Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Минцаев Магомед Магомед Магомед Магомед Марки и высшего образования российской федерации

Должность: Ректор

Дата подписания: 04.09.2023 1 редеральное государственное бюджетное образовательное

Уникальный программный ключ: УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

236bcc35c296f119d6aafd**грюзитемский Росубдарственный нефтяной технический университет** имени академика м.д.миллионщикова»

ВЫСШАЯ И ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

УТВЕРЖДЕН

на заседании кафедры 2022 г., протокол № 1 Заведующий кафедрой

А.М. Гачаев

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

«Исследование операций и теория принятия решений»

Направление подготовки

38.03.05. - «Бизнес-информатика»

А.М. Гачаев

Профиль подготовки «Управление ИТ-проектами»

Квалификация

бакалавр

Год начала подготовки: 2022

Составитель Матау

Грозный - 2022

ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ «Исследование операций и теория принятия решений»

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой Компетенции (или ее части)	Наименование оценочных средств
1	Предмет исследования операций и его методология. Построение математических моделей	ОПК-4	Коллоквиум Контрольная работа Экзамен
2	Элементы выпуклого анализа	ОПК-4	Коллоквиум Контрольная работа Экзамен
3	Основная задача математического программирования. Основная задача выпуклого программирования	ОПК-4	Коллоквиум Контрольная работа Экзамен
4	Задача линейного программирования	ОПК-4	Коллоквиум Контрольная работа Экзамен
5	Симплекс-метод	ОПК-4	Коллоквиум Контрольная работа Экзамен
6	Задачи целочисленного линейного программирования	ОПК-4	Коллоквиум Контрольная работа Экзамен
7	Задачи транспортного типа	ОПК-4	Коллоквиум Контрольная работа Экзамен
8	Задачи одномерной оптимизации;	ОПК-4	Коллоквиум Контрольная работа Экзамен
9	Многомерная оптимизация без ограничений	ОПК-4	Коллоквиум Контрольная работа Экзамен
10	Многомерная оптимизация с ограничениями	ОПК-4	Коллоквиум Контрольная работа Экзамен

ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

№	Наименование	Краткая характеристика	Представление
п/п	оценочного	оценочного средства	оценочного средства
	средства		в фонде
1	Практические занятия	Средство проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по модулю или дисциплине в целом	Комплект заданий для выполнения практических работ
2	Рубежный контроль	Форма проверки знаний по дисциплине в виде первой и второй рубежных аттестаций	Вопросы к аттестациям
3	Экзамен	Итоговая форма оценки знаний	Вопросы к экзамену

ЗАДАНИЯ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

7-й семестр

Практическая работа №1. Матричные вычисления с помощью пакета Mathcad (ОПК-4)

Практическая работа №2. Линейное программирование. Задача о диете

Практическая работа №3. Целочисленное программирование.

Годовая производственная программа предприятия (ОПК-4)

Практическая работа №4. Многокритериальная задача. Оптимизация годовой произ-

водственной программы предприятия методом справедливого компромисса

Практическая работа №5. Транспортная задача (ОПК-4)

Практическая работа №6. Оптимизация функций одной переменной

Практическая работа №7. Оптимизация функций двух переменных

Критерии оценки ответов на практических занятиях

Регламентом БРС предусмотрено всего 15 баллов за текущую работу студента. Критерии оценки разработаны, исходя из возможности ответа студентом до 4 практических работ с использованием дополнительного материала по ним. (по 3 баллов). Максимальное количество баллов за активное участие, дискуссии и подготовку кратких сообщений студент может набрать 3 балла.

- 3 балла ставится за работу, выполненную полностью без ошибок и недочетов.
- **2 балла** ставится за работу, выполненную полностью, но при наличии в ней не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов.
- **1 балл** ставится, если студент правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой ошибки и трех недочетов, при наличии четырех-пяти недочетов.
- **0 баллов** ставится, если число ошибок и недочетов превысило норму для оценки 3 или правильно выполнено менее 2/3 всей работы или ставится, если студент совсем не выполнил ни одного задания.

ГРОЗНЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕ-НИ АКАДЕМИКА М.Д.МИЛЛИОНЩИКОВА

Институт прикладных информационных технологий

Кафедра высшая и прикладная математика

Вопросы рубежного контроля по дисциплине «Исследование операций и теория принятия решений»

Вопросы к первой рубежной аттестации:

- 1. Основные понятия исследования операций. Основные особенности ИО. Основные этапы ИО.
- 2. Математическое моделирование операций. Классификация экономико-математических моделей. Преимущества и недостатки использования моделей. (ОПК-4)
- 3. Принципы моделирования. Проверка и корректировка модели. Подготовка модели к эксплуатации. Внедрение результатов операционного исследования.
- 4. Понятие отрезка в п-мерном пространстве. Понятие выпуклого множества.
- 5. Выпуклость гиперплоскости и полупространства. (ОПК-4)
- 6. Теорема о пересечении выпуклых множеств.
- 7. Проекция точки на множество. Понятие крайней точки выпуклого множества. Теоремы отделимости.
- 8. Выпуклые и вогнутые множества. Дифференцируемость по направлению.
- 9. Постановка задачи математического программирования. Постановка задачи выпуклого программирования.
- 10. Возможные направления. Условие регулярности Слейтера.
- 11. Функция Лагранжа. Условия оптимальности. (ОПК-4)
- 12. Теорема Куна-Таккера.
- 13. Постановка задачи линейного программирования. Свойства ЗЛП. Разрешимые и неразрешимые ЗЛП. (ОПК-4)

Вопросы к второй рубежной аттестации:

- 1. Опорные решения. Базис опорного плана.
- 2. Геометрическая интерпретация и графическое решение ЗЛП.
- 3. Симплекс-метод.
- 4. Вырожденность ЗЛП. (ОПК-4)
- 5. Определение двойственной ЗЛП. Общие правила построения двойственной задачи.
- 6. Лемма о взаимной двойственности.
- 7. Первая и вторая теоремы двойственности.
- 8. Одновременное решение прямой и двойственной задач.
- 9. Транспортная задача и ее свойства. Закрытые и открытые модели.
- 10. Метод потенциалов для решения транспортной задачи. (ОПК-4)
- 11. Транспортные задачи с ограничениями.
- 12. Анализ устойчивости ЗЛП. (ОПК-4)
- 13. Задачи целочисленного линейного программирования, экономические приложения. Метод отсечения Гомори. Метод ветвей и границ.

Критерии оценки ответов на рубежной аттестации

Регламентом БРС предусмотрено всего 20 баллов за рубежную аттестацию студента. Критерии оценки разработаны, исходя из возможности ответа студентом на 2 вопроса в билете (по 10 баллов).

- 10 баллов (5+) заслуживает студент, обнаруживший всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного программного материала, самостоятельно выполнивший все предусмотренные программой задания, глубоко усвоивший основную и дополнительную литературу, рекомендованную программой, активно работавший на практических, семинарских, лабораторных занятиях, разбирающийся в основных научных концепциях по изучаемой дисциплине, проявивший творческие способности и научный подход в понимании и изложении учебного программного материала, ответ отличается богатством и точностью использованных терминов, материал излагается последовательно и логично.
- 9 баллов(5) заслуживает студент, обнаруживший всестороннее, систематическое знание учебного программного материала, самостоятельно выполнивший все предусмотренные программой задания, глубоко усвоивший основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой, активно работавший на практических, семинарских, лабораторных занятиях, показавший систематический характер знаний по дисциплине, достаточный для дальнейшей учебы, а также способность к их самостоятельному пополнению, ответ отличается точностью использованных терминов,
- **8 баллов**(4+) заслуживает студент, обнаруживший полное знание учебно-программного материала, не допускающий в ответе существенных неточностей, самостоятельно выполнивший все предусмотренные программой задания, усвоивший основную литературу, рекомендованную программой, активно работавший на практических, семинарских, лабораторных занятиях, показавший систематический характер знаний по дисциплине, достаточный для дальнейшей учебы, а также способность к их самостоятельному
- **7 баллов** (4) заслуживает студент, обнаруживший достаточно полное знание учебнопрограммного материала, не допускающий в ответе существенных неточностей, самостоятельно выполнивший все предусмотренные программой задания, усвоивший основную литературу, рекомендованную программой, активно работавший на практических, семинарских, лабораторных занятиях, показавший систематический характер знаний по дисциплине, достаточный для дальнейшей учебы, а также способность к их самостоятельному пополнению.
- **6 баллов** (4-) заслуживает студент, обнаруживший достаточно полное знание учебнопрограммного материала, не допускающий в ответе существенных неточностей, самостоятельно выполнивший основные предусмотренные программой задания, усвоивший основную литературу, рекомендованную программой, отличавшийся достаточной активностью на практических (семинарских) и лабораторных занятиях, показавший систематический характер знаний по дисциплине, достаточный для дальнейшей учебы.
- **5 баллов** (3+) заслуживает студент, обнаруживший знание основного учебно-программного материала в объёме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, не отличавшийся активностью на практических (семинарских) и лабораторных занятиях, самостоятельно выполнивший основные предусмотренные программой задания, усвоивший основную литературу, рекомендованную программой, однако допустивший некоторые погрешности при их выполнении и в ответе па экзамене, но обладающий необходимыми знаниями для их самостоятельного устранения.
- 4 балла (3) заслуживает студент, обнаруживший знание основного учебно-программного материала в объёме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, не отличавшийся активностью на практических (семинарских) и лабораторных занятиях, самостоятельно выполнивший основные предусмотренные программой задания, усвоивший основную литературу, рекомендованную программой, однако допустивший некоторые погрешности при их выполнении и в ответе на экзамене, но обладающий необходимыми знаниями для устранения под руководством преподавателя допущенных погрешностей.
- **3 балла** (3-) заслуживает студент, обнаруживший знание основного учебно-программного материала в объёме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, не отли-

чавшийся активностью на практических (семинарских) и лабораторных занятиях, самостоятельно выполнивший основные предусмотренные программой задания, однако допустивший погрешности при их выполнении и в ответе на экзамене, но обладающий необходимыми знаниями для устранения под руководством преподавателя наиболее существенных погрешностей.

2 балла (2) выставляется студенту, обнаружившему пробелы в знаниях или отсутствие знаний по значительной части основного учебно-программного материала, не выполнившему самостоятельно предусмотренные программой основные задания, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий, не отработавшему основные практические, семинарские, лабораторные занятия, допускающему существенные ошибки при ответе, и который не может продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

1 балл — нет ответа (отказ от ответа, представленный ответ полностью не по существу содержащихся в экзаменационном задании вопросов)

ГРОЗНЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕ-НИ АКАДЕМИКА М.Д.МИЛЛИОНЩИКОВА

Институт прикладных информационных технологий

Кафедра высшая и прикладная математика

Вопросы к экзамену по дисциплине «Исследование операций и теория принятия решений»

- 1. Основные понятия исследования операций. Основные особенности ИО. Основные этапы ИО.
- 2. Математическое моделирование операций. Классификация экономико-математических моделей. Преимущества и недостатки использования моделей.
- 3. Принципы моделирования. Проверка и корректировка модели. Подготовка модели к эксплуатации. Внедрение результатов операционного исследования.
- 4. Понятие отрезка в п-мерном пространстве. Понятие выпуклого множества.
- 5. Выпуклость гиперплоскости и полупространства.
- 6. Теорема о пересечении выпуклых множеств.
- 7. Проекция точки на множество. Понятие крайней точки выпуклого множества. Теоремы отделимости
- 8. Выпуклые и вогнутые множества. Дифференцируемость по направлению.
- 9. Постановка задачи математического программирования. Постановка задачи выпуклого программирования.
- 10. Возможные направления. Условие регулярности Слейтера.
- 11. Функция Лагранжа. Условия оптимальности.
- 12. Теорема Куна-Таккера.
- 13. Постановка задачи линейного программирования. Свойства ЗЛП. Разрешимые и неразрешимые ЗЛП
- 14. Опорные решения. Базис опорного плана.
- 15. Геометрическая интерпретация и графическое решение ЗЛП.
- 16. Симплекс-метод.
- 17. Вырожденность ЗЛП.
- 18. Определение двойственной ЗЛП. Общие правила построения двойственной задачи.
- 19. Лемма о взаимной двойственности.
- 20. Первая и вторая теоремы двойственности.
- 21. Одновременное решение прямой и двойственной задач.
- 22. Транспортная задача и ее свойства. Закрытые и открытые модели.
- 23. Метод потенциалов для решения транспортной задачи.
- 24. Транспортные задачи с ограничениями.
- 25. Анализ устойчивости ЗЛП.
- 26. Задачи целочисленного линейного программирования, экономические приложения. Метод отсечения Гомори. Метод ветвей и границ.

Критерии оценки ответов на экзамене

Регламентом БРС предусмотрено 20 баллов (максимальный балл) за ответ на вопросы в билете. Критерии оценки разработаны, исходя из возможности ответа студентом на 4 вопроса в билете (по 5 баллов).

- **5 баллов** Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показана совокупность осознанных знаний по дисциплине, доказательно раскрыты основные положения вопросов; в ответе прослеживается четкая структура, логическая последовательность, отражающая сущность раскрываемых понятий, теорий, явлений. Могут быть допущены недочеты в определении понятий, исправленные студентом самостоятельно в процессе ответа.
- 4 балла Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Ответ четко структурирован, логичен, изложен литературным языком с использованием современной технической терминологии. Могут быть допущены некоторые неточности или незначительные ошибки, исправленные студентом с помощью преподавателя.
- **3 балла** Дан недостаточно полный и недостаточно развернутый ответ. Логика и последовательность изложения имеют нарушения. Допущены ошибки в раскрытии понятий, употреблении терминов. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. В ответе отсутствуют выводы. Умение раскрыть значение обобщенных знаний не показано.
- **2 балла -** Ответ представляет собой разрозненные знания с существенными ошибками по вопросу. Присутствуют фрагментарность, нелогичность изложения. Студент осознает связь обсуждаемого вопроса по билету с другими объектами дисциплины.
- **1 балл** Отсутствуют выводы, конкретизация и доказательность изложения. Речь неграмотная, техническая терминология не используется. Дополнительные и уточняющие вопросы преподавателя приводят к незначительной коррекции ответа студента.
 - 0 баллов Ответ на вопрос полностью отсутствует, либо отказ от ответа.

Критерии оценки знаний студента на экзамене

Оценка «отлично» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка «**хорошо**» - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности, которые может устранить с помощью дополнительных вопросов преподавателя.

Оценка «удовлетворительно» - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы.

Оценка «неудовлетворительно» - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.

Приложение 1

КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

Практическая работа №1. Матричные вычисления с помощью пакета Mathcad

Для выполнения этой работы необходимо написать программы решения СЛАУ, вычисления обратной матрицы и определителя матрицы на основе метода Гаусса. Для проверки работы программы использовать встроенные функции.

Вариант заданий

Вариант №

1. Вычислить матрицу $B = 11 \cdot A^{-1} + A$, где

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

- 2. Вычислить определитель матрицы B
- 3. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 7x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 15, \\ 5x - 3x + 2x = 15, \\ 10x - 11x + 5x = 36. \\ 1 & 2 & 3 \end{cases}$$

Решение получить тремя способами: 1) $x = A^{-1} \cdot b$, где A – матрица системы,

правая часть; 2) с помощью функции find; 3) с помощью функции lsolve.

4. Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{1} \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{7} \\ 8 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

5. **Задача**. Обувная фабрика специализируется по выпуску изделий трех видов: сапог, кроссовок и ботинок; при этом используется сырье трех типов: S₁,S₂,S₃. Нормы расхода каждого из них на одну пару обуви и объем расхода сырья на 1 день заданы таблицей.

Вид	Нормы ра	схода сырья н	Расход сырья	
сырья	ру, усл.ед	Į.		на один день,
				усл. ед.
	Сапоги	Кроссовки	Ботинки	
S1	5	3	4	2700
S2	2	1	1	1000
S3	3	2	2	1600

Найти ежедневный объем выпуска каждого вида обуви

Практическая работа №2. Линейное программирование. Задача о диете

Задача о диете (задача о смесях, задача о составлении рациона) является классической задачей линейного программирования. Её суть заключается в том, чтобы получить оптимальный набор продуктов, имеющий минимальную стоимость, в котором содержание тех или иных компонентов было бы не менее установленного предела.

Задание

1) В таблице представлена информация о некоторых продуктах: количестве белка, жиров и углеводов, содержащихся в них, а также калорийность и цена (за 100 г.). Необходимо сформировать дневной рацион из 10-15 продуктов, считая, что суточная потребность человека в белке, жирах, углеводах и энергии составляет соответственно 60 г., 70 г., 280 г. и 1826 килокалорий. При желании можно взять продукты, не указанные в таблице, и указать для них нужные характеристики.

Для решения этой задачи необходимо построить математическую модель и реализовать ее в пакете MathCad.

- 2) Модифицируйте модель с учетом вкусовых качеств продуктов. Для этого проставьте для каждого выбранного продукта числовые значения по шкале от 0 до 10 (0 для наименее вкусных продуктов, 10 для наиболее вкусных продуктов) и задайте суточное ограничение. Например, для творога поставим балл равный 5, для моркови 6, для сыра 8 и т.д., при этом в сумме вкусовые качества должны быть не меньше 30.
- 3) Рассчитайте стоимость полученного набора продуктов.

Название продукта	Белки	Жиры	Углеводы	Ккал	Цена
Яйцо куриное	12.7	11.5	0.7	157	15
Арахис	26.3	45.2	9.7	550	21
Горох цельный	23.0	1.2	53.3	316	30
Грецкий орех	13.8	61.3	10.2	647	44
Крупа гречневая	12.6	2.6	68.0	345	6
Пшено	12.0	2.9	69.3	351	3,2
Рис	8.0	1.0	76.0	345	6
Творог	7.1	23.0	27.5	345	13
Сыр	27.0	40.0	0.0	468	18
Колбаса вареная Любительская	12.2	28.0	0.0	300	17
Колбаса варено-копченая Сервелат	28.2	27.5	0.0	360	18
Сосиски Молочные	12.3	25.3	0.0	276	18
Говядина	18.9	12.4	0.0	187	21
Курица	16.4	27.8	0.0	315	23
Кабачки	0.6	0.3	5.7	27	2
Капуста белокочанная	1.8	0.0	5.4	28	1,8
Картофель	2.0	0.1	19.7	87	2,5
Морковь	1.3	0.1	7.0	34	2
Огурцы	0.8	0.0	3.0	15	3
Перец красный сладкий	1.3	0.0	5.7	28	6,5
Свекла	1.7	0.0	10.8	50	2
Горбуша	21.0	7.0	0.0	147	12
Икра осетровая зернистая	28.9	9.7	0.0	202	164
Скумбрия	18.0	9.0	0.0	153	15
Шоколад темный	5.4	35.3	52.6	549	30
Груша	2.3	0.0	62.1	257	9
Персики	3.0	0.0	68.5	286	10
Яблоки	3.2	0.0	68.0	284	7
Апельсин	0.9	0.0	8.4	37	7,5
Бананы	1.5	0.0	22.0	94	4
Черешня	1.1	0.0	12.3	53	18
Макаронные изделия	11.0	0.9	74.2	348	3
Хлеб пшеничный из муки 1 сорта	7.7	2.4	53.4	266	3

Каждый студент формирует свою таблицу наиболее приемлемых для него продуктов (не менее 20 наименований). Медицинские нормы потребления питательных веществ взять из справочников по диете; стоимость продуктов взять из прайс-листов магазинов.

Практическая работа №3. Целочисленное программирование.

Годовая производственная программа предприятия

Под производственной программой понимается номенклатура и объем выпуска продукции. Ее формирование — одна из центральных задач текущего планирования. Каждое предприятие заинтересовано в формировании оптимальной производственной программы. Под ней понимают программу, которая в наибольшей степени учитывает запросы потребителей, отвечает структуре ресурсов предприятия и обеспечивает наилучшие результаты его деятельности по принятым критериям.

Рассмотрим экономико-математическую модель формирования производственной программы, содержащую два критерия оптимальности и ограничения по ресурсам, спросу и важнейшим показателям деятельности. Данные заимствованы из [4].

Некоторое машиностроительное предприятие выпускает 24 вида продукции. Необходимо сформировать такой план производства, который обеспечивал бы максимум прибыли при минимальной трудоемкости программы. Решение такой задачи не является оптимальным ни для одного из частных критериев, а оказывается некоторым компромиссом для вектора $\Phi(X)$ в целом.

Известны: нормы расхода материалов первого и второго видов на выпуск единицы продукции и общая трудоемкость единицы изделия, цены (оптовые) на единицу выпускаемой продукции, себестоимость и прибыль единицы изделия, минимальное и максимальное количество каждого изделия в производственной программе, определяемые спросом, допустимая годовая трудоемкость, возможный объем расхода ресурсов на производство продукции, контрольное (предельное) значение себестоимости, а также ограничения по объему реализуемой продукции и контрольному значению прибыли. Исходные данные для модели приведены в табл. 1, 2, 3.

Обозначим через ___ - годовое количество j-го изделия в производственной программе. x_j , j \in 1; 24

Рассмотрим две однокритериальные задачи целочисленного программирования.

1) Функция цели – прибыль от реализации продукции: 24

$$Z_1 = \sum p_j x_j j \longrightarrow \max$$

$$=1 \tag{1}$$

2) Функция цели – трудоемкость производственной программы 24

Ограничения для обеих задач:

$$\begin{bmatrix}
\sum_{j=1}^{24} t_{j} x_{j} \leq T \\
| \frac{j}{24} \end{bmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{m_{1}} j^{j} x_{j} \leq M_{1}$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24 \\
m_{2} j
\end{vmatrix} \leq M_{2}$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \leq C$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq V$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24} x_{j} \geq P$$

$$\begin{vmatrix}
j = 1 \\
24
\end{vmatrix} \\
| \sum_{j=1}^{24$$

где x_j — годовое количество j-го изделия в производственной программе (целочисленная величина);

- a_i цена (оптовая) единицы j-го изделия;
- c_{j} себестоимость на единицу j-го изделия;
- p_i прибыль единицы j-го изделия;
- t_i общая трудоемкость единицы j-го изделия;
- m_{ij} норма расхода і-го лимитирующего вида материала на единицу ј-го изделия;
- Т максимально допустимая годовая трудоемкость производственной программы;
- M_i максимально возможный объем расхода на производственную программу і-го лимитирующего вида материалов, обусловленный возможностями его поставки и имеющимися запасами;
 - L_i минимальное количество j-го изделия;
 - U_j максимальное количество j-го изделия (определяется спросом);
 - C контрольное (предельное) значение по себестоимости;
 - V контрольное значение по объему производства продукции;
 - P контрольное значение по прибыли.

Первая группа ограничений (первые три неравенства в системе (3) представляет собой ограничения на ресурсы, вторая группа ограничений (четвертое, пятое и шестое неравенства системы (3) — это ограничения по основным показателям деятельности предприятия, третья группа ограничений (последние соотношения в системе (3) — это ограничения по спросу (сбыту). Исходные данные

В табл. 1 приведены: m_{1j} , m_{2j} — нормы расхода материалов первого и второго видов навыпуск единицы продукции и общая трудоемкость t_i единицы j-го изделия.

Таблица 1. Исходные данные для первой группы ограничений [4]

Наименование продукции	Норма расхода материалов на единицу продукции		Трудоемкость, t_j , н-ч.
	m_{1j} , T	m_{2j} , кг	
1. Грохот ГИТ-1М	4,80	1,30	488,19
2. Грохот ГИТ-2М	4,20	1,10	553,50
3. Грохот ГИЛ-1К	4,34	1,20	667,38
4. Грохот ГИЛ-2К	4,10	1,40	976,10
5. Грохот ГИЛ-3К	4,53	1,23	1137,42
6. Грохот ГИСЛ-УКА	4,61	1,12	1750,71
7. Грохот ГИСТ-АК	4,40	1,42	2563,30
8. Грохот ГИСЛ-АК	4,23	1,32	2961,76
9. Сепаратор ПБМ-1	3,38	0,40	358,90
10. Сепаратор ПБМ-2	3,10	0,58	396,94
11. Сепаратор ЭБМ-П1	3,25	0,63	1079,40
12. Сепаратор ЭБМ-П2	3,44	0,75	1687,72
13. Сепаратор ЭВС	13,22	0,83	416,60
14. Питатели ДТ-1А	1,30	1,20	331,34

15. Питатели ДТ-2А	1,20	1,50	347,11
16. Питатели ПК-1	1,44	1,34	474,25
17. Питатели ПК-2	1,50	1,48	549,09
18. Питатели ПК-3	1,12	1,56	647,93
19. Бур. станки СБШ-МИА	2,50	2,10	10919,30
20. Бур. станки РД	2,90	2,00	23240,00
21. Самоходные вагоны 5ВС-1М	2,22	0,50	3543,60
22. Самоходные вагоны 5ВС-2М	2,43	0,78	4769,16
23. Погрузочные машины ПТ	1,80	3,30	1011,86
24. Погрузочные машины ПД	1,87	3,50	6258,86

В табл. 2 приведены: a_j – цены (оптовые) на единицу выпускаемой продукции, себестоимость c_j (переменные издержки, производственные материальные затраты) на единицу j-го изделия; p_j – прибыль единицы j-го изделия; минимальное количество

 $_{-}$ $_{j}$ -го изделия в производственной программе, $_{k_{j}}$ и максимальное количество $_{k}$ $_{\underline{j}}$ определяемые спросом.

Таблица 2. Исходные данные для второй и третьей групп ограничений [4]

	Оптовая цена	Себ	естоимос	Прибыль	Колич	ество
Наименование продукции	единицы	ТЬ	единицы	единицы	проду	кции
	продукции,	прод	дукции,	продукции,	мин	макс

	a_j , тыс. руб.	c_j , тыс. руб.	p_j , тыс.	L_j ,	U_j ,
			руб.	шт.	ШТ
1. Грохот ГИТ-1М	64,23	40,16	24,07	15	25
2. Грохот ГИТ-2М	73,06	45,29	27,77	15	25
3. Грохот ГИЛ-1К	48,43	35,59	12,84	3	10
4. Грохот ГИЛ-2К	75,93	69,10	6,83	3	10
5. Грохот ГИЛ-3К	87,72	79,83	7,89	8	12
6. Грохот ГИСЛ-УКА	162,68	149,01	13,67	8	12
7. Грохот ГИСТ-АК	250,05	230,04	20,00	8	12
8. Грохот ГИСЛ-АК	317,65	279,53	38,12	4	8
9. Сепаратор ПБМ-1	88,81	81,35	7,46	80	120
10. Сепаратор ПБМ-2	137,45	126,45	11,00	25	40
11. Сепаратор ЭБМ-П1	186,93	268,24	18,69	8	12
12. Сепаратор ЭБМ-П2	290,96	266,52	24,44	3	7
13. Сепаратор ЭВС	42,21	37,57	4,64	5	15
14. Питатели ДТ-1А	36,75	34,18	2,57	5	15
15. Питатели ДТ-2А	40,98	36,88	4,10	5	15
16. Питатели ПК-1	36,41	33,35	3,06	5	15
17. Питатели ПК-2	53,13	47,29	5,85	10	20
18. Питатели ПК-3	59,08	54,35	4,73	5	15
19. Бур. станки СБШ-МИА	1322,82	1203,76	119,05	38	42
20. Бур. станки РД	2408,95	2206,60	202,35	1	4
21. Самоходные вагоны 5ВС-					
1M	386,72	344,18	42,54	38	42
22. Самоходные вагоны 5ВС-					
2M	450,68	414,62	36,05	8	12
23. Погрузочные машины ПТ	91,08	84,70	6,38	25	35
24. Погрузочные машины ПД	532,18	478,96	53,22	3	7

В качестве исходных ограничений рассматриваются ограничения на допустимую годовую трудоемкость T, возможный объем расхода ресурсов M_1 , M_2 на производство продукции, контрольное (предельное) значение себестоимости (переменных издержек) C, максимальные значения которых представлены в таблице 3, а также ограничения по объему реализуемой продукции V и контрольному значению прибыли (величине покрытия) P, минимальные значения которых также представлены в табл. 3.

Таблица 3. Исходные данные для правых частей ограничений [4]

	Граничное
Показатели	значение
	показателя
Контрольное значение по объему реализуемой	
продукции V , тыс. руб.	103 555

Контрольное значение по себестоимо	100 497	
Минимально допустимая годовая приб	9 618	
Максимально допустимая годовая производственной программ:	891 420	
Максимальный объем поставки	M_1 , T	1 360,206
материалов	M_2 , кг	532,809

Задание. Необходимо рассчитать годовое количество каждого изделия в производственной программе для двух однокритериальных задач. В первой задаче целевая функция – прибыль предприятия, во второй задаче – трудоемкость производственной программы. Написать программу (использовать метод ветвей и границ) либо использовать встроенные функции Mathcad.

Варианты заданий.

С помощью нормального датчика случайных чисел сгенерировать граничные значения показателей A_k k=1,...,6, приведенных в таблице 3, при этом значения, приведенные в табл. 3 рассматривать как средние значения. Новое значение показателя рассчитывается по формуле

$$Ak = A_k + 0.1 \cdot A_k \cdot \eta, k = 1,...,6,$$

где η — нормальная случайная величина N(0,1).

Практическая работа №4. Многокритериальная задача. Оптимизация годовой производственной программы предприятия методом справедливого компромисса

Работа выполняется на основе результатов лабораторной работы №3.

Метод справедливого компромисса

Для формализации понятия справедливого компромисса нам понадобится ввестиотношение превосходства ► на множестве Парето (как уже указывалось, множество Парето можно определить как множество, в котором значение любого из частных критериев оптимальности можно улучшить только за счет ухудшения других частных критериев – любое из решений, принадлежащее множеству Парето, не может быть улучшено одновременно по всем частным критериям) [1]. Множество Парето называют также эффективным множеством.

Пусть во множестве Парето задачи (1) даны две точки $X^1 \in D$ $X^2 \in D_X$ и значения всех частных критериев оптимальности в них $X^1 \in D$ $X^2 \in D_X$ и меру относительного изменения (снижения — знак "минус" или повышения — знак "плюс")качества решения по каждому из этих критериев [1]

$$\widetilde{Z}_{k}(X^{1}, X^{2}) = \frac{\Delta Z_{k}(X^{1}, X^{2})}{\left| \max_{X \in \{X^{1}, X^{2}\}} Z_{k}(X) \right|}, k \in \overline{1; m}$$
(1)

критериев оптимальности $Z_k(X), k \in 1; m$ при переходе от решения X^1 к решению X^2 . Вычислим максимальное снижение качества решения при переходе от решения X^1 к где $\Delta Z_k(X^1,X^2)=Z_k(X^1)-Z_k(X^2)$ - абсолютные изменения значений частных решению X^2

$$\sum_{k \in 1; m} (X^{1}, X^{2}) = \min_{k \in 1; m} \widetilde{Z}_{k}(X^{1}, X^{2})$$
(2)

Аналогично вычислим максимальное повышение качества решения при переходе решения X^1 к решению X^2

$$\sum_{\max} (X^1, X^2) = \max_{k \in 1; s} \widetilde{Z}_k(X^1, X^2)$$
(3)

Будем говорить, что решение X^2 превосходит решение X^1 , и писать $X^2 \triangleright X^1$, если

$$\left| \mathbf{Z}_{\max}(X^1, X^2) \right| > \left| \mathbf{Z}_{\min}(X^1, X^2) \right|. \tag{4}$$

С другой стороны, будем говорить, что решение X^1 превосходит решение X^2 , если

$$\left| \stackrel{\bullet}{Z}_{\text{max}} (X^1, X^2) \right| \le \left| \stackrel{\bullet}{Z}_{\text{min}} (X^1, X^2) \right|. \tag{5}$$

Выбор решений $X' \in D_X$ будем производить с помощью полного перебора узлов сетки, покрывающей эффективное множество задачи (1). Поскольку метод справедливого компромисса использует относительные изменения частных критериев оптимальности, этот метод инвариантен к масштабу измерения частных критериев, т.е. не требуется их нормализация.

Для получения оптимальной годовой производственной программы необходимо решить следующую оптимизационную двухкритериальную задачу

$$\begin{cases}
Z_1 = -\sum_{j=1}^{24} p_j x_j & 1 \\
Z_2 & 2 \end{cases} \xrightarrow{\sum_{j=1}^{24} t = x_j} 3 \xrightarrow{\text{min}} 3$$
(6)

при ограничениях

$$\left| \sum_{j=1}^{24} t_{j} x_{j} \leq T \right| \\
\left| \sum_{j=1}^{j=1} m_{1j} x_{j} \leq M_{1} \right| \\
\left| \sum_{j=1}^{24} m_{2j} x_{j} \leq M_{2} \right| \\
\left| \sum_{j=1}^{j=1} a_{j} x_{j} \geq V \right| \\
\left| \sum_{j=1}^{24} a_{j} x_{j} \geq V \right| \\
\left| \sum_{j=1}^{24} p_{j} x_{j} \geq P \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j} \leq V \right| \\
\left| L_{j} \leq x_{j} \leq U_{j$$

Полученные оптимальные решения двух однокритериальных задач в работе №4 нужно свести в результирующую таблицу. Затем необходимо отметить в строке «Задача 2» «жирным» компоненты решения, которые отличаются от компонент решения «Задачи 1». Этот факт позволит сократить объем вычислений при решении двухкритериальной задачи (1), (2).

Для решения задачи (6) при ограничениях (7) реализуем метод справедливого компромисса (1) – (5). Поскольку решение многокритериальной задачи требует сонаправленности функций цели (все критерии на минимум, либо все критерии на максимум), а в нашем случае один критерий – максимизация прибыли, а другой –

минимизация трудоемкости, то необходимо один их них принять со знаком «минус» (см. (6)):

Для решения задачи (6), (7) необходимо искать решение $X' \in D_X^*$ путем полного перебора узлов сетки, покрывающей эффективное множество задачи. С учетом результатов, приведенных в результирующей таблице, перебор узлов сетки производится только по тем номерам переменным, которые выделены «жирным». Значения остальных переменных не изменяются. Диапазоны изменения переменных, отмеченных «жирным», также определяются из результирующей таблицы.

Задание. С помощью пакета MathCad рассчитать оптимальную производственную программу предприятия.

Практическая работа №5. Транспортная задача

Транспортная задача относится к задачам линейного программирования. Ее суть заключается в составлении плана перевозок, при котором весь продукт вывозится от поставщиков к потребителям в соответствие с потребностью и общая величина транспортных издержек будет минимальной. Если суммарный объем производства равен суммарному спросу, то такая модель называется сбалансированной транспортной моделью. В противном случае, модель называется несбалансированной (для ее приведения к сбалансированной вводится фиктивный пункт).

Задание

Заводы производственной фирмы (производство офисных кресел) расположены в городах Омск, Новосибирск, Томск. Центры распределения расположены в городах Нижний Новгород, Пермь, Краснодар. Объемы производства и величина спроса в пунктах представлены в таблице 1. Одно изделие имеет вес 3 кг. и объем 0,8 м3. Стоимость перевозки рассчитайте с помощью онлайн-калькулятора http://www.jde.ru/calc.

Составьте экономико-математическую модель задачи. С помощью пакета *MathCAD* найдите оптимальное распределение поставок и минимальные затраты на перевозку.

Таблина 1

Объем производства в пункте			Велич	ина спроса в пу	ункте
Омск	Новосибирск	Томск	Нижний Новгород	Пермь	Краснодар
1000	2000	1200	2000	1100	1100

Практическая работа №6. Оптимизация функций одной переменной Залание

Найти минимум функции одной переменной, используя:

- А) два прямых метода из четырех (метод равномерного поиска, метод деления отрезка пополам, метод Фибоначчи, метод золотого сечения);
 - Б) полиномиальную аппроксимацию (метод Пауэлла);
- В) два метода, основанных на производных (метод Ньютона-Рафсона, метод средней точки).

Точность $\varepsilon = 10^{-4}$.

Варианты задания

1)
$$f(x) = x^4 - 10 \cdot x^3 + 36 \cdot x^2 + 5 \cdot x$$
; $x \in [3, 5]$.

2)
$$f(x) = \ln(1+x^2) - \sin x$$
; $x \in [0; \pi/4]$.

3)
$$f(x) = \frac{1}{4} \cdot x^4 + x^2 - 8 \cdot x + 12; \quad x \in [0; 2].$$

4)
$$f(x) = x^3 - x + 1$$
; $x^0 \in [-2; 0]$.

5)
$$f(x) = 2x^2 + \frac{16}{x}$$
; $x \in [1;5]$.

6)
$$f(x) = 4x^3 + 2x - 3x^2 + e^{x^2}$$
.

7)
$$S(t) = 12t^2 - \frac{2}{3} \cdot t^3$$
.

8)
$$f(x) = x^4 - 12 \cdot x^3 + 47 \cdot x^2 - 60 \cdot x$$
.

9)
$$f(x) = x^4 - 12x^3 + 47x^2 - 60x$$
.

10)
$$f(x) = (10x^3 + 3x^2 + x + 5)$$
.

11)
$$f(x) = x^4 + 2x^2 + 4x + 1$$
; $x \in [-1;0]$.

12)
$$f(x) = x^2 + e^{-x}$$

13)
$$f(x) = 2x + e^{-x}$$
.

13)
$$f(x) = x^2 + x + \sin x$$
.

14)
$$f(x) = x^2 - x + e^{-x}$$
.

15)
$$f(x) = 2x^2 - 5 - 2^x$$

Практическая работа №7. Оптимизация функций двух переменных

Задание

Найти минимум функции двух переменных. Использовать следующие методы:

- А) два прямых метода (симплексный метод, метод Хука-Дживса);
- Б) два градиентных метода (на выбор).

Точность $\varepsilon = 10^{-4}$.

Варианты задания 2

$$f(x) = x_1^2 + x x + x_2^2 - 3x - 6x$$
1)
$$\overline{x} = (0;3); \ \overline{x}^0 = (3;2)$$

$$f(x) = x^3 + x_2^3 - 15x_1x_2$$

$$\overline{x} = (0;0); \overline{x}^0 = (5,23;4,41)$$

3)
$$f(x) = 4 - (x_1^2 + x_2^2)^{2/3}$$

$$\overline{x} = (0;0); \overline{x}^0 = (2,31;4,27)$$

$$f(x) = (x_1^2 + x_2^2) \cdot (\exp(-x_1^2 - x_2^2) - 1)$$

$$\overline{x} = (0;0); \overline{x}^0 = (1,5;2)$$

5)
$$f(x) = x_1^3 + x_2^3 - 3x_1x_2$$
$$\overline{x} = (1,1); \overline{x}^0 = (1,5,0,7)$$

6)
$$f(x) = 3x - x^{3} + 3x^{2} + 4x$$

$$\underline{x} = \left(-1; -\frac{12}{3}\right); \underline{x}^{0} = \left(0,78;1\right)$$

7)
$$f(x) = x_1 x_2 + \frac{50}{x_1} + \frac{20}{x_2}; \ x_{1,2} > 0$$

 $\overline{x} = (5;2); \overline{x}^0 = (2;2)$

$$f(x) = x^{2} + x^{3} - 2\ln x - 18\ln x; x > 0$$
8)
$$\overline{x} = (1;1,817); \overline{x}^{0} = (2;1)$$

$$f(x) = 2x_1^3 - x_1x_2^2 + 5x_1^2 + x_2^2$$
9) $\overline{x} = (0;0); \overline{x}^0 = (0,3;0,5)$

10)
$$f(x) = 2 - \sqrt[3]{x_1^2 + x_2^2}$$
$$\overline{x} = (0;0); \overline{x}^0 = (3;5)$$

$$f(x) = x^{2} + x^{2} + x^{2} - 4x + 6x - 2x$$

$$\bar{x} = (2; -3; 1); \bar{x}^{0} = (10; 20; 30)$$

12)
$$f(x) = 100 \cdot (x_{2} - x_{1}^{2})^{2} + (1 - x_{1}^{2})^{2}$$
$$\overline{x} = (1;1); \overline{x}^{0} = (-1,2;0)$$
$$f(x) = (x_{1}^{2} + x_{2}^{2} - 11)^{2} + (x_{1}^{2} + x_{2}^{2} - 11)^{2}$$

четыре локальных минимума

13)
$$\overline{x} = (2,7;3,7); \overline{x} = (2,8541;3,8541);$$

 $\overline{x} = (3,7;-2,7); \overline{x} = (-3,8541;2,8541);$

сходимость обеспечена из любой начальной точки

$$f(x) = \left(\frac{x_1 - 3}{100}\right)^2 - (x_2 - x_1) + \exp \left[20 \cdot (x_2 - x_1)\right]$$

14)
$$\bar{x} = (3;2,850214); x^{-\theta} = (0;-1)$$

Очень трудно найти минимум численными методами. Можно облегчить задачу,если убрать 100 из знаменателя.

$$f(x) = 2x^{3} + 4x x^{2} - 10x x + x^{2}$$
15)
$$\overline{x} = (1;1); \overline{x}^{0} = (1,2;0,75)$$

16)
$$f(x) = 4x + 2x - x^{2} - x^{2} + 5$$
$$\overline{x} = (2;1); \overline{x}^{0} = (7;4)$$

17)
$$f(x) = 2 \cdot x^{2} + 4x x + 3x^{2}$$
$$\overline{x} = (0;0); \overline{x}^{0} = (2;2)$$

18)
$$f(x) = x^{2} + 2x^{2} + x - 7x - 7x - 7x$$
$$\overline{x} = (3;1); \overline{x}^{0} = (0;0)$$

КОМПЛЕКТ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ Первая аттестация

ГРОЗНЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. акад. М.Д. Миллионщикова

Вариант № 1 Дисциплина «Исследование операций и теория принятия решений»

- 1. Теорема о пересечении выпуклых множеств.
- 2. Выпуклость гиперплоскости и полупространства.

Преподаватель /С.С. Даурбеков/

Зав. кафедрой /А.М. Гачаев/

ГРОЗНЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. акад. М.Д. Миллионщикова

Вариант № 2 Дисциплина «Исследование операций и теория принятия решений»

- 1. Теорема Куна-Таккера.
- 2. Выпуклость гиперплоскости и полупространства.

Преподаватель / С.С. Даурбеков/

Зав. кафедрой /А.М. Гачаев/

ГРОЗНЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. акад. М.Д. Миллионщикова

Вариант № 3 Дисциплина «Исследование операций и теория принятия решений»

- 1. Выпуклые и вогнутые множества. Дифференцируемость по направлению.
- 2. Понятие отрезка в п-мерном пространстве. Понятие выпуклого множества.

 Преподаватель
 / С.С. Даурбеков/

 Зав. кафедрой
 /А.М. Гачаев/

Вариант № 4

Дисциплина «Исследование операций и теория принятия решений»

- 1. Основные понятия исследования операций. Основные особенности ИО. Основные этапы ИО.
- 2. Теорема о пересечении выпуклых множеств.

Преподаватель /С.С. Даурбеков/

Зав. кафедрой /А.М. Гачаев/

ГРОЗНЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. акад. М.Д. Миллионщикова

Вариант № 5 Дисциплина «Исследование операций и теория принятия решений»

- 1. Функция Лагранжа. Условия оптимальности.
- 2. Основные понятия исследования операций. Основные особенности ИО. Основные этапы ИО.

Преподаватель / С.С. Даурбеков/

Зав. кафедрой /А.М. Гачаев/

ГРОЗНЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. акад. М.Д. Миллионщикова

Вариант № 6 Дисциплина «Исследование операций и теория принятия решений»

- 1. Возможные направления. Условие регулярности Слейтера.
- 2. Теорема Куна-Таккера.

Преподаватель / С.С. Даурбеков/

Зав. кафедрой /А.М. Гачаев/

КОМПЛЕКТ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ К РУБЕЖНОМУ КОНТРОЛЮ Вторая аттестация

ГРОЗНЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. акад. М.Д. Миллионщикова

Вариант № 1

Дисциплина «Исследование операций и теория принятия решений»

- 1. Одновременное решение прямой и двойственной задач.
- 2. Задачи целочисленного линейного программирования, экономические приложения. Метод отсечения Гомори. Метод ветвей и границ.

Преподаватель / С.С. Даурбеков/

Зав. кафедрой /А.М. Гачаев/

ГРОЗНЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. акад. М.Д. Миллионщикова

Вариант № 2

Дисциплина «Исследование операций и теория принятия решений»

- 1. Первая и вторая теоремы двойственности.
- 2. Определение двойственной ЗЛП. Общие правила построения двойственной задачи.

Преподаватель / С.С. Даурбеков/

Зав. кафедрой /А.М. Гачаев/

ГРОЗНЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. акад. М.Д. Миллионщикова

Вариант № 3 Дисциплина «Исследование операций и теория принятия решений»

- 1. Вырожденность ЗЛП.
- 2. Первая и вторая теоремы двойственности.

Преподаватель /С.С. Даурбеков/

Зав. кафедрой /А.М. Гачаев/

Вариант № 4

Дисциплина «Исследование операций и теория принятия решений»

- 1. Транспортная задача и ее свойства. Закрытые и открытые модели.
- 2. Опорные решения. Базис опорного плана.

Преподаватель / С.С. Даурбеков/

Зав. кафедрой /А.М. Гачаев/

ГРОЗНЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. акад. М.Д. Миллионщикова

Вариант № 5 Дисциплина «Исследование операций и теория принятия решений»

- 1. Первая и вторая теоремы двойственности.
- 2. Опорные решения. Базис опорного плана.

Преподаватель /С.С. Даурбеков /

Зав. кафедрой /А.М. Гачаев/

ГРОЗНЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. акад. М.Д. Миллионщикова

Вариант № 6 Дисциплина «Исследование операций и теория принятия решений»

- 1. Одновременное решение прямой и двойственной задач.
- 2. Анализ устойчивости ЗЛП.

Преподаватель /С.С. Даурбеков/

Зав. кафедрой /А.М. Гачаев/

БИЛЕТ № 1

Дисциплина «Исследование операций и теория принятия решений» Институт <u>ПИТ</u> специальность <u>БИН 7</u> семестр

- 1. Опорные решения. Базис опорного плана.
- 2. Функция Лагранжа. Условия оптимальности.
- 3. Геометрическая интерпретация и графическое решение ЗЛП.
- 4. Метод потенциалов для решения транспортной задачи.

УТВЕРЖДЕНО	зав. кафедрой
на заседании кафедры	
протокол № от	А.М. Гачаев

ГРОЗНЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. акад. М.Д. Миллионщикова

БИЛЕТ № 2

Дисциплина «Исследование операций и теория принятия решений» Институт <u>ПИТ</u> специальность <u>БИН 7</u> семестр

- 1. Теорема Куна-Таккера.
- 2. Одновременное решение прямой и двойственной задач.
- 3. Принципы моделирования. Проверка и корректировка модели. Подготовка модели к эксплуатации. Внедрение результатов операционного исследования.
- 4. Возможные направления. Условие регулярности Слейтера.

УТВЕРЖДЕНО	зав. кафедрой
на заседании кафедры	
протокол № от	А.М. Гачаев

БИЛЕТ № 3

Дисциплина «Исследование операций и теория принятия решений» Институт <u>ПИТ</u> специальность _7 __семестр

- 1. Функция Лагранжа. Условия оптимальности.
- 2. Геометрическая интерпретация и графическое решение ЗЛП.
- 3. Возможные направления. Условие регулярности Слейтера.
- 4. Проекция точки на множество. Понятие крайней точки выпуклого множества. Теоремы отделимости.

УТВЕРЖДЕНО	зав. кафедрой
на заседании кафедры	
протокол № от	А.М. Гачаев

ГРОЗНЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. акад. М.Д. Миллионщикова

БИЛЕТ № 4

Дисциплина «Исследование операций и теория принятия решений» Институт ПИТ специальность БИН 7 семестр

- 1. Возможные направления. Условие регулярности Слейтера.
- 2. Основные понятия исследования операций. Основные особенности ИО. Основные этапы ИО.
- 3. Принципы моделирования. Проверка и корректировка модели. Подготовка модели к эксплуатации. Внедрение результатов операционного исследования.
- 4. Понятие отрезка в п-мерном пространстве. Понятие выпуклого множества УТВЕРЖДЕНО зав. кафедрой

на заседании кафедры	
протокол № от	А.М. Гачаев

БИЛЕТ № 5

Дисциплина «Исследование операций и теория принятия решений» Институт <u>ПИТ</u> специальность <u>БИН</u> <u>2</u> семестр

- 1. Транспортные задачи с ограничениями.
- 2. Транспортная задача и ее свойства. Закрытые и открытые модели.
- 3. Возможные направления. Условие регулярности Слейтера.
- 4. Постановка задачи математического программирования. Постановка задачи выпуклого программирования.

УТВЕРЖДЕНО зав. кафедрой на заседании кафедры протокол № ___ от ____ А.М. Гачаев

ГРОЗНЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. акад. М.Д. Миллионщикова

БИЛЕТ № 6

Дисциплина «Исследование операций и теория принятия решений» Институт ПИТ специальность БИН 7 семестр

- 1. Теорема о пересечении выпуклых множеств.
- 2. Принципы моделирования. Проверка и корректировка модели. Подготовка модели к эксплуатации. Внедрение результатов операционного исследования.
- 3. Возможные направления. Условие регулярности Слейтера.
- 4. Геометрическая интерпретация и графическое решение ЗЛП.

УТВЕРЖДЕНО	зав. кафедрой
на заседании кафедры	
протокол № от	А.М. Гачаев

БИЛЕТ № 7

Дисциплина «Исследование операций и теория принятия решений» Институт <u>ПИТ</u> специальность <u>БИН</u> 7 семестр

- 1. Выпуклые и вогнутые множества. Дифференцируемость по направлению.
- 2. Транспортная задача и ее свойства. Закрытые и открытые модели.
- 3. Задачи целочисленного линейного программирования, экономические приложения. Метод отсечения Гомори. Метод ветвей и границ.
- 4. Принципы моделирования. Проверка и корректировка модели. Подготовка модели к эксплуатации.

УТВЕРЖДЕНО	зав. кафедрой
на заседании кафедры	
протокол № от	 А.М. Гачаев

ГРОЗНЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. акад. М.Д. Миллионщикова

БИЛЕТ № 8

Дисциплина «Исследование операций и теория принятия решений» Институт <u>ПИТ</u> специальность <u>БИН 7</u> семестр

- 1. Метод потенциалов для решения транспортной задачи.
- 2. Задачи целочисленного линейного программирования, экономические приложения. Метод отсечения Гомори. Метод ветвей и границ.
- 3. Функция Лагранжа. Условия оптимальности.
- 4. Транспортная задача и ее свойства. Закрытые и открытые модели.

УТВЕРЖДЕНО	зав. кафедрой
на заседании кафедры	
протокол № от	 А.М. Гачаев

БИЛЕТ № 9

Дисциплина «Теория экономических информационных» Институт <u>ПИТ</u> специальность <u>БИН</u> 7 семестр

- 1. Первая и вторая теоремы двойственности.
- 2. Геометрическая интерпретация и графическое решение ЗЛП.
- 3. Задачи целочисленного линейного программирования, экономические приложения. Метод отсечения Гомори. Метод ветвей и границ.
- 4. Транспортные задачи с ограничениями.

УТВЕРЖДЕНО	зав. кафедрой
на заседании кафедры	
протокол № от	А.М. Гачаев

ГРОЗНЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. акад. М.Д. Миллионщикова

БИЛЕТ № 10

Дисциплина «Исследование операций и теория принятия решений» Институт <u>ПИТ</u> специальность <u>БИН</u> 7 семестр

- 1. Первая и вторая теоремы двойственности.
- 2. Метод потенциалов для решения транспортной задачи.
- 3. Транспортные задачи с ограничениями.
- 4. Задачи целочисленного линейного программирования, экономические приложения. Метод отсечения Гомори. Метод ветвей и границ.

УТВЕРЖДЕНО	зав. кафедрой
на заседании кафедры	
протокол № от	А.М. Гачаев