5\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - 7\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} + 6\vec{j} - 5\vec{k}$.
4. Даны точки $A(-3; -5), B(0; 2), C(-2; 7)$ построить треугольник ABC . Составить общее уравнение высоты, проведенной из вершины A .
5. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 2x - 15}{5x + x^2}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^6 + 4x^3 - 3}{6x^3 - 9 + x^2}$; в) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^3 + 64}{\sqrt{x + 20} - 4}$;

БИЛЕТ № 11

1. Общее уравнение плоскости.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 2; \end{cases}$$

3. Даны точки $A(2; -4; -3)$, $B(6; -4; 1)$, $C(-2; 7; 3)$, $D(-6; 1; -3)$. Составить канонические уравнения прямой BD .

4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(5; -2)$ перпендикулярно прямой $2x - 6y + 5 = 0$ и построить ее.

5. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + x - 10}{x^2 - 4}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 7x^2 + 4}{x^3 + 7x^4 - 2x}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+8}{x-1} \right)^{-2x}$.

БИЛЕТ № 12

1. Уравнение плоскости в отрезках и построение плоскости.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} x_2 + 2x_3 = 12, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 10, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 3; \end{cases}$$

3. Найти угол между векторами \vec{a} и \vec{b} , объем параллелепипеда, если: $\vec{a} = 3\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} - 7\vec{k}$, $\vec{c} = -3\vec{i} - 5\vec{k}$.

4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(-2; -5)$ параллельно данной прямой $5x - 7y + 2 = 0$ и построить ее.

5. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2 + 4x + 1}{x^2 - 6x - 7}$; б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4x-3} - 3}{x^2 - 9}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin 7x}$;

БИЛЕТ № 13

1. Бесконечно малые функции и бесконечно большие функции, их связь.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} 5x - y + 3z = 9, \\ x - 2y = 0, \\ 7y - z = 17. \end{cases}$$

3. Найти угол между векторами \vec{a} и \vec{b} , если: $\vec{a} = -2\vec{i} - 6\vec{j} + 8\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} - 7\vec{k}$.

4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(7; -5)$ параллельно данной прямой $x + 3y + 2 = 0$ и построить ее.

5. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + 3x - 28}{x^3 - 64}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 + 3x - 2}{3x^3 + x - 5}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{12x}$;

БИЛЕТ № 14

1. Первый замечательный предел.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 2. \end{cases}$$
3. Даны точки $A(2; -4; -3)$, $B(6; -4; 1)$, $C(-2; 7; 3)$, $D(-6; 1; -3)$. Найти $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$.
4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(-9; -2)$ перпендикулярно прямой $2x - 6y + 5 = 0$ и построить ее.
5. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 14x + 5}{x^2 - 6x + 5}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + x - 5}{3x^3 + 8x - 5}$; в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{x^3 - 8}$.

БИЛЕТ № 15

1. Второй замечательный предел.
2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} 3x + 4y + 7z = -1, \\ -2x + 5y - 3z = 1, \\ 5x - 6y + 11z = -3. \end{cases}$$
3. Даны точки $A(5; -3)$, $B(-3; 4)$. Найти угловой коэффициент прямой AB и построить ее.
4. Даны точки $A(2; -4; 3)$, $B(5; -4; 1)$, $C(0; 1; 3)$, $D(2; -1; 3)$. Найти объем пирамиды $ABCD$.
5. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x^3 - 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 17x - 28}{x^2 - 9x + 14}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+2x}{3+2x} \right)^{-x}$.

Критерии оценки (в рамках промежуточной аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» ответ студента на экзамене оценивается по 5-балльной шкале.

Критерий оценки ответа на экзамене:

- **5 баллов** получает студент, продемонстрировавший полное владение знаниями в соответствии с требованиями учебной программы, т.е. решивший все задания без ошибок в логических рассуждениях и в обосновании решения;
- **4 балла** получает студент, который при полном владении знаниями в соответствии с требованиями учебной программы допустил отдельные несущественные ошибки либо приведенные им решения недостаточно обоснованы;
- **3 балла** получает студент при неполном изложении полученных знаний, допустивший при этом отдельные существенные ошибки;
- **2 балла** получает студент при бессистемном изложении материала, допускающий существенные ошибки, которые могут препятствовать усвоению дальнейшей учебной информации.

ВТОРОЙ СЕМЕСТР

Первая рубежная аттестация

Вариант 1

- 1) $y = \sqrt[4]{x^3} + \frac{5}{x^2} - \frac{3}{x^4} + 2$; 2) $y = x^2 \cdot \operatorname{tg} x$; 3) $y = \frac{1+e^x}{1-e^x}$;
4) $y = 3x^3 \ln x - x^3$; 5) $y = \sqrt{x^2 + 2x + 3}$; 6) $y = \sin^5 x$; 7) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{2x-3}$;
8) $\begin{cases} x = a \cdot \sin^3 t; \\ y = a \cdot \cos^3 t; \end{cases}$ 9) $y = \lg(2x+7)$, $y''' - ?$; 10) $x^3 + y^3 - 3xy = 0$, $y'_x - ?$

Вариант 2

- 1) $y = 3 + 4x^2 \sqrt[5]{x} - 4 \cos x + \frac{5}{\sqrt{x}}$; 2) $y = (2x^3 + 1) \cdot \operatorname{tg} x$; 3) $y = \frac{x^2}{x^3 - 3}$; 4) $y = e^{-x^2+2x}$;
5) $y = \arcsin(\sin x)$; 6) $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 5})$; 7) $y = 2^{\cos^2 x}$;
8) $\begin{cases} x = a \cdot \sin t; \\ y = a \cdot \ln \cos t; \end{cases}$ 9) $y = \frac{1}{x} \cdot \sin 2x$, $y'' - ?$ 10) $x \cdot \sin y + y \cdot \sin x = 0$, $y'_x - ?$

Вариант 3

- 1) $y = 3x - \frac{5}{x^3} + \sqrt[3]{x^2} - 8$; 2) $y = (x^2 + 2x) \cdot e^x$; 3) $y = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$;
4) $y = \sqrt{4x^3 + 2}$; 5) $y = \ln(\arccos x)$; 6) $y = \operatorname{arctg} \frac{x-3}{x+3}$; 7) $y = 2^x + \sin(2^x)$;
8) $\begin{cases} x = 2e^t; \\ y = e^{-t}; \end{cases}$ 9) $y = \log_3(x+3)$, $y'' - ?$ 10) $x^2 + y^2 + 5xy = 0$, $y'_x - ?$

Вариант 4

- 1) $y = 2\sqrt[3]{x} - 7x^3 + \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{8}{x^2} + 5$; 2) $y = x^3 \cdot e^x$; 3) $y = \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}$; 4) $y = \cos^3(5x)$;
5) $y = e^{\sqrt{x^2+2x-3}}$; 6) $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$; 7) $y = \ln(3x^2 + \sqrt{9x^4 + 1})$; 8) $\begin{cases} x = t^2; \\ y = t^3 + t; \end{cases}$
9) $y = 2^{3x-1}$, $y''' - ?$ 10) $xy - \ln y = 3$, $y'_x - ?$;

Вариант 5

- 1) $y = \sqrt[3]{x^2} - 11x^{10} + \frac{7}{x^2} - 5$; 2) $y = x^3 \cdot \operatorname{ctg} x$; 3) $y = \frac{1+3^x}{1-3^x}$; 4) $y = \cos^2 6x$;
5) $y = \sqrt{1 - \sin 2x}$; 6) $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 3})$; 7) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{2x-1}$; 8) $\begin{cases} x = e^t \sin t; \\ y = e^t \cos t; \end{cases}$
9) $y = x^3 \ln x$, $y'' - ?$ 10) $3x^2 + 2y^3 = 5xy$, $y'_x - ?$

Вариант 6

1) $y = 2\sqrt{x} - 4\ln x - \frac{8}{x} + 3\sqrt[3]{x^6}$; 2) $y = 3x^3 \cdot \arcsin x$; 3) $y = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$;
 4) $y = e^{\sqrt{1+3x}}$; 5) $y = \ln^2(\operatorname{tg} x)$; 6) $y = \operatorname{arctg}\sqrt{4x^2 - 1}$; 7) $y = \operatorname{arctg}\frac{1}{x} + \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x}$;
 8) $\begin{cases} x = 2e^t; \\ y = e^{-t}; \end{cases}$ 9) $y = \operatorname{arctg}\frac{1}{x}, y'' - ?$ 10) $x^2 \cdot \sin y + y \cdot \sin x = 0, y'_x - ?$

Вариант 7

1) $y = 7x^3 - 2\sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt[3]{x}} + 9$; 2) $y = 2^x \cdot \cos x$; 3) $y = \frac{\lg x}{x^2 - 9}$; 4) $y = (4x + 1)^{13}$;
 5) $y = 10^{x^2 + 2x}$; 6) $y = 2^{x\sqrt{x}}$; 7) $y = \operatorname{arctg}\sqrt{2x - 3}$; 8) $\begin{cases} x = a \cdot \sin t; \\ y = a \cdot \ln \cos t; \end{cases}$ 9) $y = \ln^3 x, y'' - ?$
 10) $4x^2 - 2y^3 = 5xy, y'_x - ?$

Вариант 8

1) $y = 5 - 3\cos x + \frac{2}{\sqrt{x}} - x^{12} + \frac{1}{x^{11}}$; 2) $y = x^3 \cdot 5^x$; 3) $y = \frac{x^2}{4 - x^2}$; 4) $y = e^{\arccos \sqrt{x}}$;
 5) $y = \sin^3(5x - 9)$; 6) $y = \operatorname{arctg} e^{x/2} - \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right)$; 7) $y = \ln^2(e^{2x} - 5)$; 8) $\begin{cases} x = t \cdot \sin t; \\ y = t \cdot \cos t; \end{cases}$
 9) $y = \sqrt{\cos 4x}, y'' - ?$; 10) $2\sqrt{xy} = 3x^2 - 2y, y'_x - ?$

Вариант 9

1) $y = 2x^3 - 4\sqrt[3]{x} + \frac{2}{x^5} + \frac{3}{\sqrt[5]{x}} - 1$; 2) $y = \ln x \cdot \operatorname{arctg} x$; 3) $y = \frac{x^2 + 3}{x^2 - 3}$; 4) $y = 4\sin^5(\cos x)$;
 5) $y = e^{2\sqrt{3x^3 - 2}}$; 6) $y = 11^{-x^2 \cdot \operatorname{tg} 3x}$; 7) $y = \lg x \cdot \ln(3x - 1)$; 8) $\begin{cases} x = a \cdot \sin^3 t; \\ y = a \cdot \cos^3 t; \end{cases}$
 9) $y = \frac{x - 2}{x + 4}, y'' - ?$; 10) $\ln xy - 2x + e^{\frac{x}{y}} - 4 = 0, y'_x - ?$

Вариант 10

1) $y = 8x^9 - 5\sqrt{x} + \frac{3}{\sqrt[3]{x}} + \sqrt{9}$; 2) $y = 5x^4 \cdot \arcsin x$; 3) $y = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$; 4) $y = (4x + 1)^{13}$;
 5) $y = \ln^2(\operatorname{tg} x)$; 6) $y = 3^{x^2\sqrt{x}}$; 7) $y = e^{\sqrt{2x^3 + 3}}$; 8) $\begin{cases} x = a \cdot \cos t; \\ y = a \cdot \sin t; \end{cases}$
 9) $y = \ln^3 x, y'' - ?$; 10) $\operatorname{tg}\sqrt{x} + y^2 \cdot x^2 - \sin \frac{x}{y} + 2 = 0, y'_x - ?$

Вариант 11

1) $y = 7 - 8x^4 + \frac{9}{x^2} - \sqrt[3]{x^2}$; 2) $y = 2^x \cdot \sin x$; 3) $y = \frac{\ln x}{x^2 - 16}$; 4) $y = \arcsin \sqrt{x}$;

5) $y = 4^{x^2-7x}$; 6) $y = \sqrt{1 + \ln x}$; 7) $y = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x}$; 8) $\begin{cases} x = 3e^{2t}; \\ y = e^{-3t}; \end{cases}$ 9) $y = 5^{3x^2-1}$, $y'' - ?$;
 10) $3x^2 + y^3 = xy$, $y'_x - ?$

Вариант 12

1) $y = 2\sqrt{x} - 4\ln x - \frac{8}{x} + 3\sqrt[7]{x^6}$; 2) $y = (x^2 - 3) \cdot \arcsin x$; 3) $y = \frac{\ln x}{\sin x}$; 4) $y = e^{\sqrt{1+3x}}$;
 5) $y = \ln(x + \cos x)$; 6) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{4x^2 - 1}$; 7) $y = \log_2 \sqrt{2x-3}$; 8) $\begin{cases} x = t - 1; \\ y = t^2 - t; \end{cases}$
 9) $y = \arcsin \frac{1}{x}$, $y'' - ?$; 10) $x \cdot \cos y + y \cdot \cos x = 0$, $y'_x - ?$

Вариант 13

1) $y = 3 + 4x^2 - \sqrt[5]{x} - 4\cos x + \frac{5}{\sqrt{x}}$; 2) $y = \sqrt{x} \cdot \operatorname{tg} x$; 3) $y = \frac{4 + e^x}{3 - e^x}$; 4) $y = \sqrt{4x^3 + 2}$;
 5) $y = \arccos(\cos x)$; 6) $y = \ln(x + \sqrt{x^2 - 2})$; 7) $y = \operatorname{arctg} \frac{2x-5}{x-3}$; 8) $\begin{cases} x = a \cdot \cos t; \\ y = a \cdot \ln \sin t; \end{cases}$
 9) $y = \frac{1}{x} \cdot \sin 3x$, $y'' - ?$; 10) $x^2 + y^2 - 2xy = 0$, $y'_x - ?$

Вариант 14

1) $y = 12 + 5x^2 - \sqrt[4]{x} - 4\operatorname{ctg} x - \frac{11}{\sqrt{x}}$; 2) $y = (3x^2 - 5x) \cdot e^x$; 3) $y = \frac{\cos x}{1 - \cos x}$;
 4) $y = 3x^3 \ln x - x^3$; 5) $y = \sqrt{x^2 + 2x + 3}$; 6) $y = \operatorname{arctg} \frac{x-3}{x+3}$; 7) $y = 2^x + \sin(2^x)$;
 8) $\begin{cases} x = a^2 \cdot \cos t; \\ y = a^3 \cdot \ln \sin t; \end{cases}$ 9) $y = \frac{3}{x^2} \cdot \sin 3x$, $y'' - ?$; 10) $4x^2 + 3y^2 + 7xy = 0$, $y'_x - ?$

Вариант 15

1) $y = 3x + \frac{4x^2}{7} - \sqrt[5]{x^3} - 4\cos x - \sqrt{8}$; 2) $y = \sqrt[3]{x} \cdot \operatorname{tg} x$; 3) $y = \frac{3 + 2e^x}{5 + e^x}$; 4) $y = 2e^{-x^2-x}$;
 5) $y = \sin(\arcsin x)$; 6) $y = 3\sin^7 x$; 7) $y = \operatorname{ctg} \sqrt{2x+5}$; 8) $\begin{cases} x = -e^t; \\ y = e^{-t}; \end{cases}$
 9) $y = \log_2(x-9)$, $y'' - ?$; 10) $x^5 + 4y^3 - xy = 0$, $y'_x - ?$

Вариант 16

1) $y = 4 + \frac{4x^2}{7} - x\sqrt[5]{x^3} + 7\cos x - \sqrt{8x}$; 2) $y = 4^x(x^4 - 8x)$; 3) $y = \frac{\log_5 x}{5^x}$; 4) $y = e^{\sqrt{4-x}}$;

$$5) y = \log_3 \sqrt{x^2 - 5x + 2}; 6) y = \sin(2x + 5)^3; 7) y = \ln \frac{5x - 3}{2x + 7}; 8) \begin{cases} x = \frac{t + 1}{2t}; \\ y = \frac{t - 1}{2t}; \end{cases}$$

$$9) y = (2x - 3)^4, y'' - ?; 10) x^4 - y^4 = x^2 y^2, y'_x - ?$$

Вариант 17

$$1) y = 7 - 8x^4 + \frac{9}{\sqrt[3]{x^2}} - \sqrt[3]{x^2}; 2) y = (\operatorname{tg} x + 1) \arccos x; 3) y = \frac{\arccos x}{x - \arcsin x};$$

$$4) y = \cos^4 2x; 5) y = \ln(\ln \sqrt{x}); 6) y = \sqrt[3]{x - \ln x}; 7) y = 20^{5-3x}; 8) \begin{cases} x = t \cos t; \\ y = t \sin t; \end{cases}$$

$$9) y = 5^x, y''' - ?; 10) x = e^{x+y}, y'_x - ?$$

Вариант 18

$$1) y = 5x^4 + \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{x^4} + 3; 2) y = x \ln x - x; 3) y = \frac{\arcsin x}{x^2}; 4) y = 3^{x^2} \cdot \sqrt{x^3 - 5x};$$

$$5) y = \sin^2 x^3; 6) y = \operatorname{arctg} \ln x; 7) y = \frac{\sqrt{x}}{\sin 2x}; 8) \begin{cases} x = t^2 + \sqrt[4]{t} - 5; \\ y = \frac{t^3}{3} - \sqrt{t} + t; \end{cases} 9) y = e^x \sin x, y'' - ?;$$

$$10) xy = \operatorname{ctg} x, y'_x - ?$$

Вариант 19

$$1) y = 5x^8 - \frac{3}{7x^4} + \sqrt[3]{x^5} - 4; 2) y = 2^x \cdot x^2; 3) y = \frac{7^x - 3}{\sin x}; 4) y = \ln \frac{5x - 3}{2x + 7};$$

$$5) y = \sin(2x + 5)^3; 6) y = \sin^3(2x + 5); 7) y = \sqrt{3x^2 - 4x + 5}; 8) \begin{cases} x = t - \arcsin t; \\ y = \frac{t^3}{3} + 1; \end{cases}$$

$$9) y = \frac{e^{2x} + e^{-2x}}{4}, y''' - ?; 10) x - y = \arcsin x - \arcsin y, y'_x - ?$$

Вариант 20

$$1) y = \frac{3}{8}x^4 - \frac{5}{x^3} + \frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{2}; 2) y = \sqrt[7]{x^3} \ln x; 3) y = \frac{4 \cos x}{\operatorname{tg} x - 2x};$$

$$5) y = \ln \frac{x^2}{1 - x^2}; 6) y = 2^{\sin^3 2x - 5 \cos 2x}; 7) y = \ln^4 \sin 3x; 8) \begin{cases} x = \ln(1 + t^2); \\ y = \operatorname{arctg} t; \end{cases}$$

$$9) y = \operatorname{tg} x, y''' - ?; 10) \arcsin \frac{x}{y} = y \ln x, y'_x - ?$$

**Варианты заданий для контрольной работы для текущего
контроля успеваемости.**

Вариант 1

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = x^4 - 3x^2y^2 + 5xy^3 + y^4$; б) $z = \sqrt{xy + x/y}$.

2. Найти производную функции $z = \frac{2x-3y}{x+y}$ в точке (4; -3) по направлению вектора $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$

Вариант 2

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = 3x^2y^2 + 4xy^3 - x^2$; б) $z = 4 \operatorname{arctg}(3y/x^3)$.

2. Найти производную функции $z = \frac{6x-7y}{x+y}$ в точке (-3; 2) по направлению вектора $\vec{l} = 12\vec{i} - 5\vec{j}$.

Вариант 3

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = 2y^2/x^3$; б) $z = \ln(e^{-x} + e^{4y})$.

2. Найти производную функции $z = 13 \operatorname{tg}(3x-4y)$ в точке (4; 3) по направлению вектора $\vec{l} = 12\vec{i} + 5\vec{j}$.

Вариант 4

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = xe^y + ye^x$; б) $z = \ln(x + e^{xy})$.

2. Найти производную функции $z = \frac{6x-7y}{x+y}$ в точке (-3; -2) по направлению вектора $\vec{l} = 2\vec{i} + 5\vec{j}$.

Вариант 5

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = 2x^2y - 3xy^2 + x + y$; б) $z = xe^{\frac{y}{x}} + \sin\left(\frac{y}{x}\right)$.

2. Найти производную функции $z = 5 \operatorname{tg}(4x + y)$ в точке (1; 4) по направлению вектора $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$.

Вариант 6

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = x^2 - xy - 2y^2$; б) $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$.

2. Найти производную функции $z = 5e^{3x+2y}$ в точке (2; -3) по направлению вектора $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$.

Вариант 7

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = 2x^{3y}$; б) $z = \sqrt{x^2 - 5xy^3}$.

2. Найти производную функции $z = 10 \sin(2x + 3y)$ в точке (3; -2) по направлению $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$.

Вариант 8

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = x^3 + 3x^2y + 12xy^3$; б) $z = \cos\left(\frac{x}{3} - 4y\right)$.

2. Найти производную функции $z = \frac{x-y}{x+y}$ в точке $(-2; 3)$ по направлению вектора $\vec{l} = 5\vec{i} + 12\vec{j}$.

Вариант 9

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = 3x^5 + 2xy^3 - ye^x$; б) $z = \operatorname{arctg} \frac{x+y}{x}$.

2. Найти производную функции $z = 10e^{2x-3y}$ в точке $(3; 2)$ по направлению вектора $\vec{l} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$.

Вариант 10

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = x^3 - 2x^2y + xy^2 + 1$; б) $z = e^x(\cos y + x \sin y)$.

2. Найти производную функции $z = 5 \operatorname{tg}(4x + y)$ в точке $(1; 4)$ по направлению вектора $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$.

Вариант 11

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = x^3 + 3x^2 + 4xy + y^2$; б) $z = \ln(x^2 - 5xy + y^8)$.

2. Найти производную функции $z = 5 \sin(4x - y)$ в точке $(1; 4)$ по направлению вектора $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$.

Вариант 12

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = \frac{x^4}{2y}$; б) $z = \ln(x - \sqrt{x^2 - 5y^2})$.

2. Найти производную функции $z = \frac{x+y}{x-y}$ в точке $(2; 1)$ по направлению вектора $\vec{l} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$.

Вариант 13

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = 5xy + xe^y$; б) $z = \ln(3y - 2x^4)$.

2. Найти производную функции $z = x\sqrt{x} - 2y\sqrt{y}$ в точке $(8; 2)$ по направлению вектора $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$.

Вариант 14

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $u = 2x^5 + y^3 - 5xy^2 + xz^2$; б) $z = \sqrt[4]{x+8y}$.

2. Найти производную функции $z = \frac{5x^2 - 10y^2}{xy}$ в точке $(-1; 1)$ по направлению вектора $\vec{l} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$.

Вариант 15

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = 2x \ln y - y^3 + 6xy$; б) $z = \frac{x^2 y^2}{x+y}$.

2. Найти производную функции $z = 3x\sqrt{x} + 2y\sqrt{y}$ в точке $(5; 5)$ по направлению вектора $\vec{l} = 2\vec{i} + \vec{j}$.

Вторая рубежная аттестация

Вариант 1

1. Найти интегралы: а) $\int_1^2 \left(x^2 + \frac{5}{x^4} - \sqrt[3]{x^2} \right) dx$; б) $\int e^{1-3x} dx$; в) $\int_{-1}^3 (3x+1) e^x dx$; г) $\int \frac{xdx}{\sqrt{4-x^2}}$;
д) $\int \frac{(x-5)dx}{26+2x+x^2}$; е) $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt[4]{x^3} + \sqrt{x}}$; ж) $\int \cos 3x \cos 9x dx$; з) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{(x+2)^3}$.

Вариант 2

1. Найти интегралы: а) $\int_1^3 \left(3x^2 - 2\sqrt[3]{x} - \frac{1}{x} \right) dx$; б) $\int \sqrt{4x-1} dx$; в) $\int \frac{x^2 dx}{1+x^3}$;
г) $\int_0^2 (4-3x) e^{-3x} dx$; д) $\int \frac{(2x-1)dx}{x^2-x+1}$; е) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$; ж) $\int \cos^5 x \sin x dx$; з) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^2+4}}$.

Вариант 3

1. Найти интегралы: а) $\int_1^2 \left(4\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} + x^7 \right) dx$; б) $\int \frac{3dx}{1-7x}$; в) $\int_0^{\pi/2} x \cos x dx$;
г) $\int \frac{dx}{\arctg^2 x (1+x^2)}$; д) $\int \frac{(3x-2)dx}{x^2+x+1}$; е) $\int \frac{\sqrt[6]{x} dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}$; ж) $\int \cos^4 x dx$; з) $\int_2^5 \frac{dx}{x^2-4}$.

Вариант 4

1. Найти интегралы: а) $\int_1^3 \left(4x - \sqrt[5]{x^2} - \frac{1}{x^3} \right) dx$; б) $\int \frac{dx}{\sqrt{4-5x}}$; в) $\int \frac{\ln x dx}{x}$;
г) $\int_1^e (x^2 - 4x) \ln x dx$; д) $\int \frac{dx}{3x^2 - 2x + 2}$; е) $\int \frac{dx}{2 + \sqrt{x+1}}$; ж) $\int \sin^3 x dx$; з) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x dx}{x^2 + 4}$.

Вариант 5

1. Найти интегралы: а) $\int_1^2 \left(4x^5 - \sqrt[5]{x^3} - \frac{3}{x^4} \right) dx$; б) $\int \sin(3-5x) dx$; в) $\int x e^{-x^2} dx$;
г) $\int \arctg 3x dx$; д) $\int \frac{(x+1)dx}{2+2x+x^2}$; е) $\int_1^4 \frac{\sqrt{x} dx}{x(x+1)}$; ж) $\int \operatorname{tg}^3 x dx$; з) $\int_{-\infty}^0 x e^x dx$.

Вариант 6

1. Найти интегралы: а) $\int_1^2 \left(\sqrt[5]{x^4} - \frac{3}{\sqrt{x}} + 5x^2 \right) dx$; б) $\int 5^{3-2x} dx$; в) $\int (x^2+1)^5 x dx$;
г) $\int \ln(1+x^2) dx$; д) $\int \frac{(4x-3)dx}{x^2+4x+9}$; е) $\int_0^3 \frac{dx}{1+\sqrt{x+1}}$; ж) $\int \sin^5 x \cos x dx$; з) $\int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{4x+7}$.

Вариант 7

1. Найти интегралы: а) $\int_1^e \left(\frac{2}{x^3} - \frac{1}{x} - \sqrt[3]{x} \right) dx$; б) $\int e^{5x-3} dx$; в) $\int (5-6x)\sin 4x dx$;
 г) $\int \frac{3x dx}{10+3x^2}$; д) $\int \frac{dx}{x^2+7x+11}$; е) $\int_3^8 \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}$; ж) $\int \sin^4 8x \cos 8x dx$; з) $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$.

Вариант 8

1. Найти интегралы: а) $\int_{-2}^1 (3x^2+4x-1) dx$; б) $\int \cos(10x-7) dx$; в) $\int \frac{x dx}{\sqrt{9x^2+2}}$;
 г) $\int_1^e x^2 \ln x dx$; д) $\int \frac{dx}{2x^2+6x+3}$; е) $\int \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x+1}}$; ж) $\int \sqrt[5]{\sin^4 x} \cos x dx$; з) $\int_{13}^{\infty} \frac{dx}{x \ln x}$.

Вариант 9

1. Найти интегралы: а) $\int_1^8 (\sqrt[3]{x}-x-4) dx$; б) $\int \frac{dx}{2x+9}$; в) $\int (2-5x)\sin x dx$; г) $\int \frac{x dx}{\sqrt{15-3x^2}}$;
 д) $\int \frac{(x+5) dx}{x^2+x-2}$; е) $\int_3^{15} \frac{x dx}{\sqrt{x+1}}$; ж) $\int \sin 7x \cos x dx$; з) $\int_{-\infty}^0 \cos 3x dx$.

Вариант 10

1. Найти интегралы: а) $\int_0^4 (\sqrt{x}-3x+2) dx$; б) $\int (1-4x)^8 dx$; в) $\int \frac{3x dx}{8+2x^2}$;
 г) $\int_0^{\pi/2} (x-1) \cos x dx$; д) $\int \frac{(x+6) dx}{3x^2+x+1}$; е) $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x-1}}$; ж) $\int \frac{dx}{8+4\cos x}$; з) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2+x}$.

Вариант 11

1. Найти интегралы: а) $\int_1^2 \left(\sqrt{x} - \frac{1}{x^3} + 3x^4 \right) dx$; б) $\int (2-5x)^7 dx$; в) $\int \frac{x dx}{9-2x^2}$;
 г) $\int_0^1 x 3^x dx$; д) $\int \frac{dx}{2x^2-2x+1}$; е) $\int \frac{1+\sqrt[4]{x}}{x \cdot \sqrt{x}} dx$; ж) $\int \frac{dx}{5+4\sin x}$; з) $\int_{-\infty}^0 x \cos x dx$.

Вариант 12

1. Найти интегралы: а) $\int_1^2 \left(4x - \frac{2}{x^2} + \sqrt[3]{x} \right) dx$; б) $\int e^{5-7x} dx$; в) $\int \frac{x dx}{\sqrt{18-9x^2}}$;
 г) $\int_0^1 x e^{-x} dx$; д) $\int \frac{dx}{x^2-4x+10}$; е) $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$; ж) $\int \sin^2 x \cos^2 x dx$; з) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$.

Вариант 13

1. Найти интегралы: а) $\int \left(2\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x^3}} + 4x \right) dx$; б) $\int e^{6x-4} dx$; в) $\int_0^{1/4} \frac{dx}{x \ln x}$;
г) $\int x e^{x+3} dx$; д) $\int \frac{(x+4)dx}{2x^2 - 6x - 8}$; е) $\int_4^9 \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x} - 1}$; ж) $\int \frac{\sqrt[3]{\operatorname{ctg}^2 x}}{\sin^2 x} dx$; з) $\int_0^\infty \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx$.

Вариант 14

1. Найти интегралы: а) $\int \left(1 - 3x^2 + \sqrt[4]{x} - \frac{5}{x^2} \right) dx$; б) $\int \sin(5x - 6) dx$; в) $\int \frac{3x dx}{4x^2 + 1}$; г) $\int_1^3 x \ln x dx$;
д) $\int \frac{(5x-2)dx}{2x^2 - 5x + 2}$; е) $\int_0^4 \frac{dx}{1 + \sqrt{x}}$; ж) $\int \cos^3 4x \sin 4x dx$; з) $\int_0^\infty 2x \sin x dx$.

Вариант 15

1. Найти интегралы: а) $\int_2^3 (6x^2 - 5x + 4) dx$; б) $\int \frac{dx}{3x-2}$; в) $\int \frac{2x dx}{\sqrt{3x^2 - 2}}$;
г) $\int (x+1) \sin 4x dx$; д) $\int \frac{dx}{x^2 - 6x + 8}$; е) $\int_1^4 \frac{x dx}{1 + \sqrt{x}}$; ж) $\int \sin^2 3x \cos 3x dx$; з) $\int_0^\infty \frac{x dx}{x^2 + 4}$.

Критерии оценки письменной контрольной работы (в рамках рубежной аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 25 баллов за выполнение рубежной контрольной работы. Каждое задание, входящее в контрольную, оценивается преподавателем определенным количеством баллов. Итоговый балл за контрольную работу получается суммированием баллов за все задания.

Критерий оценки одного задания:

- обучающийся правильно решил задачу; при этом логично, последовательно и аргументированно изложил решение задачи – максимальное количество баллов;
- обучающийся в основном правильно решил задачу, допустив при этом незначительные неточности и погрешности – 80% от максимального количества баллов;
- обучающийся не полностью решил задачу, но не менее 50%, допустив при этом не более одной грубой ошибки – 60% от максимального количества баллов;
- обучающийся привел неполное решение задачи (степень полноты – от 30% до 50%), допустив при этом значительные недочеты – 40% от максимального количества баллов;
- обучающийся привел не более 30% решения задачи, допустив при этом грубые ошибки и недочеты – 20% от максимального количества баллов;
- обучающийся не приступил к решению задачи – 0 баллов.

БИЛЕТЫ ДЛЯ ЗАЧЕТА

БИЛЕТ № 1

1. Найти производные данных функций: а) $y = \frac{5}{x^3} + \sqrt[7]{x^3} - 8x^4 - \ln 3$;
б) $y = \frac{\ln x}{x^2 - 9}$; в) $y = \sin(\ln x)$; г) $y = 7x^3 \cdot \cos 5x$; д) $y = \operatorname{tg}^2 3x$;
2. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{x + \operatorname{tg}^2 x}$
3. Найти значение выражения $2z''_{yy} - 5z''_{yx}$ для функции $z = \frac{x^2}{y} - \frac{y^2}{x}$ в точке (1; -1).

БИЛЕТ № 2

1. Найти производные данных функций: а) $y = 2x^6 + \frac{7}{x} - \sqrt[5]{x^3} + \frac{12}{\sqrt{x}} + \ln 1$;
б) $y = 3^{2x^2-5}$; в) $y = \frac{\cos x}{x^3 + 2}$; г) $y = e^{-x}(5x - x^3)$; д) $y = \sin^5 12x$;
2. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{\ln \cos 3x}$
3. Найти значение выражения $3z''_{xx} - 2z''_{xy}$ для функции $z = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ в точке (1; -1).

БИЛЕТ № 3

1. Найти производные данных функций: а) $y = 4x^7 - \frac{2}{x} + \sqrt[3]{x^2} - 6x$;
б) $y = \frac{\cos x}{\sin x + \cos x}$; в) $y = e^{\arcsin x}$; г) $y = 3x^3 \cdot \arcsin x$; д) $y = \ln^2(\operatorname{tg} x)$;
2. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow +0} x^3 \ln 2x$.
3. Найти значение выражения $8z''_{xx} + 2z''_{xy}$ для функции $z = x\sqrt{y} - y\sqrt{x}$ в точке (4; 1).

БИЛЕТ № 4

1. Найти производные данных функций: а) $y = \frac{5}{x^2} + \sqrt[7]{x^3} - 8x^4 - e^3$;
б) $y = \frac{\ln x}{x^2 - 5x}$; в) $y = \sin^5 3x$; г) д) $y = x \cdot \arccos 3x$; д) $y = e^{x - \arcsin x}$;
2. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} x^3 \cdot \operatorname{ctg} 6x$
3. Найти значение выражения $3z''_{xx} + 4z''_{xy}$ для функции $z = x\sqrt{y} + y\sqrt{x}$ в точке (1; 4).

БИЛЕТ № 5

1. Найти производные данных функций: а) $y = x^6 - \frac{2}{x} + \sqrt[3]{x^2} - \ln e^2$;
 б) $y = 2x^3 \cdot \operatorname{arctg} x$; в) $y = \frac{2-x^2}{\cos 4x}$; г) $y = \cos^7 3x$; д) $y = \ln(x + \ln x)$;
2. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{5x} - 2}{2x^3 - 5}$
3. Найти значение выражения $5z''_{xx} - 2z''_{xy}$ для функции $z = \sin(2x + 3y)$ в точке $\left(\frac{\pi}{4}; -\frac{\pi}{9}\right)$.

БИЛЕТ № 6

1. Найти производные данных функций: а) $y = 2x^5 - \frac{2}{x^3} - \sqrt[6]{x} - \ln e$;
 б) $y = \frac{2x}{7-x^5}$; в) $y = \sqrt[5]{(x^2-3)^2}$; г) $y = \operatorname{ctg}^4 2x$; д) $y = (1-2x)\arcsin x$;
2. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x}$
3. Найти производную функции $z = \frac{5x^2 - 10y^2}{xy}$ в точке $(-1; 1)$ по направлению вектора $\vec{l} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$

БИЛЕТ № 7

1. Найти производные данных функций: а) $y = 7x^3 - \frac{1}{x^5} + \sqrt[3]{x} - \ln 5$;
 б) $y = (x^2 + 2) \cdot \ln 8x$; в) $y = \frac{x^3}{4-x^2}$; г) $y = \sin^3 7x$; д) $y = \ln(x + \cos x)$;
2. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{5x^2}$
3. Найти производную функции $z = 10e^{2x-3y}$ в точке $(3; 2)$ по направлению вектора $\vec{l} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$.

БИЛЕТ № 8

1. Найти производные данных функций: а) $y = 2\sqrt{x^3} - \frac{7}{x^3} + 3x^2 + 5^2$;
 б) $y = \cos^3 3x$; в) $y = \frac{x^3}{4x-x^2}$; г) $y = 10^{x^2+3x}$; д) $y = \sin(\ln x)$;
2. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{3x^2}$
3. Найти производную функции $z = 3x\sqrt{x} + 2y\sqrt{y}$ в точке $(5; 5)$ по направлению вектора $\vec{l} = 2\vec{i} + \vec{j}$

БИЛЕТ № 9

1. Найти производные данных функций: а) $y = 6x^3 - \frac{1}{x^5} + \sqrt[7]{x^2} - 2x$;
 б) $y = 3x^2 \cdot \cos 5x$; в) $y = \frac{\operatorname{arctg} 4x}{x^2 - 1}$; г) $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$; д) $y = e^{\arcsin x}$;
2. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1 + \ln x}{e^x - e}$
3. Найти значение выражения $2z''_{xx} - 5z''_{yy}$ для функции $z = \sin(2x - 3y)$ в точке $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{9}\right)$.

БИЛЕТ № 10

1. Найти производные данных функций: а) $y = 2x^5 - \frac{1}{x^3} - \sqrt[4]{x^3} + e^5$;
 б) $y = \frac{5x - 8}{3^x}$; в) $y = (x^5 - 4) \cdot \sin 3x$; г) $y = 2^{3x-1}$; е) $y = \ln(2x + \cos x)$;
2. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{x^2}$
3. Найти значение выражения $2z''_{yy} + 3z''_{xx}$ для функции $z = \cos(x - y^2)$ в точке $(4; -2)$.

БИЛЕТ № 11

1. Найти производные данных функций: а) $y = \sqrt{31} + 4x^3 - \frac{3}{x} + \sqrt[3]{x^2}$;
 б) $y = \frac{x^4}{2x - x^2}$; в) $y = \sin^7 2x$; г) $y = \operatorname{ctg} 2x \cdot (3 + x^3)$; д) $y = \ln(x - 4 - x^3)$;
2. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^6 + 4x}{3x^3 + 9 - 2x}$.
3. Найти значение выражения $3z''_{yy} + z''_{xx}$ для функции $z = \frac{xy}{x^2 - y}$ в точке $(2; 3)$.

БИЛЕТ № 12

1. Найти производные данных функций: а) $y = 8x^3 + 2\sqrt[3]{x^4} - \frac{3}{\sqrt{x^3}}$; б) $y = \frac{x^3}{\ln x}$;
 в) $y = \operatorname{tg}^3 4x$; г) $y = (x^2 - 6x) \cdot \lg x$; д) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x}$;
2. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - 2}{x^2 + 1}$
3. Найти производную функции $z = \frac{x + y}{x - y}$ в точке $(2; 1)$ по направлению вектора $\vec{l} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$.

БИЛЕТ № 13

1. Найти производные данных функций: а) $y = 8x - \frac{5}{x^4} - \sqrt[3]{x^5} + \sqrt{10}$;

б) $y = \frac{\sqrt{3} - \sin x}{\sqrt{3} + \cos x}$; в) $y = \sin^5 3x$; г) $y = e^{\sqrt{1+\ln x}}$; д) $y = (3x-1) \cdot \ln x$;

2. Вычислить предел, применяя правило Лопиталья $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x e^{-x}$

3. Найти значение выражения $3z''_{yy} - 2z''_{yx}$ для функции $z = \cos(x^2 - 2y)$ в точке (2; 2).

БИЛЕТ № 14

1. Найти производные данных функций: а) $y = 4x^5 - \frac{5}{x^3} + \sqrt{x^3} + \sqrt{5}$;

б) $y = \frac{1+e^x}{1-e^x}$; в) $y = \cos^3 7x$; г) $y = (2x^2 - 5) \cdot e^{5x}$; д) $y = \sqrt{1 - \sin 2x}$;

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталья $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos 6x}$

3. Найти значение выражения $z''_{yy} + 2z''_{yx}$ для функции $z = e^{x^2-4y^2}$ в точке (2; 1).

БИЛЕТ № 15

1. Найти производные данных функций: а) $y = 7x^5 - \frac{8}{x^2} + \sqrt[7]{x^4} - \ln e$; б) $y = x^2 \cdot e^{-x^2}$;

в) $y = 6^{\lg x}$; д); е) $y = \cos^8 5x$; ж) $y = \arctg \sqrt{2x-1}$;

2. Вычислить предел, применяя правило Лопиталья: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{x}$

3. Найти значение выражения $2z''_{xx} - z''_{xy}$ для функции $z = \ln(x^2 + 2y^2)$ в точке (-1; 0).

Критерии оценки (в рамках промежуточной аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» ответ студента на экзамене оценивается по 5-балльной шкале.

Критерий оценки ответа на экзамене:

– **5 баллов** получает студент, продемонстрировавший полное владение знаниями в соответствии с требованиями учебной программы, т.е. решивший все задания без ошибок в логических рассуждениях и в обосновании решения;

– **4 балла** получает студент, который при полном владении знаниями в соответствии с требованиями учебной программы допустил отдельные несущественные ошибки либо приведенные им решения недостаточно обоснованы;

– **3 балла** получает студент при неполном изложении полученных знаний, допустивший при этом отдельные существенные ошибки;

– **2 балла** получает студент при бессистемном изложении материала, допускающий существенные ошибки, которые могут препятствовать усвоению дальнейшей учебной информации.

ТРЕТИЙ СЕМЕСТР

Варианты заданий для первой рубежной аттестации

Вариант 1

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $2y'\sqrt{x} = y^2$; б) $xy' = 2y \ln \frac{y}{x}$, $y(1) = e$; в) $y' - \frac{4y}{x} = 2x^3$; г) $y'' = x^2 - e^{2x}$.

Вариант 2

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $xy' + 3y = 1$; б) $y' = \frac{y^2}{x^2} + 3\frac{y}{x} + 2$; в) $y' - \frac{y}{x} = x^2$, $y(1) = 0$; г) $y'' = \frac{x}{e^x}$.

Вариант 3

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y' = \frac{y+3}{x^2}$; б) $y' = \frac{y^2}{x^2} + 5\frac{y}{x} + 4$; в) $xy' - 2y = 3x^3$; г) $y'' = 3x + \cos 5x$.

Вариант 4

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y' = 7y^5$; б) $y' = \frac{x+2y}{2x-y}$, $y(1) = 0$; в) $y' + y \cos x = \cos x$; г) $xy'' - y' = e^x \cdot x^2$.

Вариант 5

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $2yy' + 3x = 0$; б) $y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{y}{x} - 9$, $y(1) = 4$; в) $y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3}$;

г) $y'' = \cos x + e^{-x}$.

Вариант 6

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $xy' = 3y^2$; б) $y' = \frac{y}{x} - 3\frac{x}{y}$, $y(-1) = 4$; в) $xy' + y = -\frac{2}{x}$; г) $y'' = \frac{2}{\sin^2 x}$.

Вариант 7

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y' = \frac{y^3}{3x+1}$; б) $y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x} + 1$; в) $y' + \frac{3y}{x} = x^4$; г) $y'' \operatorname{tg} x = y' + 1$.

Вариант 8

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y' = y^2 \operatorname{tg} x$, $y(\pi) = 3$; б) $y' = 2\frac{y^3}{x^3} + \frac{y}{x}$; в) $y' - \frac{y}{x} = x \sin x$; г) $y'' = \sin 5x + \cos 2x$.

Вариант 9

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y\sqrt{4+x^2}dy = dx$; б) $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$, $y(e) = 0$; в) $y' - \frac{y}{x} = -2\frac{\ln x}{x}$; г) $y'' = \frac{1}{x^3} + 4x$.

Вариант 10

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y' = \frac{y+3}{x^2}$; б) $y' = \frac{y^2}{x^2} - 7\frac{y}{x} + 2$; в) $y' - \frac{4y}{x} = 2x^3$; г) $y'' = x - \ln x$.

Вариант 11

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $2y'\sqrt[3]{x} = y^2$; б) $y' = \frac{x-y}{x}$; в) $y' - \frac{y}{x} = x^2$, $y(1) = 0$; г) $y'' = \operatorname{arctg} x$.

Вариант 12

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y' = 3y^2$; б) $xy' = \sqrt{2x^2 + y^2} + y$; в) $y' - \frac{3y}{x} = -\frac{5}{x^4}$; г) $x^4 y'' + x^3 y' = 4$.

Вариант 13

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y(4 + e^x)dy = e^x dx$; б) $y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x} + 4$; в) $y' + \frac{3y}{x} = x^4$; г) $y'' = e^{2x} - 3x$.

Вариант 14

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $2yy' + 3x = 0$; б) $xy' = y \ln \frac{y}{x}$; в) $y' + y \cos x = \cos x$; г) $y'' = x^3 + \cos 4x$.

Вариант 15

1. Решить дифференциальные уравнения:

а) $xy' + 3y = 0$; б) $y' = \frac{y^2}{x^2} + 5\frac{y}{x} + 6$; в) $y' + \frac{y}{2x} = 3x$; г) $y'' = \frac{1}{x^2} + x$.

Варианты заданий для контрольной работы для текущего контроля успеваемости.

Вариант 1

а) $xy'' + 2y' = 0$; б) $y''y^3 + 1 = 0, y(1) = -1, y'(1) = -1$; в) $y'' - 6y' + 10y = x + 4$.

Вариант 2

а) $xy'' = y'$; б) $y'' = 2y^3, y'(-1) = y(-1) = 1$; в) $y'' - 3y' + 2y = (1 - 2x)e^x$.

Вариант 3

а) $xy'' + y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$; б) $y''y^3 + 64 = 0, y(0) = 4, y'(0) = 2$; в) $y'' - 4y' + 4y = -e^{2x}$. 2.

Вариант 4

а) $y'' = \frac{1}{\sin^2 2x}$; $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4}; y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$; б) $yy'' = (y')^2$; в) $4y'' - 8y' + 5y = x^3$.

Вариант 5

а) $xy'' + 2y' = 0$; б) $y'' = 1 - (y')^2$; в) $y'' + 2y' = x^2 + 2$.

Вариант 6

а) $y'' = 24y^3$; б) $x^3y'' + x^2y' = \sqrt{x}$; в) $y'' - 6y' + 8y = 3x^2 - 1$.

Вариант 7

а) $y'' = \frac{3}{x^3}, y(1) = 2, y'(1) = 0$; б) $y'' = 30y^3$; в) $y'' - 4y' + 8y = 6e^{4x}$.

Вариант 8

а) $y'' \operatorname{tg} 5x = 5y'$; б) $4y^3y'' = y^4 - 1, y(0) = \sqrt{2}, y'(0) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$; в) $y'' + 2y' + 5y = 5x$.

Вариант 9

а) $xy'' = y'$; б) $y^3y'' = y^4 - 16, y(0) = 2\sqrt{2}, y'(0) = \sqrt{2}$; в) $y'' - 6y' + 10y = x + 4$.

Вариант 10

а) $y'' = (y')^2$; б) $y'' = \frac{y'}{x} \left(1 + \ln \frac{y'}{x}\right); y(1) = \frac{1}{2}, y'(1) = 1$; в) $y'' + 2y' + 5y = x - 2$.

Вариант 11

а) $xy'' + 2y' = 0$; б) $y'' = 72y^3$, $y(2) = 1$, $y'(2) = 6$; в) $y'' - 6y' + 10y = x + 4$.

Вариант 12

а) $y'' = \sin 5x$; б) $y''y^3 + 36 = 0$, $y(0) = 3$, $y'(0) = 2$; в) $y'' - 4y' + 4y = x^2 + 3x$.

Вариант 13

а) $y''x \ln x = y'$; б) $y'' = 8y^3$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 2$; в) $y'' + 2y' + 5y = x$.

Вариант 14

а) $xy'' = y'$; б) $y'' = 32y^3$, $y(4) = 1$, $y'(4) = 4$; в) $y'' - y' - 2y = 6x + 1$.

Вариант 15

а) $y''(e^x + 1) + y' = 0$; б) $y''y^3 + 16 = 0$, $y(1) = 2$, $y'(1) = 2$; в) $y'' - 2y' - 3y = 4x$.

Вторая рубежная аттестация

Вариант 1

1. На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил три из них. Найдите вероятность того, что ему попадет выученный вопрос.
2. В корзине 8 белых и 7 чёрных шаров. Наудачу берут 4 шаров. Какова вероятность того, что из них 2 белые и 2 чёрные?
3. На сборочный цех поступают генераторы с трех заводов в соотношении 3:5:7. Вероятности качественного изготовления изделий на этих заводах равны соответственно 0,8; 0,85; 0,95. Какова вероятность того, что взятый для сборки случайным образом генератор окажется качественным?
4. В городе три коммерческих банка, оценки надёжности которых (вероятности, что они не обанкротятся) – 0,95; 0,9 и 0,85 соответственно. Найти вероятность события «в течение года обанкротятся все три банка».

Вариант 2

1. Подбрасывают два игральных кубика. Какова вероятность того, что на обоих кубиках выпадет одинаковое число очков.
2. В ящике находится 7 бракованных и 16 годных деталей. Найти вероятность того, что среди трех наудачу извлеченных деталей окажется хотя бы одна годная.
3. В магазин поступают лампы из трех заводов: 45% с первого завода; 40% - со второго и 15% - с третьего. Продукция первого завода содержит 70% стандартных ламп, второго – 80%, третьего 90%. Найдите вероятность того, что лампа, купленная в магазине, окажется стандартной.
4. В городе три коммерческих банка, оценки надёжности которых (вероятности, что они не обанкротятся) – 0,95; 0,9 и 0,85 соответственно. Найти вероятность события «обанкротятся только два банка».

Вариант 3

1. В урне 8 белых и 6 чёрных шаров. Из урны извлекают один шар; этот шар оказался белым. После этого из урны извлекают ещё один шар. Какова вероятность того, что этот шар тоже будет белым?
2. В ящике 25 деталей, из которых 10 - со скрытым дефектом. Из ящика наудачу берут 4

детали. Какова вероятность того, что 3 детали из них качественные, а одна - дефектная?

3. В магазине продается обувь определенного размера и фасона: 60 пар произведено на первой фабрике; 40 пары – на второй и 50 пар – на третьей. Известно, что 90% обуви, произведенной на первой фабрике качественная; для обуви второй и третьей фабрики – 80% и 70% обуви качественны. Покупатель купил одну пару обуви, какова вероятность, что она оказалась качественной.

4. В городе три коммерческих банка, оценки надёжности которых (вероятности, что они не обанкротятся) – 0,95; 0,9 и 0,85 соответственно. Найти вероятность события «обанкротится только один банк».

Вариант 4

1. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу взятого жетона не содержит цифру 3.

2. В корзине находятся шары: 5 синих, 3 красных и 2 белых. Наудачу извлекают три шара.

Найти вероятность того, что эти шары разного цвета.

3. 20% приборов собирает специалист высокой квалификации; 50% - специалист средней квалификации и 30% - молодой специалист. Надёжность работы прибора, собранного специалистом высокой квалификации равна 0,98; собранного специалистом средней квалификации - 0,84; собранного молодым специалистом - 0,72. Какова вероятность того, что наудачу взятый для проверки прибор оказался надёжным?

4. Трое студентов сдают экзамен. Вероятности сдачи экзамена для них 0,7; 0,6 и 0,2 соответственно. Какова вероятность сдачи экзамена только одним студентом?

Вариант 5

1. Всего в чемпионате по бадминтону участвует 76 спортсмена, среди которых 16 участников из России, в том числе Игорь Чаев. Найти вероятность того, что в первом туре Игорь будет играть с соотечественником, если участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия.

2. В ящике 15 шаров, из которых 5 синих и 10 красных. Извлекаются 6 шаров. Найти вероятность того, что среди шаров 2 синих и 4 красных.

3. В бригаде три трактора, которые исправны с вероятностями 0,5; 0,8 и 0,9 соответственно.

Какова вероятность того, что на день проверки все три трактора окажутся исправными?

4. Трое студентов сдают экзамен. Вероятности сдачи экзамена для них 0,7; 0,6 и 0,2 соответственно. Какова вероятность сдачи экзамена двумя студентами?

Вариант 6

1. На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил три из них. Найдите вероятность того, что ему попадет выученный вопрос.

2. В корзине 8 белых и 7 чёрных шаров. Наудачу берут 4 шаров. Какова вероятность того, что из них 2 белые и 2 чёрные?

3. На сборочный цех поступают генераторы с трех заводов в соотношении 3:5:7. Вероятности качественного изготовления изделий на этих заводах равны соответственно 0,8; 0,85; 0,95.

Какова вероятность того, что взятый для сборки случайным образом генератор окажется качественным?

4. Трое студентов сдают экзамен. Вероятности сдачи экзамена для них 0,7; 0,6 и 0,2 соответственно. Какова вероятность сдачи экзамена хотя бы одним студентом?

Вариант 7

1. Подбрасывают два игральных кубика. Какова вероятность того, что на обоих кубиках выпадет одинаковое число очков.

2. В ящике находится 7 бракованных и 16 годных деталей. Найти вероятность того, что среди трех наудачу извлеченных деталей окажется хотя бы одна годная.

3. В магазин поступают лампы из трех заводов: 45% с первого завода; 40% - со второго и 15% - с третьего. Продукция первого завода содержит 70% стандартных ламп, второго – 80%, третьего 90%. Найдите вероятность того, что лампа, купленная в магазине, окажется стандартной.
4. В первой бригаде 6 тракторов, а во второй бригаде 9. В каждой бригаде один трактор требует ремонта. Из каждой бригады выбирают по одному трактору. Найти вероятность события «оба трактора исправны».

Вариант 8

1. В урне 8 белых и 6 чёрных шаров. Из урны извлекают один шар; этот шар оказался белым. После этого из урны извлекают ещё один шар. Какова вероятность того, что этот шар тоже будет белым?
2. В ящике 25 деталей, из которых 10 - со скрытым дефектом. Из ящика наудачу берут 4 детали. Какова вероятность того, что 3 из них качественные, а одна - дефектная?
3. В магазине продается обувь определенного размера и фасона: 60 пар произведено на первой фабрике; 40 пары – на второй и 50 пар – на третьей. Известно, что 90% обуви, произведенной на первой фабрике качественная; для обуви второй и третьей фабрики – 80% и 70% обуви качественны. Покупатель купил одну пару обуви, какова вероятность, что она оказалось качественной.
4. В первой бригаде 6 тракторов, а во второй бригаде 9. В каждой бригаде один трактор требует ремонта. Из каждой бригады выбирают по одному трактору. Найти вероятность события – «один трактор требует ремонта».

Вариант 9

1. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу взятого жетона не содержит цифру 3.
2. В корзине находятся шары: 5 синих, 3 красных и 2 белых. Наудачу извлекают три шара. Найти вероятность того, что эти шары разного цвета.
3. 20% приборов собирает специалист высокой квалификации; 50% - специалист средней квалификации и 30% - молодой специалист. Надежность работы прибора, собранного специалистом высокой квалификации равна 0,98; собранного специалистом средней квалификации - 0,84; собранного молодым специалистом - 0,72. Какова вероятность того, что наудачу взятый для проверки прибор оказался надежным?
4. В первой бригаде 6 тракторов, а во второй бригаде 9. В каждой бригаде один трактор требует ремонта. Из каждой бригады выбирают по одному трактору. Найти вероятность события «трактор из второй бригады исправен».

Вариант 10

1. Всего в чемпионате по бадминтону участвует 76 спортсменов, среди которых 16 участников из России, в том числе Игорь Чаев. Найти вероятность того, что в первом туре Игорь будет играть с соотечественником, если участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия.
2. В ящике 15 шаров, из которых 5 синих и 10 красных. Извлекаются 6 шаров. Найти вероятность того, что среди шаров 2 синих и 4 красных.
3. В бригаде три трактора, которые исправны с вероятностями 0,5; 0,8 и 0,9 соответственно. Какова вероятность того, что на день проверки все три трактора окажутся исправными?
4. На сборочный цех поступают генераторы с трех заводов в соотношении 3:5:7. Вероятности качественного изготовления изделий на этих заводах равны соответственно 0,8; 0,85; 0,95. Какова вероятность того, что взятый для сборки случайным образом генератор окажется качественным?

Вариант 11

1. В урне 8 белых и 6 чёрных шаров. Из урны извлекают один шар; этот шар оказался белым. После этого из урны извлекают ещё один шар. Какова вероятность того, что этот шар тоже будет белым?
2. В ящике 25 деталей, из которых 10 - со скрытым дефектом. Из ящика наудачу берут 4 детали. Какова вероятность того, что 3 из них качественные, а одна - дефектная?

3. В магазине продается обувь определенного размера и фасона: 60 пар произведено на первой фабрике; 40 пары – на второй и 50 пар – на третьей. Известно, что 90% обуви, произведенной на первой фабрике качественная; для обуви второй и третьей фабрики – 80% и 70% обуви качественны. Покупатель купил одну пару обуви, какова вероятность, что она оказалось качественной.
4. Трое студентов сдают экзамен. Вероятности сдачи экзамена для них 0,9; 0,6 и 0,4 соответственно. Какова вероятность сдачи экзамена только одним студентом?

Вариант 12

1. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу взятого жетона не содержит цифру 3.
2. В корзине находятся шары: 5 синих, 3 красных и 2 белых. Наудачу извлекают три шара. Найти вероятность того, что эти шары разного цвета.
3. 20% приборов собирает специалист высокой квалификации; 50% - специалист средней квалификации и 30% - молодой специалист. Надежность работы прибора, собранного специалистом высокой квалификации равна 0,98; собранного специалистом средней квалификации - 0,84; собранного молодым специалистом - 0,72. Какова вероятность того, что наудачу взятый для проверки прибор оказался надежным?
4. В городе три коммерческих банка, оценки надёжности которых (вероятности, что они не обанкротятся) – 0,95; 0,9 и 0,85 соответственно. Найти вероятность события «обанкротится только один банк».

Вариант 13

1. На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил три из них. Найдите вероятность того, что ему попадет выученный вопрос.
2. В корзине 8 белых и 7 чёрных шаров. Наудачу берут 4 шаров. Какова вероятность того, что из них 2 белые и 2 чёрные?
3. На сборочный цех поступают генераторы с трех заводов в соотношении 3:5:7. Вероятности качественного изготовления изделий на этих заводах равны соответственно 0,8; 0,85; 0,95. Какова вероятность того, что взятый для сборки случайным образом генератор окажется качественным?
4. В городе три коммерческих банка, оценки надёжности которых (вероятности, что они не обанкротятся) – 0,95; 0,9 и 0,85 соответственно. Найти вероятность события «не обанкротится ни один банк».

Вариант 14

1. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу взятого жетона содержит цифру 1.
2. Студент выучил 15 вопросов из 30 экзаменационных. Какова вероятность сдать экзамен, если достаточно ответить на 2 вопроса из трёх заданных?
3. В магазин поступили телевизоры от трёх фирм в отношении 1:4:5. Известно, что телевизоры этих фирм прослужат гарантийный срок с вероятностями 0,98; 0,92 и 0,88 соответственно. Найти вероятность того, что купленный в этом магазине телевизор прослужит гарантийный срок.
4. В бригаде три трактора, которые исправны с вероятностями 0,4; 0,8 и 0,9 соответственно. Какова вероятность того, что на день проверки только два трактора окажутся исправными?

Вариант 15

1. В урне 8 белых и 6 чёрных шаров. Из урны извлекают один шар; этот шар оказался белым. После этого из урны извлекают ещё один шар. Какова вероятность того, что этот шар тоже будет белым?
2. В партии из 20 изделий 6 изделий имеют скрытый дефект. Какова вероятность того, что из взятых наудачу 4 изделий 2 являются дефектными?

3. В трёх ящиках находятся шары. В первом ящике – 6 синих и 4 красных; во втором ящике – 8 синих и 2 красных; в третьем – 3 синих и 7 красных. Наудачу выбирается ящик и из него извлекается шар. Какова вероятность того, что извлечённый шар окажется синим?
4. На трёх станках производятся подшипники. Вероятность брака для первого станка равна 0,02; для второго – 0,03; для третьего – 0,04. Производительности этих станков находятся в соотношении 1:2:6. Какова вероятность того, что взятый наудачу подшипник оказался бракованным?

Критерии оценки письменной контрольной работы (в рамках рубежной аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 25 баллов за выполнение рубежной контрольной работы. Каждое задание, входящее в контрольную, оценивается преподавателем определенным количеством баллов. Итоговый балл за контрольную работу получается суммированием баллов за все задания.

Критерий оценки одного задания:

- обучающийся правильно решил задачу; при этом логично, последовательно и аргументированно изложил решение задачи – максимальное количество баллов;
- обучающийся в основном правильно решил задачу, допустив при этом незначительные неточности и погрешности – 80% от максимального количества баллов;
- обучающийся не полностью решил задачу, но не менее 50%, допустив при этом не более одной грубой ошибки – 60% от максимального количества баллов;
- обучающийся привел неполное решение задачи (степень полноты – от 30% до 50%), допустив при этом значительные недочеты – 40% от максимального количества баллов;
- обучающийся привел не более 30% решения задачи, допустив при этом грубые ошибки и недочеты – 20% от максимального количества баллов;
- обучающийся не приступил к решению задачи – 0 баллов.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ БИЛЕТЫ

БИЛЕТ № 1

1. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.

2. Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int (\sqrt[3]{x} - x - 4) dx; \quad \text{б) } \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 4x dx; \quad \text{в) } \int_0^1 x 3^x dx; \quad \text{г) } \int \frac{dx}{1 + \sqrt{x+1}}.$$

3. Решить дифференциальные уравнения:

$$\text{а) } y' = \frac{y+3}{x^2}; \quad \text{б) } y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{y}{x} + 4; \quad \text{в) } xy' - 2y = 3x^3; \quad \text{г) } y'' - 7y' + 6y = e^{2x}.$$

БИЛЕТ № 2

1. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.

2. Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int (3x^2 + \sqrt[4]{x^3} - 1) dx; \quad \text{б) } \int \frac{dx}{4x+7}; \quad \text{в) } \int_0^1 x e^{-x} dx; \quad \text{г) } \int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} dx.$$

3. Решить дифференциальные уравнения:

$$\text{а) } y' = 3y^2; \quad \text{б) } y' = \frac{x+y}{x-y}; \quad \text{в) } y' + y \cos x = \cos x; \quad \text{г) } xy'' = y'.$$

БИЛЕТ № 3

1. Дифференциальные уравнения второго порядка.

2. Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int \left(3x^2 + \frac{1}{x^4} \right) dx; \quad \text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 3x dx; \quad \text{в) } \int (3x+1) e^x dx; \quad \text{г) } \int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{1+x} dx.$$

3. Решить дифференциальные уравнения:

$$\text{а) } 2y' \sqrt[3]{x} = y^2; \quad \text{б) } xy' = y \ln \frac{y}{x}; \quad \text{в) } y' - \frac{4y}{x} = 2x^3; \quad \text{г) } y'' = 3x + \cos 2x.$$

БИЛЕТ № 4

1. Дифференциальное уравнение 1-го порядка: определение; общее и частное решения.

2. Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int \left(\frac{2}{x^3} - \frac{1}{x} \right) dx; \quad \text{б) } \int_0^2 \frac{x dx}{x^2+1}; \quad \text{в) } \int (x-1) \cos x dx; \quad \text{г) } \int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}.$$

3. Решить дифференциальные уравнения:

а) $xy' + 3y = 0$; б) $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$; в) $y' - \frac{y}{x} = x^2$, при $x = 1, y = 0$; г) $y'' = \frac{3}{x^3}$.

БИЛЕТ № 5

1. Задача, приводящая к понятию определенного интеграла и его определение.

2. Вычислить интегралы:

а) $\int \left(\sqrt{x} - \frac{1}{x^3} \right) dx$; б) $\int_0^1 \frac{3dx}{4+5x}$; в) $\int x \ln x dx$; г) $\int_1^4 \frac{x dx}{1+\sqrt{x}}$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

а) $2yy' + 3x = 0$; б) $y' = \frac{y-x}{x}$; в) $y' + \frac{3y}{x} = x^4$; г) $4y'' - 8y' + 5y = 3x^2$.

БИЛЕТ № 6

1. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решения.

2. Вычислить интегралы:

а) $\int \left(6x^2 - \frac{5}{x^3} + 4 \right) dx$; б) $\int_3^4 \frac{x dx}{x^2 - 4}$; в) $\int_1^e x^2 \ln x dx$; г) $\int \frac{\sqrt{x} dx}{x(x+1)}$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

а) $xy' = 3y^2$; б) $y' = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$; в) $y' - \frac{y}{x} = x \sin x$; г) $2y'' + 2y' + 5y = xe^{2x}$.

БИЛЕТ № 7

1. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка и способы их решения.

2. Вычислить интегралы:

а) $\int (\sqrt{x} - 3x + 2) dx$; б) $\int \frac{\ln x dx}{x}$; в) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$; г) $\int_3^{15} \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y' - y^2 \operatorname{tg} x = 0$; б) $y' = 2\frac{y^3}{x^3} + \frac{y}{x}$; в) $y' - 3y = 2e^{5x}$; д) $y'' - 5y' + 6y = 2x - 5$.

БИЛЕТ № 8

1. Неоднородные линейные ДУ 2-го порядка: теорема о структуре общего решения

2. Вычислить интегралы:

а) $\int \left(4x - \frac{2}{x^2} \right) dx$; б) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx$; в) $\int (3+x) e^x dx$; г) $\int_3^8 \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}$;

3. Решить дифференциальные уравнения:

а) $y' = \frac{y^3}{3x+1}$; б) $y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x} + 1$; в) $xy' + y = -\frac{2}{x}$; г) $y'' = \frac{2}{\sin^2 x}$.

БИЛЕТ № 9

1. Теорема существования и единственности решения для ДУ 1-го порядка.
2. Найти интегралы:

1) $\int \left(2\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x^3}} + 4x \right) dx$; 2) $\int_1^2 \frac{x dx}{\sqrt{3+x^2}}$; 3) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (5-2x) \sin 4x dx$; 4) $\int \frac{1+x}{x+\sqrt{x}} dx$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

1) $\sqrt{5-y^2} dx = y dy$; 2) $3y' = \frac{x-2y}{x}$; 3) $xy'' + 2y' = 0$ 4) $y'' - 2y' - 3y = 4x$

БИЛЕТ № 10

1. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.
2. Найти интегралы:

1) $\int_1^2 \left(4x^5 - \sqrt[4]{x^3} + 2e^x - \frac{1}{x} \right) dx$; 2) $\int_0^1 \frac{3x dx}{1+2x^2}$; 3) $\int (x^6 - 4x) \ln x dx$; 4) $\int \sin^2 3x dx$;

3. Решить дифференциальные уравнения:

1) $y' = \frac{7y+3}{2x^4}$; 2) $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y$, 3) $y'' = \frac{3}{x^3} + \cos 4x$. 4) $y'' - 4y' + 4y = x^2 + 3x$

БИЛЕТ № 11

1. Линейные ДУ 2-го порядка: неоднородные и однородные уравнения.
2. Найти интегралы:

1) $\int_1^2 \left(4\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt{x^5}} + x \right) dx$; 2) $\int \frac{4dx}{1-9x}$; 3) $\int \cos^3 x dx$; 4) $\int \frac{\sqrt{x}}{x-1} dx$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

1) $2y'\sqrt{x} = 7y^2$, $y(4) = 3$; 2) $xy' = y \ln \frac{y}{x}$; 3) $xy'' = y'$. 4) $y'' - 6y' + 10y = x + 4$

БИЛЕТ № 12

1. Дифференциальные уравнения: определение, порядок ДУ, решение ДУ.
2. Найти интегралы:

1) $\int_0^4 (\sqrt{x} - 3x + 2) dx$; 2) $\int \frac{3x dx}{4x^2 + 1}$; 3) $\int_1^3 x \ln x dx$; 4) $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$.

3. Решить дифференциальные уравнения:

1) $2yy' + 3x = 0$; 2) $y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3}$; 3) $xy'' + 2y' = 0$; 4) $y'' + 2y' + 5y = x - 2$

БИЛЕТ № 13

1. ДУ с разделяющимися переменными: определение и порядок решения.

2. Найти интегралы:

$$1) \int_1^2 \left(3x^2 - 2\sqrt[3]{x} + 4 - \frac{1}{x} \right) dx; \quad 2) \int_2^3 \frac{x^2 dx}{1-2x^3}; \quad 3) \int (4-3x)e^{2x} dx; \quad 4) \int \frac{(x+1)dx}{x\sqrt{x-2}}.$$

3. Решить дифференциальные уравнения:

$$1) y dy = e^x y^3 dx; \quad 2) y' - \frac{4y}{x} = 5x^8; \quad 3) y'' = 2x + \sin 3x; \quad 4) y'' - 4y' + 8y = 6e^{4x}.$$

БИЛЕТ № 14

1. Характеристическое уравнение и структура общего решения ДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами

2. Найти интегралы:

$$1) \int \left(\sqrt[5]{x^4} - \frac{3}{\sqrt{x}} + 5x^2 \right) dx; \quad 2) \int_0^1 5^{3-2x} dx; \quad 3) \int_0^3 \frac{dx}{1+\sqrt{x+1}}; \quad 4) \int \sin^5 x \cos x dx;$$

3. Решить дифференциальные уравнения:

$$1) y' = y^2 - 3; \quad 2) y' - \frac{y}{x} = x^2; \quad 3) y'' = (y')^2; \quad 4) y'' - 6y' + 8y = 3x^2 - 1$$

БИЛЕТ № 15

1. Линейные однородные ДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

2. Найти интегралы:

$$1) \int \left(4x^5 - \sqrt[5]{x^3} - \frac{3}{x^4} \right) dx; \quad 2) \int x e^{-x^2} dx; \quad 3) \int_1^4 \frac{\sqrt{x} dx}{x(x+1)}; \quad 4) \int \operatorname{arccotg} x dx;$$

3. Решить дифференциальные уравнения:

$$1) 2yy' + 3x = 0; \quad 2) y' = \frac{y^2}{x^2} + 5\frac{y}{x} + 6; \quad 3) xy'' = -2y'; \quad 4) 4y'' - 8y' + 5y = x^3$$

Критерии оценки (в рамках промежуточной аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» ответ студента на экзамене оценивается по 5-балльной шкале.

Критерий оценки ответа на экзамене:

- **5 баллов** получает студент, продемонстрировавший полное владение знаниями в соответствии с требованиями учебной программы, т.е. решивший все задания без ошибок в логических рассуждениях и в обосновании решения;
- **4 балла** получает студент, который при полном владении знаниями в соответствии с требованиями учебной программы допустил отдельные несущественные ошибки либо приведенные им решения недостаточно обоснованы;
- **3 балла** получает студент при неполном изложении полученных знаний, допустивший при этом отдельные существенные ошибки;
- **2 балла** получает студент при бессистемном изложении материала, допускающий существенные ошибки, которые могут препятствовать усвоению дальнейшей учебной информации.