

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Миллионщикова Мария Шарлоповна

Должность: Ректор

Дата подписания: 04.09.2023 20:06:59

Уникальный идентификатор:

236bcc35c296f119d6aafdc22836b21db52dbc07971a86865a5825f9fa4304cc

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

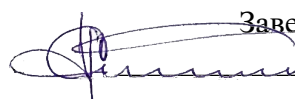
ГРОЗНЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени академика М. Д. Миллионщикова

ВЫСШАЯ И ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

(наименование кафедры)

УТВЕРЖДЕН

на заседании кафедры
«30» 06 2023г., протокол № 11

 Заведующий кафедры
Ш.А. Насуханов

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

МАТЕМАТИКА

Направление подготовки

07.03.01 "Архитектура"

Направленность

Архитектурное проектирование

Квалификация

Бакалавр

Составитель  С.С.Абдулхамидов

Грозный - 2023

ПАСПОРТ
ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
МАТЕМАТИКА
(наименование дисциплины)

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1.	Линейная алгебра	ОПК-4	Собеседование Контрольная работа Экзамен
2.	Элементы векторной алгебры	ОПК-4	Собеседование Контрольная работа Экзамен
3.	Аналитическая геометрия	ОПК-4	Собеседование Контрольная работа Экзамен
4.	Теория пределов	ОПК-4	Собеседование Контрольная работа Экзамен
5.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	ОПК-4	Собеседование Контрольная работа Экзамен
6.	Интегральное исчисление	ОПК-4	Собеседование Контрольная работа Экзамен
7.	Дифференциальные уравнения	ОПК-4	Собеседование Контрольная работа Экзамен

ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
1	<i>Собеседование</i>	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2	<i>Контрольная работа</i>	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу учебной дисциплины.	Комплект контрольных заданий по вариантам
3	<i>Экзамен</i>	Средство проверки знаний, умений, владений, приобретенных обучающимся в течение семестра.	Комплект билетов к экзамену

ВОПРОСЫ ДЛЯ СОБЕСЕДОВАНИЯ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ)

Раздел: «Линейная алгебра, элементы векторного анализа, аналитическая геометрия»

1. Определители 2-го и 3-го порядков. Алгебраические дополнения и миноры. Понятие об определителе n -го порядка. Основные свойства определителей; их применение к вычислению определителей n -го порядка.
2. Системы линейных уравнений. Правило Крамера. Однородная система.
3. Матрицы. Действия над матрицами. Обратная матрица. Матричный способ решения систем линейных уравнений.
4. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Исследование систем линейных уравнений.
5. Декартовы прямоугольные системы координат на плоскости и в пространстве. Полярная система координат.
6. Векторы. Линейные операции над векторами. Линейно независимые векторы. Базис, разложение по базису. Проекция вектора на оси координат. Координаты вектора. Длина вектора и направляющие косинусы. Условия коллинеарности векторов.
7. Скалярное произведение векторов и его свойства. Угол между векторами. Условие перпендикулярности двух векторов. Механический смысл скалярного произведения.
8. Векторное и смешанное произведения векторов. Основные свойства и вычисление через определители. Компланарность трёх векторов. Геометрические приложения векторного и смешанного произведений.
9. Понятие об уравнении поверхности в пространстве и уравнении линии на плоскости. Прямая на плоскости. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Угол между прямыми. Условия перпендикулярности и параллельности прямых. Расстояние от точки до прямой.
10. Канонические уравнения кривых второго порядка: окружности, эллипса, гиперболы, параболы.
11. Уравнения плоскости и прямой в пространстве. Угол между прямыми. Угол между прямой и плоскостью. Точка пересечения прямой и плоскости.
12. Поверхности второго порядка. Канонические формы уравнений поверхностей второго порядка.

Раздел: «Предел и непрерывность функции»

1. Предел функции в точке. Предел функции на бесконечности. Односторонние пределы. Ограниченность функции, имеющей предел.
2. Бесконечно большая и бесконечно малая функции и связь между ними. Разложение функции, имеющей предел, на постоянную и бесконечно малую.
3. Основные теоремы о пределах. Раскрытие неопределенностей $\left[\frac{0}{0}\right]$ и $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$. Первый замечательный предел.
4. Числовые последовательности. Предел последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Число e . Натуральные логарифмы.
5. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые. Замена бесконечно малых эквивалентными при вычислении пределов.
6. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва функции и их классификация.
7. Непрерывность функции на отрезке. Свойства непрерывных на отрезке функций: ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений, существование промежуточных значений.

Раздел: «Дифференциальное исчисление функций одной переменной»

1. Производная функции одной переменной; её геометрический и механический смысл. Дифференцируемость функции.
2. Основные правила дифференцирования. Производная сложной функции. Производные основных элементарных функций. Логарифмическое дифференцирование.
3. Обратная функция. Непрерывность и дифференцируемость обратной функции. Производные обратных тригонометрических функций. Таблица производных.
4. Дифференцирование неявных и параметрически заданных функций.
5. Дифференциал функции и его геометрический смысл. Связь с производной. Дифференциал сложной функции. Инвариантность формы дифференциала 1-го порядка.
6. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Неинвариантность формы дифференциала порядка выше первого.
7. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши о дифференцируемых функциях.
8. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей.
9. Исследование функции с помощью первой производной: необходимые и достаточные условия возрастания и убывания функции; экстремумы функции; наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
10. Исследование функции с помощью второй производной: экстремумы функции; выпуклость, вогнутость и точки перегиба графика функции.
11. Асимптоты кривых. Общая схема исследования функции и построения графика.

Раздел: «Интегральное исчисление»

1. Понятие первообразной. Неопределённый интеграл и его свойства. Таблица неопределённых интегралов.
2. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование, метод подведения под знак дифференциала, метод замены переменной, метод интегрирования по частям.
3. Многочлены. Теорема Безу. Основная теорема алгебры. Разложение многочлена на линейные и квадратные множители.
4. Интегрирование рациональных дробей. Типы простейших дробей и их интегрирование. Интегрирование рациональных дробей методом разложения на простейшие дроби. Интегрирование простейших иррациональных функций.
5. Интегрирование тригонометрических функций, универсальная тригонометрическая подстановка.
6. Определённый интеграл и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница.
7. Замена переменной в определённом интеграле. Формула интегрирования по частям для определённого интеграла.
8. Приложения определённого интеграла: вычисление площадей плоских фигур, вычисление длины дуги кривой, объемов тел.

Раздел «Дифференциальные уравнения»

1. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные и линейные уравнения 1-го порядка.
2. Дифференциальные уравнения 2-го порядка. Простейшие уравнения, допускающие понижение порядка.
3. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка. Линейные однородные и неоднородные уравнения.
4. Теорема о структуре общего решения линейного неоднородного уравнения. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
5. Решение однородных уравнений.

6. Решение неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами с правой частью специального вида.

Критерии оценки (в рамках текущей аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 10 баллов за текущую аттестацию. Критерии оценки разработаны, исходя из разделения баллов: 5 баллов за освоение теоретических вопросов дисциплины, 5 баллов – за выполнение домашних заданий.

Критерии оценки ответов на теоретические вопросы:

- **5 баллов** выставляется студенту, если он изложил содержание вопроса в объеме, предусмотренном программой, при этом изложил материал грамотным языком, точно используя математическую терминологию и символику, в определенной логической последовательности;
- **4 балла** выставляются студенту, если при достаточно полном и грамотном освещении вопроса он допустил небольшие неточности, не искажающие математического содержания ответа;
- **3 балла** выставляются студенту при неполном раскрытии содержания вопроса (содержание вопроса изложено фрагментарно, не всегда последовательно), но показано общее понимание вопроса; допущены ошибки при использовании математической терминологии;
- **2 балла** получает студент, продемонстрировавший обрывочные знания и допустивший ошибки в определении понятий и при использовании математической терминологии.

КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РУБЕЖНЫЙ КОНТРОЛЬ) ПЕРВАЯ АТТЕСТАЦИЯ

БИЛЕТ № 1

1) Решить систему линейных уравнений методом Крамера или Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -3, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$$

2) Найти произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$, $B = (3 \ 0 \ 4 \ 5)$.

3) Найти конец вектора $\vec{a} = \{3; -1; 4\}$, если его начало находится в точке $M_2(1; -1; 2)$.

4) Упростить выражение $(2\vec{a} - 3\vec{b}) \times (\vec{a} + 4\vec{b})$.

5) Найти площадь треугольника с вершинами: $A(1; 0; 1)$, $B(0; 1; 1)$, $C(1; 1; 0)$.

6) Написать уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых, заданными уравнениями: $2x + 3y + 4 = 0$, $3x - 4y - 6 = 0$, параллельно прямой, заданной уравнением $5x + 4y = 0$.

- 7) Найти координаты центра о радиус окружности и построить ее:
 $x^2 + y^2 + 6y - 7 = 0$.

БИЛЕТ № 2

- 1) Решить систему уравнений методом Крамера или Гаусса

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 = -9; \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 = -8; \\ x_1 + 2x_3 = -3. \end{cases}$$

- 2) Найти произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

- 3) Найти начало вектора $\vec{a} = \{2; 5; -1\}$, если его конец находится в точке $M_1(-3; 2; 5)$.

- 4) Упростить выражение $(3\vec{a} + \vec{b}) \times (2\vec{a} - 5\vec{b})$.

- 5) Найти площадь треугольника с вершинами: $A(3; -3; 0)$, $B(1; 2; 7)$, $C(0; -1; 3)$.

- 6) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(2; -3; 4)$, параллельно прямой, заданной уравнением $3x - 2y - 7 = 0$.

- 7) Найти координаты центра о радиус окружности и построить ее:
 $x^2 + y^2 + 16x - 20y - 5 = 0$.

БИЛЕТ № 3

- 1) Решить систему уравнений методом Крамера и Гаусса $\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 5x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 = -1. \end{cases}$

- 2) Найти произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 1 & 6 & -1 \\ 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$.

- 3) Найти конец вектора $\vec{a} = \{-3; 4; 2\}$, если его начало находится в точке $M_2(2; 3; -1)$.

- 4) Упростить выражение $(2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}) \times (2\vec{j} - 7\vec{k})$.

- 5) Найти площадь треугольника с вершинами: $A(5; 6; -2)$, $B(2; -4; 5)$, $C(-5; 3; -1)$.

- 6) Написать уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых, заданными уравнениями: $x + 2y + 3 = 0$, $4x + 5y + 6 = 0$, перпендикулярно прямой, заданной уравнением $x + y - 6 = 0$.

- 7) Привести к каноническому виду уравнение кривой и построить ее:
 $9x^2 + 10y^2 + 40y - 50 = 0$.

БИЛЕТ № 4

1) Решить систему уравнений методом Крамера или Гаусса:

$$\begin{cases} 7x_1 - 5x_2 = -3, \\ 4x_1 + 11x_3 = 26, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 13. \end{cases}$$

2) Найти произведение матриц: $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 4 & 1 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 0 & 8 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$.

3) Найти конец вектора $\vec{a} = \{4; -1; -5\}$, если его начало находится в точке $M_2(-1; 1; -2)$.

4) Упростить выражение: $(-\vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k}) \cdot (2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k})$.

5) Найти площадь треугольника с вершинами: $A(-3; 2; 5)$, $B(5; -1; 2)$, $C(0; 2; -4)$.

6) Дано уравнение прямой в «отрезках» $\frac{x}{7} + \frac{y}{-5} = 1$. Представить его в виде общего уравнения прямой, в виде уравнения с угловым коэффициентом и построить эту прямую.

7) Дано общее уравнение кривой 2-го порядка $5x^2 + 9y^2 - 30x + 18y + 9 = 0$. Привести его к каноническому виду и постройте кривую.

БИЛЕТ № 5

1) Решить систему уравнений: $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 5. \end{cases}$

2) Найти произведение матриц: $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 4 & 5 & 0 \end{pmatrix}$.

3) Найти начало вектора $\vec{a} = \{7; -1; 1\}$, если его конец находится в точке $M_1(2; 1; -3)$.

4) Упростить выражение: $3(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}) \cdot \vec{k} - (7\vec{k} - \vec{i}) \cdot \vec{j} = 3$.

5) Найти площадь треугольника с вершинами: $A(2; -1; 3)$, $B(3; 0; -5)$, $C(-1; -4; 6)$.

6) Дано уравнение прямой $2x + 3y + 4 = 0$. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(2; 1)$, параллельно данной прямой.

7) Привести к каноническому виду уравнение кривой и построить её: $16x^2 - 9y^2 - 64x - 54y - 161 = 0$.

БИЛЕТ № 6

- 1) Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4, \\ 2x_1 + 6x_2 + 4x_3 = -6, \\ 3x_1 + 10x_2 + 8x_3 = -8. \end{cases}$$
- 2) Найти произведение матриц: $A = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix}$.
- 3) Найти начало вектора $\vec{a} = \{-2; 3; 2\}$, если его конец находится в точке $M_1(1; -2; 5)$.
- 4) Упростить выражение: $\vec{i} \times (\vec{j} + \vec{k}) - \vec{j} \times (\vec{i} + \vec{k}) + \vec{k} \times (\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$.
- 5) Найти угол ABC , если известны координаты точек: $A(5; -1; -4)$, $B(-2; 3; 1)$, $C(-3; -2; 6)$.
- 6) Даны точки на плоскости: $A(-3; 2)$, $B(-1; 5)$. Составить общее уравнение прямой, проходящей через эти точки, привести его к виду с угловым коэффициентом и построить прямую.
- 7) Дано общее уравнение кривой $4x^2 + 36y^2 + 72y - 16x - 92 = 0$. Привести его к каноническому виду и построить эту кривую.

БИЛЕТ № 7

- 1) Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 10, \\ -3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 8, \\ 5x_1 + 2x_2 + 8x_3 = -1. \end{cases}$$
- 2) Найти произведение матриц: $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$.
- 3) Найти начало вектора $\vec{a} = \{-2; 4; 1\}$, если его конец находится в точке $M_1(1; -2; 3)$.
- 4) Упростить выражение: $(3\vec{i} - 4\vec{j} - 5\vec{k}) \times (2\vec{i} + 6\vec{j} - \vec{k})$.
- 5) Даны координаты точек $K(5; 6; -2)$, $B(2; -4; 5)$, $D(-5; 3; -1)$. Найти угол BKD .
- 6) Даны точки на плоскости: $A(-3; 2)$, $B(-1; 5)$. Составить общее уравнение прямой, проходящей через эти точки, привести его к виду с угловым коэффициентом и построить прямую.
- 7) Найти координаты центра о радиус окружности и построить ее: $9x^2 + 9y^2 + 36x - 18y + 20 = 0$.

БИЛЕТ № 8

1) Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 11, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = -1, \\ 2x_1 + x_3 = 4. \end{cases}$$

2) Найти произведение матриц: $A = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $B = (1 \ -3 \ 2 \ 1)$.

3) Найти конец вектора $\vec{a} = \{-2; 5; 6\}$, если его начало находится в точке $M_2(6; 2; -1)$.

4) Упростить выражение $(\vec{a} - 4\vec{b}) \times (3\vec{a} + 5\vec{b})$.

5) Даны точки в пространстве $A(1; -2; 1)$, $B(3; 1; -2)$, $C(2; -2; 0)$. Найти площадь треугольника ABC .

6) Написать уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых, заданными уравнениями: $x + 3y - 5 = 0$, $3x - y - 5 = 0$, параллельно прямой, заданной уравнением $7x + 2y - 2 = 0$.

7) Привести к каноническому виду уравнение кривой и построить её $x^2 + 4y^2 - 2x - 56y + 181 = 0$.

БИЛЕТ № 9

1) Решить систему линейных уравнений методом Крамера или Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 7, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

2) Найти произведение матриц $A = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$, $B = (2 \ -3 \ 1)$.

3) Найти конец вектора $\vec{a} = \{5; 3; -2\}$, если его начало находится в точке $M_1(4; 3; -1)$.

4) Упростить выражение $(5\vec{a} + 2\vec{b}) \times (-\vec{a} + 3\vec{b})$.

5) Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k}$ и $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$.

6) Составить уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки $M_1(-3; 0; 1)$, $M_2(0; 2; 3)$, $M_3(3; 1; -1)$ и построить эту плоскость.

7) Привести к каноническому виду уравнение кривой и построить её: $9x^2 - 25y^2 - 18x - 100y - 316 = 0$.

БИЛЕТ № 10

1) Решить систему уравнений методом Крамера или Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 4, \\ 4x_1 - x_2 - 3x_3 = 1. \end{cases}$$

2) Найти произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -2 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & -4 \end{pmatrix}$.

3) Найти начало вектора $\vec{a} = \{7; -9; 5\}$, если его конец находится в точке $M_2(3; -4; 5)$.

4) Упростить выражение $(2\vec{a} - 5\vec{b}) \times (3\vec{a} + 4\vec{b})$.

5) Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах

$$\vec{a} = -4\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \text{ и } \vec{b} = -\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}.$$

6) Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1; 1; 3)$, имеющей нормальный вектор $\vec{N} = \{2; 1; 3\}$ и построить ее.

7) Привести к каноническому виду уравнение кривой и построить её:
 $-x^2 + 4y^2 - 4x + 8y - 4 = 0$.

ВТОРАЯ АТТЕСТАЦИЯ

БИЛЕТ № 1

1) Найти пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 2x - 1}{-x^2 + x + 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 5}{3x^2 + 5x - 7}$;

в) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+2} - 1}{x+1}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{4x}$; д) $\lim_{x \rightarrow 0} (2x+1)^{\frac{3}{x}}$.

2) Найти производные функций: а) $y = 5x^4 + \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{1}{x^4} + 3$; б) $y = x^3 \cdot e^{-4x}$;

в) $y = \cos^4 2x$; г) $y = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$.

3) Найти интегралы: а) $\int \left(3x^2 - \sqrt[5]{x^4} + \frac{7}{x^6} \right) dx$; б) $\int \frac{2x}{\sqrt{3x^2 - 5}} dx$; в) $\int (4 - 5x) \cos 3x dx$.

БИЛЕТ № 2

1) Найти пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 7x - 9}{5x^2 + x + 7}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+3} - \sqrt{3-x}}{x}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 9x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+5}{3x+2} \right)^{2x}$.

2) Найти производные функций: а) $y = \frac{2}{3}x^6 - \frac{4}{x^5} + \sqrt[3]{x^2} - \sqrt{5}$; б) $y = 2^x \cdot x^2$;

$$в) y = \log_3(x^2 - 5x + 2); \quad з) y = \frac{\sqrt{x}}{\sin x}.$$

$$3) \text{ Найти интегралы: } а) \int \left(8x^7 - 3\sqrt[3]{x^2} + \frac{4}{x^5} - 3 \right) dx; \quad б) \int \frac{3x dx}{\sqrt{9x^2 + 5}}; \quad в) \int (x+2) \cos \frac{x}{4} dx.$$

БИЛЕТ № 3

$$1) \text{ Найти пределы: } а) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 - 16}; \quad б) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x + 11}{2x^2 - x + 6}; \quad в) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x + \sqrt{x+2}};$$

$$з) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{4x}; \quad д) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1} \right)^{x+1}.$$

$$2) \text{ Найти производные функций: } а) y = 3x^7 - \frac{4}{5x^6} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} + 12; \quad б) y = x^3 \log_2 x; \quad в) y = \frac{x + e^x}{x - e^x};$$

$$з) y = \arctg^2 \frac{1}{x}.$$

$$3) \text{ Найти } а) \int \left(6x^2 + 3\sqrt[5]{x} - \frac{4}{x^3} + 2 \right) dx; \quad б) \int x \cos(x+9) dx; \quad в) \int \frac{dx}{\sqrt{3x+1}}.$$

БИЛЕТ № 4

$$1) \text{ Найти пределы: } а) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3 - 2x^2 + 5x}{3x^2 + 7x}; \quad б) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3}{x^2 + 7x - 1}; \quad в) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3 - \sqrt{2x-3}}{3-x};$$

$$з) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x}{\sin 2x}; \quad д) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x}{3x+2} \right)^{x-2}.$$

2) Найти производные функций:

$$а) y = 5\sqrt{x} + \frac{13}{x^4} - \frac{2}{\sqrt[3]{x}}; \quad б) y = 3^x \cdot x^3; \quad в) y = \frac{\sin x}{1 + \operatorname{tg} x}; \quad з) y = \cos^3 x.$$

$$3) \text{ Найти интегралы: } а) \int \frac{2x^2 + 3\sqrt{x} - 1}{2x} dx; \quad б) \int \sqrt[5]{(6-5x)^2} dx; \quad в) \int (x+1) \sin 4x dx.$$

БИЛЕТ № 5

$$1) \text{ Найти пределы: } а) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 - 4x + 3}; \quad б) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5x - 7}{3x^2 + 3x + 1}; \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x+4} - 2};$$

$$з) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 5x}; \quad д) \lim_{x \rightarrow 0} (5x+1)^{\frac{2}{x}}.$$

2) Найти производные функций:

$$а) y = \frac{1}{\sqrt{x^3}} - \frac{2}{x^4} + \sqrt{7}x + \sqrt{7}; \quad б) y = \sin\left(\frac{x}{2}\right); \quad в) y = x^6 \ln x; \quad з) y = \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2}.$$

$$3) \text{ Найти интегралы: } а) \int \left(2x + \frac{x^3}{3} + \frac{3}{x^3} - \sqrt[3]{x} \right) dx; \quad б) \int \frac{\ln(x-9)}{x-9} dx; \quad в) \int (x+1) \sin \frac{x}{3}.$$

БИЛЕТ № 6

1) Найти пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 2x - 15}{2x^2 + 7x - 15}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x - 8}{4x^2 - x + 9}$; в) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{4 - x}{x - \sqrt{3x + 4}}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 5x}{7x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-1} \right)^{x-4}$.

2) Найти производные функций:

а) $y = 5\sqrt{x} + 3x^3 - \sqrt[4]{x}$; б) $y = \frac{\cos x}{x - \sin x}$; в) $y = e^x \operatorname{tg} x$; г) $y = \ln(x^2 - 3x + 2)$.

3) Найти интегралы: а) $\int \left(9x^4 - \frac{7}{x^3 \sqrt{x^2}} + \frac{1}{x^7} - 10 \right) dx$; б) $\int \frac{2x dx}{\sqrt{3x^2 - 2}}$; в) $\int \arcsin \frac{x}{7} dx$.

БИЛЕТ № 7

1) Найти пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - 5x - 7}{3x^2 + x + 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 3x^2 + 5}{x^3 + 7x}$; в) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4 - \sqrt{x+6}}{2+x}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{4x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x}{3x+2} \right)^{x-2}$.

2) Найти производные функций:

а) $y = x\sqrt{x} - 2x^4 + 3\sqrt[3]{x}$; б) $y = 4^x(x^2 - 5x)$; в) $y = \frac{\sin x}{1 - \cos x}$; г) $y = \sqrt[5]{\operatorname{tg}^3 x}$.

3) Найти а) $\int \frac{\sqrt{x^7 - 8x^3 + 9}}{3x^3} dx$; б) $\int \frac{dx}{\sqrt{x+5}}$; в) $\int (x+1) \cos 7x dx$.

БИЛЕТ № 8

1) Найти пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x - 6}{2x^2 + x - 6}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 3x + 1}{3x^2 - 2x - 8}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x-4} - \sqrt{x+1}}{x-5}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 9x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x}{4x-3} \right)^{6x}$.

2) Найти производные функций:

а) $y = \frac{5}{6}x^9 - \frac{1}{4x} + \frac{1}{4}x - \sqrt[3]{17}$; б) $y = \frac{3 \ln x}{x}$; в) $y = 2^x \operatorname{arctg} x$; г) $y = \sin(2x + 5)^3$.

3) Найти интегралы: а) $\int \left(4x^3 - 7\sqrt[8]{x^5} + \frac{6}{x^2} + 9 \right)$; б) $\int x \sin(x+7) dx$; в) $\int \cos 8x dx$.

БИЛЕТ № 9

1) Найти пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{9x^2 + 17x - 2}{x^2 + 2x}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 13}{4x^2 - 7x + 8}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4-x} - 2}{x}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{3x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+7}{x+3} \right)^{2x+1}$.

2) Найти производные функций:

а) $y = 5x^7 - \frac{6}{\sqrt{x}} + \sqrt[5]{x^3} - 8^x$; б) $y = x \arccos x$; в) $y = \frac{1-10^x}{1+10^x}$; г) $y = \sin^2 x^3$;

д) $xy = \operatorname{ctg} x$; е) $y = \sin^2 x$, $y'' - ?$

3) Найти интегралы: а) $\int \left(3x^2 - \sqrt[5]{x^4} + \frac{7}{x^6} \right) dx$; б) $\int \frac{2x}{\sqrt{3x^2 - 5}} dx$; в) $\int (4 - 5x) \cos 3x dx$.

БИЛЕТ № 10

1) Найти пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{3x^2 + x - 10}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 + 2x - 5}{x^2 + 6x}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x} - \sqrt{x+1}}{x-1}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\sin 2x}$; д) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{5}{x}}$.

2) Найти производные функций:

а) $y = \frac{2}{9}x^6 - \frac{1}{x^4} + \frac{3}{\sqrt{x}} - \sqrt{6}$; б) $y = x^2 \cdot \log_3 x$; в) $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$; г) $y = \ln(\ln \sqrt{x})$; д) $e^{xy} = x^2 - y^2$;

е) $y = (6x - 5)^4$, $y'' - ?$

3) Найти интегралы: а) $\int \left(8x^7 - 3\sqrt[3]{x^2} + \frac{4}{x^5} - 3 \right) dx$; б) $\int \frac{3x dx}{\sqrt{9x^2 + 5}}$; в) $\int (x + 2) \cos \frac{x}{4} dx$.

БИЛЕТ № 11

1) Найти пределы:

а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 + x - 6}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 12x + 1}{4x^2 - 7}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{2 - \sqrt{5x + 4}}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\sin 4x}$; д) $\lim_{x \rightarrow 0} (5x + 1)^{\frac{2}{x}}$.

2) Найти производные функций:

а) $y = 6x^2 - \frac{5}{x^3} - \sqrt[3]{x^2}$; б) $y = x \ln x + \arcsin \sqrt{x}$; в) $y = \frac{2x + \sin x}{\cos x}$; г) $y = 20^{5-3x}$;

д) $y \sin x - \cos y = 0$; е) $y = (2x - 3)^9$, $y'' - ?$

3) Найти а) $\int \left(6x^2 + 3\sqrt[5]{x} - \frac{4}{x^3} + 2 \right) dx$; б) $\int x \cos(x + 9) dx$; в) $\int \frac{dx}{\sqrt{3x + 1}}$.

БИЛЕТ № 12

1) Найти пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + x - 3}{x^2 + x - 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 6x^2 - 4}{x^2 + 8x - 2}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{2-x}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 5x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+1}{4x} \right)^{5x+3}$.

2) Найти производные функций:

а) $y = 6x^3 - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{9}{\sqrt[3]{x^2}}$; б) $y = \pi x^2 + \arcsin x$; в) $y = \frac{4^x - 1}{4^x + 1}$; г) $y = \sqrt[6]{\sin x}$;

д) $xy - \operatorname{arctg}(x + y) = 1$; е) $y = \sin^2 x$, $y'' - ?$

3) Найти интегралы: а) $\int \frac{2x^2 + 3\sqrt{x} - 1}{2x} dx$; б) $\int \sqrt[5]{(6-5x)^2} dx$; в) $\int (x+1) \sin 4x dx$.

БИЛЕТ № 13

1) Найти пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 14x + 5}{x^2 - 6x + 5}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + 6x^2}{x^2 + 3x - 9}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{3-x}}{1-x}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{3x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+7}{x+3} \right)^{2x+1}$.

2) Найти производные функций:

а) $y = \sqrt[4]{x^3} + \frac{5}{x^2} - \frac{3}{x^3} + 2$; б) $y = (\operatorname{tg} x + 1) \arccos x$; в) $y = \frac{\ln x}{\cos x}$; г) $y = \cos^{100} x$;

д) $x - y = \arcsin x - \arcsin y$; е) $y = x \cos x$, $y'' - ?$

3) Найти интегралы: а) $\int \left(2x + \frac{x^3}{3} + \frac{3}{x^3} - \sqrt[3]{x} \right) dx$; б) $\int \frac{\ln(x-9)}{x-9} dx$; в) $\int (x+1) \sin \frac{x}{3}$.

БИЛЕТ № 14

1) Найти пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 4x + 4}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 5x - 11}{2x^2 - 2x + 4}$; в) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+4} - 1}{3+x}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sin 4x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x+1} \right)^{4x+5}$.

2) Найти производные функций:

а) $y = 10x^6 - \frac{4}{x} + 3\sqrt[5]{x}$; б) $y = e^x \operatorname{ctg} x$; в) $y = \frac{x^5}{3x+2}$; г) $y = \ln^4 \sin 3x$; д) $x^2 + y^2 = \ln \frac{y}{x} + 7$;

е) $y = \operatorname{tg} 4x$, $y'' - ?$

3) Найти интегралы: а) $\int \left(2x + \frac{x^3}{3} + \frac{3}{x^3} - \sqrt[3]{x} \right) dx$; б) $\int \frac{\ln(x-9)}{x-9} dx$; в) $\int (x+1) \sin \frac{x}{3} dx$.

БИЛЕТ № 15

1) Найти пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 2x}{x^2 + 4x + 4}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 5x - 11}{2x^2 - 2x + 4}$; в) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{1-\sqrt{x+3}}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{3x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+7}{x+3} \right)^{2x+1}$.

2) Найти производные функций:

а) $y = x^4 - \frac{5}{x^2} + \frac{2}{7} \sqrt[9]{x^7} - \sqrt{6}$; б) $y = 2x^2 \sin x$; в) $y = \frac{5-3x}{4x+7}$; г) $y = \operatorname{arctg} \ln x$;

д) $x^y \cdot y^x = 1$; е) $y = \operatorname{arctg} x$, $y'' - ?$

3) Найти интегралы: а) $\int \left(4x^3 - 7\sqrt[8]{x^5} + \frac{6}{x^2} + 9 \right)$; б) $\int x \sin(x+7) dx$; в) $\int \cos 8x dx$.

Критерии оценки письменной контрольной работы (в рамках рубежной аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 25 баллов за выполнение рубежной контрольной работы. Каждое задание, входящее в контрольную, оценивается преподавателем определенным количеством баллов. Итоговый балл за контрольную работу получается суммированием баллов за все задания.

Критерий оценки одного задания:

- обучающийся правильно решил задачу; при этом логично, последовательно и аргументированно изложил решение задачи – максимальное количество баллов;
- обучающийся в основном правильно решил задачу, допустив при этом незначительные неточности и погрешности – 80% от максимального количества баллов;
- обучающийся не полностью решил задачу, но не менее 50%, допустив при этом не более одной грубой ошибки – 60% от максимального количества баллов;
- обучающийся привел неполное решение задачи (степень полноты – от 30% до 50%), допустив при этом значительные недочеты – 40% от максимального количества баллов;
- обучающийся привел не более 30% решения задачи, допустив при этом грубые ошибки и недочеты – 20% от максимального количества баллов;
- обучающийся не приступил к решению задачи – 0 баллов.

БИЛЕТЫ ДЛЯ ЭКЗАМЕНА

Вариант 1

- 1) Определители 2-го и 3-го порядков. Алгебраические дополнения и миноры. Понятие об определителе n -го порядка. Основные свойства определителей; их применение к вычислению определителей n -го порядка.

2) Решить систему линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -3, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$$

3) Найти площадь треугольника с вершинами: $A(1;0;1)$, $B(0;1;1)$, $C(1;1;0)$.

4) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $A(5;-2)$, параллельно прямой, заданной уравнением $3x - 4y - 6 = 0$. Построить эти прямые.

5) Найти координаты центра о радиус окружности и построить ее:
 $x^2 + y^2 + 6y - 7 = 0$.

6) Найти пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - x - 20}{2x^2 + 7x - 15}$; б) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1 + x}{1 - \sqrt{3x + 4}}$.

7) Найти производные функций:

а) $y = 3\sqrt{x} + 9x^5 - \frac{\sqrt[3]{x}}{4}$; б) $y = \frac{\cos 4x}{3x - 2 \sin x}$; в) $y = 4^x \operatorname{ctg} 3x$.

8) Найти интегралы: а) $\int \left(5x^8 - \frac{4}{x^3 \sqrt{x^2}} + \frac{3}{2x^7} - \frac{3}{4} \right) dx$, б) $\int \frac{5x dx}{\sqrt{4x^2 + 7}}$.

Вариант 2

- 1) Скалярное произведение векторов и его свойства. Угол между векторами. Условие перпендикулярности двух векторов. Механический смысл скалярного произведения.

2) Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 = -9; \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 = -8; \\ x_1 + 2x_3 = -3. \end{cases}$$

- 3) Найти площадь треугольника с вершинами: $A(3; -3; 0)$, $B(1; 2; 7)$, $C(0; -1; 3)$
 4) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $M(2; -3; 4)$, параллельно прямой, заданной уравнением $3x - 2y - 7 = 0$.
 5) Найти координаты центра о радиус окружности и построить ее:
 $x^2 + y^2 + 16x - 20y - 5 = 0$.

6) Найти пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{4 - \sqrt{x+6}}{2+x}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x}{3x+7} \right)^{5x+6}$.

7) Найти производные функций:

а) $y = \frac{4}{5x} - 5\sqrt{x} - 2x^4 + 3\sqrt[3]{x}$; б) $y = 4^x x^6$; в) $y = \frac{\sin 2x}{4 - \cos 3x}$.

8) Найти а) $\int \frac{\sqrt{x^7 - 8x^3 + 9}}{3x^3} dx$; б) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{6x-1}}$.

Вариант 3

- 1) Прямая на плоскости. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Угол между прямыми. Условия перпендикулярности и параллельности прямых. Расстояние от точки до прямой.

2) Решить систему уравнений
$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 5x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 = -1. \end{cases}$$

3) Найти площадь треугольника с вершинами: $A(5; 6; -2)$, $B(2; -4; 5)$, $C(-5; 3; -1)$.

4) Написать уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых, заданными уравнениями: $x + 2y + 3 = 0$, $4x + 5y + 6 = 0$, перпендикулярно прямой, заданной уравнением $x + y - 6 = 0$.

5) Привести к каноническому виду уравнение кривой и построить ее:
 $9x^2 + 10y^2 + 40y - 50 = 0$.

6) Найти пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 - 8}{2x^2 + x - 6}$; б) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{3x-4} - \sqrt{x+6}}{x-5}$.

7) Найти производные функций:

а) $y = \frac{5}{6}x^9 - \frac{1}{4x} + \frac{1}{4}x - \sqrt[3]{17}$; б) $y = \frac{3 \sin 2x}{x}$; в) $y = 3^x \arctg 4x$.

8) Найти интегралы: а) $\int \left(4x^3 - 7\sqrt[8]{x^5} + \frac{6}{x^2} + 9 \right)$; б) $\int (3x - 2) \sin x dx$.

Вариант 4

1) Матрицы. Действия над матрицами. Обратная матрица. Матричный способ решения систем линейных уравнений.

2) Решить систему уравнений методом Крамера или Гаусса:

$$\begin{cases} 7x_1 - 5x_2 = -3, \\ 4x_1 + 11x_3 = 26, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 13. \end{cases}$$

- 3) Найти площадь треугольника с вершинами: $A(-3;2;5)$, $B(5;-1;2)$, $C(0;2;-4)$.
- 4) Дано уравнение прямой в «отрезках» $\frac{x}{7} + \frac{y}{-5} = 1$. Представить его в виде общего уравнения прямой, в виде уравнения с угловым коэффициентом и построить эту прямую.
- 5) Дано общее уравнение кривой 2-го порядка $5x^2 + 9y^2 - 30x + 18y + 9 = 0$. Привести его к каноническому виду и постройте кривую.
- 6) Найти пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{3x^2 - 3}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9-x} - 3}{4x}$.
- 7) Найти производные функций:
- а) $y = 5x^7 - \frac{6}{\sqrt{x}} + \sqrt[5]{x^3} - 8^x$; б) $y = x \arccos \operatorname{tg} 4x$; в) $y = \frac{3-4^x}{3+4^x}$; г) $y = \sin^4 x^3$.
- 8) Найти интегралы: а) $\int \left(5x^3 - 9\sqrt[7]{x^4} + \frac{7}{x^8} + x \right)$; б) $\int 3x \sin(2x+7) dx$.

Вариант 5

- 1) Предел функции в точке. Предел функции на бесконечности. Односторонние пределы. Ограниченность функции, имеющий предел.

2) Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 5. \end{cases}$$

- 3) Найти площадь треугольника с вершинами: $A(2;-1;3)$, $B(3;0;-5)$, $C(-1;-4;6)$.
- 4) Дано уравнение прямой $2x + 3y + 4 = 0$. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(2;1)$, параллельно данной прямой.
- 5) Привести к каноническому виду уравнение кривой и построить её:
 $16x^2 - 9y^2 - 64x - 54y - 161 = 0$.

6) Найти пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 - 16}{x^2 + 3x - 4}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{1-x}}{5x}$.

7) Найти производные функций: а) $y = \frac{4}{6}x^9 - \frac{6}{x^7} + 7\sqrt[3]{x^2} - \frac{1}{3}$; б) $y = 7^x \cdot x^3$;

в) $y = \log_6(3x^2 + 2x + 1)$; г) $y = \frac{\sqrt{x}}{\sin 3x}$.

8) Найти интегралы: а) $\int \left(5x^4 - 5\sqrt[3]{x} + \frac{3}{x^8} + 5 \right) dx$; б) $\int \frac{6x dx}{\sqrt{4x^2 + 1}}$; в) $\int (3x + 2) \cos \frac{x}{9} dx$.

Вариант 6

- 1) Основные теоремы о пределах. Раскрытие неопределенностей $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ и $\begin{bmatrix} \infty \\ \infty \end{bmatrix}$.
 Первый замечательный предел.

- 2) Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4, \\ 2x_1 + 6x_2 + 4x_3 = -6, \\ 3x_1 + 10x_2 + 8x_3 = -8. \end{cases}$$
- 3) Найти угол ABC , если известны координаты точек: $A(5; -1; -4)$,
 $B(-2; 3; 1)$, $C(-3; -2; 6)$.
- 4) Даны точки на плоскости: $A(-3; 2)$, $B(-1; 5)$. Составить общее уравнение прямой, проходящей через эти точки, привести его к виду с угловым коэффициентом и построить прямую.
- 5) Дано общее уравнение кривой $4x^2 + 36y^2 + 72y - 16x - 92 = 0$. Привести его к каноническому виду и построить эту кривую.
- 6) Найти пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{x^2 - 9}$; б) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x + 2}{x + \sqrt{x + 6}}$.
- 7) Найти производные функций:
а) $y = 5x^2 - \frac{6}{5x^7} + \frac{4}{\sqrt[3]{x}} + 3$; б) $y = x^6 \log_4 x$; в) $y = \frac{2 + 3e^x}{3 - 2e^x}$; г) $y = \arctg^2 \frac{1}{x}$.
- 8) Найти а) $\int \left(4x^2 + 2\sqrt[3]{x} - \frac{5}{x^7} + 3 \right) dx$; б) $\int 4x \cos(2x + 1) dx$.

Вариант 7

- 1) Производная функции одной переменной; её геометрический и механический смысл. Дифференцируемость функции.
- 2) Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 10, \\ -3x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 8, \\ 5x_1 + 2x_2 + 8x_3 = -1. \end{cases}$$
- 3) Даны координаты точек $K(5; 6; -2)$, $B(2; -4; 5)$, $D(-5; 3; -1)$. Найти угол BKD .
- 4) Даны точки на плоскости: $A(-3; 2)$, $B(-1; 5)$. Составить общее уравнение прямой, проходящей через эти точки, привести его к виду с угловым коэффициентом и построить прямую.
- 5) Найти координаты центра о радиус окружности и построить ее:
 $9x^2 + 9y^2 + 36x - 18y + 20 = 0$.
- 6) Найти пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{3x^2 + x - 10}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x} - \sqrt{x + 2}}{x - 1}$.
- 7) Найти производные функций:
а) $y = \frac{2}{9}x^6 - \frac{12}{x^4} + \frac{4}{\sqrt{x}} - \sqrt{7}$; б) $y = x^6 \cdot \log_7 x$; в) $y = \frac{3x^2}{5x^2 + 1}$; г) $y = \ln(4x + 5)$.
- 8) Найти интегралы: а) $\int \frac{x^2 + 3\sqrt{x} - 1}{3x} dx$; б) $\int \sqrt[7]{(3 - 5x)^2} dx$.

Вариант 8

- 1) Основные правила дифференцирования. Производная сложной функции. Производные основных элементарных функций. Логарифмическое

дифференцирование.

2) Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 = 6; \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 = 5; \\ x_1 + 2x_3 = 4. \end{cases}$$

3) Даны точки с координатами $A(2;-1;3)$, $B(4;3;-4)$, $C(-3;2;-1)$. Найти площадь треугольника ABC .

4) Дано уравнение прямой в «отрезках» $\frac{x}{2} + \frac{y}{-7} = 1$. Представить его в виде уравнения, записанного в общем виде и построить эту прямую.

5) Привести к каноническому виду уравнение кривой и построить её:

$$9x^2 + 4y^2 + 54x + 8y + 49 = 0.$$

6) Найти пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x - 6}{2x^2 + x - 6}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 7x + 2}{2x^2 + x - 1}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{2x-4} - \sqrt{x+1}}{x-5}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 7x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-3} \right)^{5x}$.

7) Найти производные функций:

8) Найти интегралы: а) $\int \left(4x^3 - 7\sqrt[8]{x^5} + \frac{6}{x^2} + 9 \right) dx$; б) $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{\cos x + 3}}$.

Вариант 9

1) Понятие первообразной. Неопределённый интеграл и его свойства. Таблица неопределённых интегралов.

2) Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 5x_3 = -2, \\ 2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = -1, \\ -2x_1 + x_2 + 4x_3 = 2. \end{cases}$$

3) Найти угол ACB треугольника с вершинами: $A(7;3;4)$, $B(1;0;6)$, $C(4;5;-2)$.

4) Представить общее уравнение прямой $2x - 3y - 5 = 0$ в виде уравнения с угловым коэффициентом и построить эту прямую.

5) Дано общее уравнение кривой $4x^2 + 36y^2 + 72y - 16x - 92 = 0$. Привести его к каноническому виду и построить эту кривую.

6) Найти пределы:

а) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{9x^2 + 17x - 2}{x^2 + 2x}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 9}{3x^2 + 2x - 5}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9-x} - 3}{2x}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{5x}$; д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+7}{4x+3} \right)^{5x+2}$.

7) Найти производные функций:

а) $y = 5x^7 - \frac{6}{\sqrt{x}} + \sqrt[5]{x^3} - 8^x$; б) $y = x \arccos x$; в) $y = \frac{2-5^x}{2+5^x}$; г) $y = \sin^2(x+1)$.

8) Найти интегралы: а) $\int \left(x^5 + 9x\sqrt{x} - \frac{2}{x^3} + 8 \right) dx$; б) $\int x \sin 2x dx$.

Вариант 10

1) Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование, метод подведения под знак дифференциала, метод замены переменной, метод интегрирования по частям.

2) Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -1, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 = 5, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 = 7. \end{cases}$$

3) Проверить, верно ли равенство: $3(\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}) \cdot \vec{k} - (7\vec{k} - \vec{i}) \cdot \vec{j} = 3$.

4) Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(-4;3)$, и параллельной данной прямой $x + 2y + 3 = 0$ и построить эти прямые.

5) Привести к каноническому виду уравнение кривой и построить её:
 $3x^2 + 3y^2 - 4x - 6y - 15 = 0$.

6) Найти пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{3x^2 + x - 10}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + x - 7}{3x^2 + 4x}$; в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2x} - \sqrt{x+1}}{2x - 2}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\sin 3x}$; д) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x)^{\frac{4}{x}}$.

6) Найти производные функций:

а) $y = \frac{2}{9}x^6 - \frac{1}{x^4} + \frac{3}{\sqrt{x}} - \sqrt{6}$; б) $y = x^2 \cdot \log_3 x$; в) $y = \frac{x^2}{x^2 + 1}$; г) $y = \ln \sqrt{x}$.

8) Найти интегралы: а) $\int \left(1 - 3x^2 \sqrt[4]{x} - \frac{5}{x^2} + 4 \right) dx$; б) $\int (x+1)e^{-x} dx$.