МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ГРОЗНЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА М.Д.МИЛЛИОНЩИКОВА»

ВЫСШАЯ И ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

УТВЕРЖДЕН

на заседании кафедры
« 01 » 09 2021 г., протокол №1__
Заведующий кафедрой
____________________ А.М. Гачаев
(подпись)

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

МАТЕМАТИКА

Направление подготовки

09.03.02 Информационные системы и технологии

Направленности (профили)

«Информационные технологии в образовании»

«Информационные технологии в дизайне»

Квалификация

бакалавр

Составитель____________________Х.П.Маташева

Грозный - 2020

ПАСПОРТ
ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
МАТЕМАТИКА

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочных средств
1.	Линейная алгебра	ОПК-1, ОПК-8	Коллоквиум Контрольная работа Экзамен
2.	Элементы векторной алгебры	ОПК-1, ОПК-8	Коллоквиум Контрольная работа Экзамен
3.	Аналитическая геометрия	ОПК-1, ОПК-8	Коллоквиум Контрольная работа Экзамен
4.	Введение в математический анализ	ОПК-1, ОПК-8	Коллоквиум Контрольная работа Экзамен
5.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	ОПК-1, ОПК-8	Коллоквиум Контрольная работа Экзамен
6.	Функции нескольких переменных	ОПК-1, ОПК-8	Коллоквиум Контрольная работа Экзамен
7.	Интегральное исчисление	ОПК-1, ОПК-8	Коллоквиум Контрольная работа Экзамен
8.	Дифференциальные уравнения	ОПК-1, ОПК-8	Коллоквиум Контрольная работа Экзамен
9.	Ряды	ОПК-1, ОПК-8	Коллоквиум Контрольная работа Экзамен
10.	Основы теории вероятностей и математической статистики	ОПК-1, ОПК-8	Коллоквиум Контрольная работа Экзамен

ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

№ п/п	**Наименование оценочного средства**	**Краткая характеристика оценочного средства**	**Представление оценочного средства в фонде**
1	*Коллоквиум*	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2	*Контрольная работа*	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу учебной дисциплины.	Комплект контрольных заданий по вариантам
3	*Экзамен*	Средство проверки знаний, умений, владений, приобретенных обучающимся в течение семестра.	Комплект экзаменационных билетов

ПЕРВЫЙ СЕМЕСТР

ВОПРОСЫ ДЛЯ СОБЕСЕДОВАНИЯ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ)

Раздел: «Линейная алгебра, элементы векторного анализа, аналитическая геометрия»

1. Определители 2-го и 3-го порядков. Алгебраические дополнения и миноры. Понятие об определителе n-го порядка. Основные свойства определителей; их применение к вычислению определителей n-го порядка.
2. Системы линейных уравнений. Правило Крамера. Однородная система.
3. Матрицы. Действия над матрицами. Обратная матрица. Матричный способ решения систем линейных уравнений.
4. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Исследование систем линейных уравнений.
5. Декартовы прямоугольные системы координат на плоскости и в пространстве. Полярная система координат.
6. Векторы. Линейные операции над векторами. Линейно независимые векторы. Базис, разложение по базису. Проекции вектора на оси координат. Координаты вектора. Длина вектора и направляющие косинусы. Условия коллинеарности векторов.
7. Скалярное произведение векторов и его свойства. Угол между векторами. Условие перпендикулярности двух векторов. Механический смысл скалярного произведения.
8. Векторное и смешанное произведения векторов. Основные свойства и вычисление через определители. Компланарность трёх векторов. Геометрические приложения векторного и смешанного произведений.
9. Прямая на плоскости. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Угол между прямыми. Условия перпендикулярности и параллельности прямых. Расстояние от точки до прямой.
10. Канонические уравнения кривых второго порядка: окружности, эллипса, гиперболы, параболы.
11. Уравнения плоскости и прямой в пространстве. Угол между прямыми. Угол между прямой и плоскостью. Точка пересечения прямой и плоскости.

Раздел: «Введение в математический анализ»

1. Предел функции в точке. Предел функции на бесконечности. Односторонние пределы. Ограниченность функции, имеющей предел.
2. Бесконечно большая и бесконечно малая функции и связь между ними. Разложение функции, имеющей предел, на постоянную и бесконечную малую.
3. Основные теоремы о пределах. Раскрытие неопределенностей $\left[\frac{0}{0}\right]$ и $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$. Первый замечательный предел.
4. Числовые последовательности. Предел последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Число e. Натуральные логарифмы.
5. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые. Замена бесконечно малых эквивалентными при вычислении пределов.
6. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва функции и их классификация.
7. Непрерывность функции на отрезке. Свойства непрерывных на отрезке функций: ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений, существование промежуточных значений.

Критерии оценки *(в рамках текущей аттестации)*

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 10 баллов за текущую аттестацию. Критерии оценки разработаны, исходя из разделения баллов: 5 баллов за освоение теоретических вопросов дисциплины, 5 баллов – за выполнение домашних заданий.

Критерии оценки ответов на теоретические вопросы:

– **5 баллов выставляется студенту, если** он изложил содержание вопроса в объеме, предусмотренном программой, при этом изложил материал грамотным языком, точно используя математическую терминологию и символику, в определенной логической последовательности;
– **4 балла выставляются студенту, если** при достаточно полном и грамотном освещении вопроса он допустил небольшие неточности, не искажающие математического содержания ответа;
– **3 балла выставляются студенту** при неполном раскрытии содержания вопроса (содержание вопроса изложено фрагментарно, не всегда последовательно), но показано общее понимание вопроса; допущены ошибки при использовании математической терминологии;
– **2 балла получает студент**, продемонстрировавший обрывочные знания и допустивший ошибки в определении понятий и при использовании математической терминологии.

КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РУБЕЖНЫЙ КОНТРОЛЬ)

ПЕРВАЯ АТТЕСТАЦИЯ

БИЛЕТ № 1

1. Найти произведение матриц А*В, если: $A=\begin{pmatrix}2 & 3\\ -5 & -4\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}5 & 2\\ 6 & -7\end{pmatrix}$.
2. Решить систему линейных уравнений методом Крамера или Гаусса: $\begin{cases}3x_1+5x_2+7x_3=1,\\ x_1-3x_2-9x_3=8,\\ 2x_1+2x_2-3x_3=1.\end{cases}$
3. Найти конец вектора $\vec{a}=\{3;-1;2\}$, если его начало в точке $M(1;-1;2)$.
4. Упростить выражение: $(2\vec{a}-3\vec{b})\times(\vec{a}+4\vec{b})$.
5. Найти угол при вершине А в треугольнике ABC, если:
   $A(0;\,3;\,-1)$, $B(1;\,5;\,-6)$, $C(-5;\,2;\,1)$.

БИЛЕТ № 2

1. Найти произведение матриц А*В, если: $A=\begin{pmatrix}2 & -1 & 0\\ -4 & 3 & 5\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 3 & -2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$.
2. Решить систему линейных уравнений методом Крамера или Гаусса:
   $\begin{cases}2x_1+5x_2+3x_3=6,\\ x_1-3x_2-9x_3=8,\\ 2x_1+4x_2-3x_3=9.\end{cases}$
3. Найти начало вектора $\vec{b}=\{5;12;-6\}$, если его конец в точке $A(2;17;8)$.
4. Упростите выражение: $(5\bar{a}+3\bar{b})\times(2\bar{a}-\bar{b})$
5. Найти площадь треугольника ABC, если: $A(7;\,2;\,-6)$, $B(2;\,4;\,-3)$, $C(5;\,2;\,-4)$.

БИЛЕТ № 3

1. Найти произведение матриц А*В, если:

$$A=\begin{pmatrix}3 & -2 & 0\\ 1 & 6 & -1\\ 2 & 4 & 2\end{pmatrix}, B\begin{pmatrix}-5\\ 3\\ 7\end{pmatrix}.$$

2. Решить систему линейных уравнений методом Крамера или Гаусса:

$$\begin{cases}x_1+x_2+x_3=6,\\ x_1+x_2-x_3=10,\\ 3x_1+x_2+3x_3=12.\end{cases}$$

3. Найти начало вектора $\vec{b}=\{5;10;-2\}$, если его конец в точке $A(2;7;8)$.
4. Упростите выражение: $(\bar{a}+\bar{b})^2+(\bar{a}-\bar{b})^2$.
5. Найти угол при вершине B треугольника *ABC,* если: *A*(5; –3; 4), *B*(7; 0; 7), *C*(6; –3; –1)

БИЛЕТ № 4

1. Найти произведение матриц A*B, если:

$$A=\begin{pmatrix}-2 & 3\\ -5 & -6\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}5 & 2\\ 4 & -7\end{pmatrix}.$$

2. Решить систему линейных уравнений методом Крамера или Гаусса:

$$\begin{cases}x_1+2x_2+3x_3=5,\\ 2x_1-x_2-x_3=1,\\ x_1+3x_2+4x_3=6;\end{cases}$$

3. Найти конец вектора $\vec{a}=\{1;-1;3\}$, если его начало в точке $M(3;1;2)$.
4. Упростите выражение: $(2\bar{a}+3\bar{b})\times(\bar{a}+2\bar{b})$
5. Найти объём пирамиды *ABCD*, если: *A*(3; 2; 11), *B*(0; 3; 13), *C*(4; 3; 9), *D*(3; 3; 1).

БИЛЕТ № 5

1. Найти произведение матриц A*B, если:

$$A=\begin{pmatrix}1 & 5 & 2\\ 2 & 0 & 3\\ -3 & 1 & 1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}2 & 1 & 0\\ 3 & -1 & -2\\ 4 & 5 & -3\end{pmatrix}$$

2. Решить систему линейных уравнений методом Крамера или Гаусса:

$$\begin{cases}2x_1-x_2+x_3=4,\\ 3x_1+2x_2+2x_3=1,\\ x_1-2x_2+x_3=2.\end{cases}$$

3. Найти конец вектора $\vec{a}=\{5;-1;-2\}$, если его начало в точке $M(1;-1;3)$.
4. Упростите выражение: $(2\bar{i}-3\bar{j})\cdot\bar{j}+(3\bar{i}+\bar{k})\cdot\bar{k}$
5. Найти площадь треугольника *ABC,* если: *A*(8; 6; –3), *B*(2; 2; –1), *C*(8; 7; –3).

БИЛЕТ № 6

1. Найти произведение матриц A*B, если:

$$A=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 3 & -3\\ 5 & 2\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\ 2 & 4 & 3\end{pmatrix}.$$

2. Решить систему линейных уравнений методом Крамера или Гаусса:

$$\begin{cases}3x_1+4x_2-3x_3=4,\\ 2x_1-x_2+x_3=2,\\ x_1+x_2-2x_3=0.\end{cases}$$

3. Найти начало вектора $\vec{b}=\{1;2;-6\}$, если его конец в точке $A(2;11;6)$.

4. Упростите выражение: $(\bar{a}+\bar{b})\times\bar{b}+(3\bar{a}-\bar{c})\times\bar{c}$.
5. Найти объём пирамиды *ABCD*, если: *A*(–5; 0; 0), *B*(–1; –1; –1), *C*(0; 0; 4), *D*(–3; –3; 7).

БИЛЕТ № 7

1. Найти произведение матриц А*В, если:

$$A=\begin{pmatrix}1 & -3\\ 2 & 2\\ 3 & 1\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}-5 & 1\\ 0 & 4\end{pmatrix}.$$

2. Решить систему линейных уравнений методом Крамера или Гаусса:

$$\begin{cases}x_1+2x_2+x_3=8,\\ 2x_1-x_2+x_3=3,\\ 2x_1+3x_2-x_3=5.\end{cases}$$

3. Найти конец вектора $\vec{a}=\{4;1;-2\}$, если его начало в точке $M(1;-1;-2)$.
4. Упростите выражение: $(2\bar{a}+\bar{b})\times(\bar{b}-2\bar{a})$
5. Найти площадь треугольника *ABC,* если: *A*(6; 9; –13), *B*(9; 10; –11), *C*(3; 5; –7)

БИЛЕТ № 8

1. Найти произведение матриц А*В, если:

$$A=\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ -1 & 0 \end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix} 6 & 3 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & -4 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Решить систему линейных уравнений методом Крамера или Гаусса:

$$\begin{cases} 2x_1-4x_2+3x_3=1, \\ x_1-2x_2+4x_3=3, \\ 3x_1-x_2+5x_3=2. \end{cases}$$

3. Найти начало вектора $\vec{b}=\{5;3;-6\}$, если его конец в точке $A(2;4;8)$.
4. Упростите выражение: $(5\bar{a}-\bar{c})\times(3\bar{c}+\bar{a})$.
5. Найти площадь треугольника *ABC,* если: $A(4;\ 3;\ -2)$, $B(5;\ 5;\ -6)$, $C(7;\ 2;\ -6)$

БИЛЕТ № 9

1. Найти произведение матриц А*В, если:

$$A=\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Решить систему линейных уравнений методом Крамера или Гаусса:

$$\begin{cases} 2x_1+x_2+3x_3=3, \\ x_1+x_2+x_3=4, \\ 2x_1-3x_2+x_3=1. \end{cases}$$

3. Найти конец вектора $\vec{a}=\{-5;1;2\}$, если его начало в точке $M(-1;-1;2)$.
4. Упростите выражение: $2\bar{i}(\bar{j}\times\bar{k})+3\bar{j}(\bar{i}\times\bar{k})+3\bar{k}(\bar{i}\times\bar{j})$
5. Найти площадь треугольника *ABC,* если: $A(3;\ 3;\ 3)$, $B(6;\ 3;\ -3)$, $C(5;\ -3;\ 0)$.

БИЛЕТ № 10

1. Найти произведение матриц А*В, если:

$$A=\begin{pmatrix} 5 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & -5 & 7 \end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

2. Решить систему линейных уравнений методом Крамера или Гаусса:

$$\begin{cases} 3x_1-4x_2+3x_3=1, \\ x_1-3x_2+2x_3=0, \\ 2x_1+6x_2+2x_3=3. \end{cases}$$

3. Найти начало вектора $\vec{b}=\{2;12;-1\}$, если его конец в точке $A(2;4;8)$.
4. Упростите выражение: $(2\bar{a}+\bar{b})\times(\bar{a}-5\bar{b})$.
5. Найти объём пирамиды *ABCD,*если: $A(8;\ 4;\ -5)$, $B(8;\ 7;\ -3)$, $C(8;\ 6;\ -3)$, $D(3;\ 3;\ 1)$.

БИЛЕТ № 11

1. Найти произведение матриц А*В, если:

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -5 & -4 \end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 6 & -7 \end{pmatrix}.$$

2. Решить систему линейных уравнений методом Крамера или Гаусса:

$$\begin{cases} 3x_1+5x_2+7x_3=1, \\ x_1-3x_2-9x_3=8, \\ 2x_1+2x_2-3x_3=1. \end{cases}$$

3. Найти конец вектора $\vec{a}=\{3;-1;2\}$, если его начало в точке $M(1;-1;2)$.

4. Упростить выражение: $\left(2\vec{a}-3\vec{b}\right)\times\left(\vec{a}+4\vec{b}\right)$.
5. Найти угол при вершине А в треугольнике ABC, если:
$A(0;\ 3;\ –1)$, $B(1;\ 5;\ –6)$, $C(–5;\ 2;\ 1)$.

БИЛЕТ № 12

1. Найти произведение матриц А*В, если:
$$A=\begin{pmatrix}2 & -1 & 0\\ -4 & 3 & 5\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 3 & -2\\ 2 & 1\end{pmatrix}.$$
2. Решить систему линейных уравнений методом Крамера или Гаусса:
$$\begin{cases}2x_1+5x_2+3x_3=6,\\ x_1-3x_2-9x_3=8,\\ 2x_1+4x_2-3x_3=9.\end{cases}$$
3. Найти начало вектора $\vec{b}=\{5;12;-6\}$, если его конец в точке $A(2;17;8)$.
4. Упростите выражение: $\left(5\bar{a}+3\bar{b}\right)\times\left(2\bar{a}-\bar{b}\right)$
5. Найти площадь треугольника ABC, если: $A(7;\ 2;\ –6)$, $B(2;\ 4;\ –3)$, $C(5;\ 2;\ –4)$.

БИЛЕТ № 13

1. Найти произведение матриц А*В, если:
$$A=\begin{pmatrix}3 & -2 & 0\\ 1 & 6 & -1\\ 2 & 4 & 2\end{pmatrix},B\begin{pmatrix}-5\\ 3\\ 7\end{pmatrix}.$$
2. Решить систему линейных уравнений методом Крамера или Гаусса:
$$\begin{cases}x_1+x_2+x_3=6,\\ x_1+x_2-x_3=10,\\ 3x_1+x_2+3x_3=12.\end{cases}$$
3. Найти начало вектора $\vec{b}=\{5;10;-2\}$, если его конец в точке $A(2;7;8)$.
4. Упростите выражение: $\left(\bar{a}+\bar{b}\right)^2+\left(\bar{a}-\bar{b}\right)^2$.
5. Найти угол при вершине В треугольника ABC, если: $A(5;\ –3;\ 4)$, $B(7;\ 0;\ 7)$, $C(6;\ –3;\ –1)$

БИЛЕТ № 14

1. Найти произведение матриц А*В, если:
$$A=\begin{pmatrix}-2 & 3\\ -5 & -6\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}5 & 2\\ 4 & -7\end{pmatrix}.$$
2. Решить систему линейных уравнений методом Крамера или Гаусса:
$$\begin{cases}x_1+2x_2+3x_3=5,\\ 2x_1-x_2-x_3=1,\\ x_1+3x_2+4x_3=6;\end{cases}$$
3. Найти конец вектора $\vec{a}=\{1;-1;3\}$, если его начало в точке $M(3;1;2)$.
4. Упростите выражение: $\left(2\bar{a}+3\bar{b}\right)\times\left(\bar{a}+2\bar{b}\right)$
5. Найти объём пирамиды $ABCD$, если: $A(3;\ 2;\ 11)$, $B(0;\ 3;\ 13)$, $C(4;\ 3;\ 9)$, $D(3;\ 3;\ 1)$.

БИЛЕТ № 15

1. Найти произведение матриц А*В, если:
$$A=\begin{pmatrix}1 & 5 & 2\\ 2 & 0 & 3\\ -3 & 1 & 1\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}2 & 1 & 0\\ 3 & -1 & -2\\ 4 & 5 & -3\end{pmatrix}$$
2. Решить систему линейных уравнений методом Крамера или Гаусса:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$$

3. Найти конец вектора $\vec{a} = \{5; -1; -2\}$, если его начало в точке $M(1; -1; 3)$.
4. Упростите выражение: $(2\bar{i} - 3\bar{j}) \cdot \bar{j} + (3\bar{i} + \bar{k}) \cdot \bar{k}$
5. Найти площадь треугольника *ABC,* если: *A*(8; 6; –3), *B*(2; 2; –1), *C*(8; 7; –3).

БИЛЕТ №16

1. Найти произведение матриц А*В, если:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

2. Решить систему линейных уравнений методом Крамера или Гаусса:

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 4, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$$

3. Найти начало вектора $\vec{b} = \{1; 2; -6\}$, если его конец в точке $A(2; 11; 6)$.
4. Упростите выражение: $(\bar{a} + \bar{b}) \times \bar{b} + (3\bar{a} - \bar{c}) \times \bar{c}.$
5. Найти объём пирамиды *ABCD*, если: *A*(–5; 0; 0), *B*(–1; –1; –1), *C*(0; 0; 4), *D*(–3; –3; 7).

БИЛЕТ № 17

1. Найти произведение матриц А*В, если:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

2. Решить систему линейных уравнений методом Крамера или Гаусса:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 5. \end{cases}$$

3. Найти конец вектора $\vec{a} = \{4; 1; -2\}$, если его начало в точке $M(1; -1; -2)$.
4. Упростите выражение: $(2\bar{a} + \bar{b}) \times (\bar{b} - 2\bar{a})$
5. Найти площадь треугольника *ABC,* если: *A*(6; 9; –13), *B*(9; 10; –11), *C*(3; 5; –7)

БИЛЕТ № 18

1. Найти произведение матриц А*В, если:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 6 & 3 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & -4 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Решить систему линейных уравнений методом Крамера или Гаусса:

$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 2. \end{cases}$$

3. Найти начало вектора $\vec{b} = \{5; 3; -6\}$, если его конец в точке $A(2; 4; 8)$.
4. Упростите выражение: $(5\bar{a} - \bar{c}) \times (3\bar{c} + \bar{a}).$
5. Найти площадь треугольника *ABC,* если: *A*(4; 3; –2), *B*(5; 5; –6), *C*(7; 2; –6)

БИЛЕТ № 19

1. Найти произведение матриц А*В, если:

$$A=\begin{pmatrix}-2 & 1 & 1\\ 0 & 2 & 0\\ 3 & -1 & 2\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}2 & 3\\ 4 & -1\\ 0 & 5\end{pmatrix}.$$

2. Решить систему линейных уравнений методом Крамера или Гаусса:

$$\begin{cases}2x_1+x_2+3x_3=3,\\ x_1+x_2+x_3=4,\\ 2x_1-3x_2+x_3=1.\end{cases}$$

3. Найти конец вектора $\vec{a}=\{-5;1;2\}$, если его начало в точке $M(-1;-1;2)$.
4. Упростите выражение: $2\bar{i}(\bar{j}\times\bar{k})+3\bar{j}(\bar{i}\times\bar{k})+3\bar{k}(\bar{i}\times\bar{j})$
5. Найти площадь треугольника *ABC,* если:*A*(3; 3; 3), *B*(6; 3; –3), *C*(5; –3; 0).

БИЛЕТ № 20

1. Найти произведение матриц А*В, если:

$$A=\begin{pmatrix}5 & 4 & -2\\ 1 & -2 & 0\\ 3 & -5 & 7\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}-3\\ 4\\ 5\end{pmatrix}.$$

2. Решить систему линейных уравнений методом Крамера или Гаусса:

$$\begin{cases}3x_1-4x_2+3x_3=1,\\ x_1-3x_2+2x_3=0,\\ 2x_1+6x_2+2x_3=3.\end{cases}$$

3. Найти начало вектора $\vec{b}=\{2;12;-1\}$, если его конец в точке $A(2;4;8)$.
4. Упростите выражение: $(2\bar{a}+\bar{b})\times(\bar{a}-5\bar{b})$
5. Найти объём пирамиды *ABCD,*если: *A*(8; 4; –5), *B*(8; 7; –3), *C*(8; 6; –3), *D*(3; 3; 1).

ВТОРАЯ АТТЕСТАЦИЯ
БИЛЕТ 1

1. Даны точки *A*, *B и C*. Найти: *а*) общее уравнение прямой *AB*; *б*) уравнение прямой, проходящей через точку *C* параллельно прямой *AB*; *в*) уравнение прямой, проходящей через точку *C* перпендикулярно прямой *AB*
   A(–1; 3), *B*(2; 5), *C*(5; 1).
2. Привести к каноническому виду уравнение кривой и построить её:
   $5x^2+9y^2-30x+18y+9=0.$
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки
   $M_1(-2;0;-1),\ M_2(1;-2;3),\ M_3(4;-1;2;)$.
4. Найти пределы:
5. а) $\lim\limits_{x\to-2}\frac{x^2+3x+2}{2x^2+5x+2}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x^5+4x^3+x}{5x^4+9x^2-7}$; *в*) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\operatorname{tg}5x}{7x}$; *г*) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x-8}{x-9}\right)^x$; е) $\lim\limits_{x\to2}\frac{\sqrt{x-1}-1}{x-2}$.

БИЛЕТ 2

1. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых:
   $x+2y+3=0$, $2x+3y+4=0$ и параллельной прямой $5x+8y=0$.
2. Найти координаты центра и радиус окружности и построить её:
   $x^2+y^2+6y-7=0$.

3. Составить уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки $M_1(4;1;-1)$, $M_2(0;-2;1)$, $M_3(-3;1;0)$.

4. Найти пределы: а) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-4x+3}{x^2-9}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+4x+3}{3x^3+9x-12}$, в) $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{\sqrt{11-x}-2}{7-x}$; г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 4x}{\operatorname{tg}2x}$;

д) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+8}{x+7}\right)^x$.

БИЛЕТ 3

1. Даны точки *A*, *B* и *C*. Найти: *а*) общее уравнение прямой *AB*; *б*) уравнение прямой, проходящей через точку *C* параллельно прямой *AB* $A(8;-10)$, $B(4;-4)$, $C(0;-7)$.
2. Привести к каноническому виду уравнение кривой и построить её:

$$16x^2-9y^2-64x-18y+199=0.$$

3. Составить уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки

$$M_1(3;-1;2),\ M_2(4;-1;-1),\ M_3(2;0;2).$$

4. Найти пределы: а) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-2x-8}{x^2-16}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^2+5x-3}{3x^5+9x-12}$.

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 6x}{3x}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-1}{x+3}\right)^x$; е) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$.

БИЛЕТ 4

1. Составить уравнение прямой, проходящей через данную точку, перпендикулярно данной прямой: $N(-2;-3)$, $2x-y+3=0$.
2. Найти координаты центра и радиус окружности и построить её: $x^2+y^2-8x+6y=0$.
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки $M_1(-2;0;-1)$, $M_2(1;-2;3)$, $M_3(4;-1;2;)$
4. Найти пределы: а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+2}{2x^2-x-6}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^5+4x^3-x}{3x^3+9x^2+3}$; в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+1}{x-7}\right)^x$;

г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 4x}{\operatorname{tg}2x}$; д) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+7}-3}{x^2-4}$.

БИЛЕТ 5

1. Даны точки *A*, *B* и *C*. Найти: *а*) общее уравнение прямой *AB*; *б*) уравнение прямой, проходящей через точку *C* параллельно прямой *AB*; *в*) уравнение прямой, проходящей через точку *C* перпендикулярно прямой *AB*. $A(5;10)$, $B(3;9)$, $C(-11;4)$.
2. Привести к каноническому виду уравнение кривой и построить её: $x^2-4y-6x+29=0$
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки $M_1(-4;2;1)$, $M_2(-1;0;-3)$, $M_3(2;1;-2)$.
4. Найти пределы: а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2+x-10}{x^2-x-2}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^4-9x^2+1}{3x^3+9x}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x+3}\right)^{2x}$;

г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{10x}{\sin 5x}$; *е*) $\lim\limits_{x\to 6}\dfrac{\sqrt{15-x}-3}{x^2-36}$.

БИЛЕТ 6

1. Даны точки *A*, *B* и *C*. Найти: *а*) общее уравнение прямой *AB*; *б*) уравнение прямой, проходящей через точку *C* параллельно прямой *AB*; *в*) уравнение прямой, проходящей через точку *C* перпендикулярно прямой *AB*.

$A(-2;\,-7)$, $B(3;\,0)$, $C\,(2;\,2)$.
2. Привести к каноническому виду уравнение кривой и построить её:
$$16x^2-9y^2-64x-54y-161=0.$$
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки $M_1(5;1;\,0)$, $M_2(0;\,4;\,-3)$, $M_3(1;\,4;\,-1)$.
4. Найти пределы: а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+2}{2x^2-x-6}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^5+4x^3-x}{3x^3+9x^2+3}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+1}{x-7}\right)^x$;

г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 4x}{\mathrm{tg}2x}$; д) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+7}-3}{x^2-4}$.

БИЛЕТ 7

1. Составить общее уравнение прямой, проходя-щей через две точки и привести его к виду с угловым коэффициентом: $A(-2;-3)$ и $B(-5;4)$
2. Привести к каноническому виду уравнение эллипса и построить его: $4x^2+9y^2+32x-54y+109=0$.
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки $M_1(-3;0;\,1)$, $M_2(0;\,2;\,3)$, $M_3(3;\,1;\,-1;)$.
4. Найти пределы: а) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+7x-8}{x^2-2x+1}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^4+4x^3+3}{3x^4+8x^2-12x}$; в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x+2}{3x-1}\right)^{2x}$;

г) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 6x}{\mathrm{tg}\,2x}$; *е*) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{9-x}-2}{x^2-25}$.

БИЛЕТ 8

1. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых: $x+2y+3=0$, $2x+3y+4=0$ и параллельной прямой $3x-5y=0$.
2. Привести к каноническому виду уравнение гиперболы и построить её: $x^2-y^2-4y=0$.
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки $M_1(-2;0;\,-1)$, $M_2(1;\,-2;\,3)$, $M_3(4;-1;\,2;)$.
4. Найти пределы: а) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{x^2+2x-3}{x^2+5x+6}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^4+7x^2+5}{x^3+8x^4-2x}$; в) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{3x+1}-4}{x^2-16}$,

г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\dfrac{3}{x-2}\right)^{2x}$; д) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{10x}{\sin 5x}$.

БИЛЕТ 9

1. Даны точки *A*, *B* и *C*. Найти: *а*) общее уравнение прямой *AB*; *б*) уравнение прямой, проходящей через точку *C* параллельно прямой *AB*; *в*) уравнение прямой, проходящей через точку *C* перпендикулярно прямой *AB*.

   $A(1;\,-1)$, $B(3;\,-2)$, $C(9;\,-7)$.
2. Привести к каноническому виду уравнение кривой и построить её:

$$4x^2+36y^2+72y-16x-92=0$$

3. Составить уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки $M_1(4;1;-1),\ M_2(0;-2;1),\ M_3(-3;1;0)$.
4. Найти пределы: а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2-9x+10}{x^3-8}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^7-9x^5+x^2}{3x^4+9x}$;

в) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-1}{\sqrt{x+3}-2}$, г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+7}{x}\right)^{\frac{x}{7}}$; *е*) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 7x}{5x}$

БИЛЕТ 10

1. Составить общее уравнение прямой, проходящей через две точки, привести его к виду уравнения в отрезках: $A(3;-3)$ и $B(-2;4)$.
2. Привести к каноническому виду уравнение кривой и построить её:
$$5x^2+9y^2-30x+18y+9=0.$$
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки
$$M_1(3;-1;2),\ M_2(4;-1;-1),\ M_3(2;0;2).$$
4. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{x^2-x-30}{x^3+125}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^5+4x^3-3}{5x^4+8x^8-12x}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{11x}{\sin 6x}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{7}{x}\right)^{3x}$; е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{3x+4}-4}{x^2-16}$.

БИЛЕТ 11

1. Даны точки *A*, *B и C*. Найти: *а*) общее уравнение прямой *AB*; *б*) уравнение прямой, проходящей через точку *C* параллельно прямой *AB*; *в*) уравнение прямой, проходящей через точку *C* перпендикулярно прямой *AB*
A(–1; 3), *B*(2; 5), *C*(5; 1).
2. Привести к каноническому виду уравнение кривой и построить её:
$$5x^2+9y^2-30x+18y+9=0.$$
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки $M_1(-2;0;-1),\ M_2(1;-2;3),\ M_3(4;-1;2;)$.
4. Найти пределы: а) $\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^2+3x+2}{2x^2+5x+2}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^5+4x^3+x}{5x^4+9x^2-7}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}5x}{7x}$; *г*) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x-8}{x-9}\right)^{x}$; е) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x-1}-1}{x-2}$.

БИЛЕТ 12

1. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых: $x+2y+3=0$, $2x+3y+4=0$ и параллельной прямой $5x+8y=0$.
2. Найти координаты центра и радиус окружности и построить её:
$$x^2+y^2+6y-7=0.$$
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки $M_1(4;1;-1),\ M_2(0;-2;1),\ M_3(-3;1;0)$.

4. Найти пределы: а) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-4x+3}{x^2-9}$;б)$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^2+4x+3}{3x^3+9x-12}$, в) $\lim\limits_{x\to 7}\frac{\sqrt{11-x}-2}{7-x}$

г) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 4x}{\mathrm{tg}2x}$; д)$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+8}{x+7}\right)^x$.

БИЛЕТ 13

1. Даны точки *A*, *B* и *C*. Найти: *а*) общее уравнение прямой *AB*;
   б) уравнение прямой, проходящей через точку *C* параллельно прямой *AB*
   A(8; –10), *B*(4; –4), *C*(0; –7).
2. Привести к каноническому виду уравнение кривой и построить её:
$$16x^2-9y^2-64x-18y+199=0.$$
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки $M_1(3;-1;2),\ M_2(4;-1;-1),\ M_3(2;0;2)$.
4. Найти пределы: а)$\lim\limits_{x\to 4}\frac{x^2-2x-8}{x^2-16}$; б)$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4x^2+5x-3}{3x^5+9x-12}$.

в) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 6x}{3x}$; г)$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x-1}{x+3}\right)^x$; е) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+1}-2}{x-3}$.

БИЛЕТ 14

1. Составить уравнение прямой, проходящей через данную точку, перпендикулярно данной прямой: $N(-2;-3)$, $2x-y+3=0$.
2. Найти координаты центра и радиус окружности и построить её:
   $x^2+y^2-8x+6y=0$.
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки
   $M_1(-2;0;-1),\ M_2(1;-2;3),\ M_3(4;-1;2;)$
4. Найти пределы:

а) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-3x+2}{2x^2-x-6}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4x^5+4x^3-x}{3x^3+9x^2+3}$,в)$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x-7}\right)^x$; г)$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 4x}{\mathrm{tg}2x}$;

д) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{\sqrt{x+7}-3}{x^2-4}$.

БИЛЕТ 15

1. Даны точки *A*, *B* и *C*. Найти: *а*) общее уравнение прямой *AB*; *б*) уравнение прямой, проходящей через точку *C* параллельно прямой *AB*; *в*) уравнение прямой, проходящей через точку *C* перпендикулярно прямой *AB*.
   A(5; 10), *B*(3; 9), *C*(–11; 4).
2. Привести к каноническому виду уравнение кривой и построить её:
   $x^2-4y-6x+29=0$
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки
   $M_1(-4;2;1),\ M_2(-1;0;-3),\ M_3(2;1;-2)$.
4. Найти пределы: а)$\lim\limits_{x\to 2}\frac{2x^2+x-10}{x^2-x-2}$; б)$\lim\limits_{x\to\infty}\frac{8x^4-9x^2+1}{3x^3+9x}$, в)$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{2x-1}{2x+3}\right)^{2x}$;

г)$\lim\limits_{x\to 0}\frac{10x}{\sin 5x}$; *е*) $\lim\limits_{x\to 6}\frac{\sqrt{15-x}-3}{x^2-36}$.

БИЛЕТ 16

1. Даны точки A, B и C. Найти: *а*) общее уравнение прямой AB; *б*) уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно прямой AB; *в*) уравнение прямой, проходящей через точку C перпендикулярно прямой AB.

   $A(-2; -7)$, $B(3; 0)$, $C\,(2; 2)$.
2. Привести к каноническому виду уравнение кривой и построить её:
   $$16x^2-9y^2-64x-54y-161=0$$
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки $M_1(5;1;\,0),\ M_2(0;\,4;\,-3),\ M_3(1;\,4;\,-1).$
4. Найти пределы: а) $\lim\limits_{x\to2}\frac{x^2-3x+2}{2x^2-x-6}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{4x^5+4x^3-x}{3x^3+9x^2+3}$, в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x-7}\right)^x$;

   г) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin 4x}{\mathrm{tg}2x}$; д) $\lim\limits_{x\to2}\frac{\sqrt{x+7}-3}{x^2-4}$.

БИЛЕТ 17

1. Составить общее уравнение прямой, проходя-щей через две точки и привести его к виду с угловым коэффициентом: $A(-2;-3)$ и $B(-5;4)$
2. Привести к каноническому виду уравнение эллипса и построить его: $4x^2+9y^2+32x-54y+109=0$.
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки $M_1(-3;0;\,1),\ M_2(0;\,2;\,3),\ M_3(3;\,1;\,-1;)$.
4. Найти пределы: а) $\lim\limits_{x\to1}\frac{x^2+7x-8}{x^2-2x+1}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5x^4+4x^3+3}{3x^4+8x^2-12x}$; в) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{3x+2}{3x-1}\right)^{2x}$;

   г) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin 6x}{\mathrm{tg}\,2x}$; *е*) $\lim\limits_{x\to5}\frac{\sqrt{9-x}-2}{x^2-25}$.

БИЛЕТ 18

1. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых: $x+2y+3=0$, $2x+3y+4=0$ и параллельной прямой $3x-5y=0$.
2. Привести к каноническому виду уравнение гиперболы и построить её: $x^2-y^2-4y=0$.
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки $M_1(-2;0;\,-1),\ M_2(1;\,-2;\,3),\ M_3(4;-1;\,2;)$.
4. Найти пределы: а) $\lim\limits_{x\to-3}\frac{x^2+2x-3}{x^2+5x+6}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5x^4+7x^2+5}{x^3+8x^4-2x}$; в) $\lim\limits_{x\to5}\frac{\sqrt{3x+1}-4}{x^2-16}$,

   г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1+\frac{3}{x-2}\right)^{2x}$; д) $\lim\limits_{x\to0}\frac{10x}{\sin 5x}$.

БИЛЕТ 19

1. Даны точки A, B и C. Найти: *а*) общее уравнение прямой AB; *б*) уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно прямой AB. .$A(1; -1)$, $B(3; -2)$, $C(9; -7)$.
2. Привести к каноническому виду уравнение кривой и построить её:
   $$4x^2+36y^2+72y-16x-92=0$$
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки

$M_1(4;1;-1)$, $M_2(0;-2;1)$, $M_3(-3;1;0)$.

4. Найти пределы: а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2-9x+10}{x^3-8}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^7-9x^5+x^2}{3x^4+9x}$;

в) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-1}{\sqrt{x+3}-2}$, г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+7}{x}\right)^{\frac{x}{7}}$; е) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 7x}{5x}$

БИЛЕТ 20

1. Составить общее уравнение прямой, проходящей через две точки, привести его к виду уравнения в отрезках: $A(3;-3)$ и $B(-2;4)$.
2. Привести к каноническому виду уравнение кривой и построить её:
$$5x^2+9y^2-30x+18y+9=0.$$
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки
$$M_1(3;-1;2),\ M_2(4;-1;-1),\ M_3(2;0;2).$$
4. Вычислить пределы: а) $\lim\limits_{x\to -5}\dfrac{x^2-x-30}{x^3+125}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^5+4x^3-3}{5x^4+8x^8-12x}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{11x}{\sin 6x}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(1-\dfrac{7}{x}\right)^{3x}$; е) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{3x+4}-4}{x^2-16}$.

Критерии оценки письменной контрольной работы *(в рамках рубежной аттестации)*

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 25 баллов за выполнение рубежной контрольной работы. Каждое задание, входящее в контрольную, оценивается преподавателем определенным количеством баллов. Итоговый балл за контрольную работу получается суммированием баллов за все задания.

Критерий оценки одного задания:

– обучающийся правильно решил задачу; при этом логично, последовательно и аргументированно изложил решение задачи – максимальное количество баллов;
– обучающийся в основном правильно решил задачу, допустив при этом незначительные неточности и погрешности – 80% от максимального количества баллов;
– обучающийся не полностью решил задачу, но не менее 50%, допустив при этом не более одной грубой ошибки – 60% от максимального количества баллов;
– обучающийся привел неполное решение задачи (степень полноты – от 30% до 50%), допустив при этом значительные недочеты – 40% от максимального количества баллов;
– обучающийся привел не более 30% решения задачи, допустив при этом грубые ошибки и недочеты – 20% от максимального количества баллов;
– обучающийся не приступил к решению задачи – 0 баллов.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ БИЛЕТЫ

Билет № 1

1. Определители и их свойства.

2. Умножить матрицу на матрицу: $\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -5 & 4 \\ 1 & -1 & -2 \end{pmatrix}$

3. Даны координаты точек: $A(-3;-5;2),\ B(4;-2;-4), C(6;-1;-2)$.

Найти $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}$.

4. Даны точки на плоскости: $D(-1;6),\ K(-3;-2)$. Составить общее уравнение прямой, проходящей через эти точки, привести его к виду в «отрезках» и построить прямую.

5. Найти область определения функции $y = \sqrt{\dfrac{5x+1}{2x-4}}$.

6. Составить уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки $M_1(3;-1;2),\ M_2(4;-1;-1),\ M_3(2;0;2)$ и построить эту плоскость.

7. Найти пределы: а) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x^2-4x+2}{7x^2-5}$; б) $\lim\limits_{x\to-1} \dfrac{2x^2-4x-6}{3x^2+x-2}$.

Билет № 2

1. Решение систем линейных уравнений методом Крамера

2. Умножить матрицу на матрицу: $\begin{pmatrix} 2 & -3 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$

3. Даны координаты точек $A(6;-3;1),\ B(-3;2;2),\ C(-3;4;5)$. Найти угол ABC, площадь ΔABC.

4. Дано уравнение прямой $2x+3y+4=0$. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M(2;1)$, параллельно данной прямой и построить эти прямые.

5. Найти область определения функции $y = \log_{1/2}\left(\dfrac{x-1}{x+2}\right)$.

6. Написать уравнение плоскости, проходящей через начало координат и через точки $A(-5;7;3)$ и $B(2;-9;-4)$ и построить эту плоскость.

7. Найти пределы: а) $\lim\limits_{x\to 3} \dfrac{\sqrt{4x-3}-3}{x^2-9}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{7x^3-4x^2}{8x^4+3x}$.

Билет № 3

1. Матрицы и действия над ними. Обратная матрица.

2. Умножить матрицу на матрицу: $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

3. Упростить выражение: $(2\vec{i} - \vec{j}) \cdot \vec{j} + (\vec{j} - 2\vec{k}) \cdot \vec{k} + (\vec{i} - 3\vec{k})^2$.

4. Даны точки на плоскости: $A(-3;\ 2),\ B(-1;\ 5)$. Составить общее уравнение прямой, проходящей через эти точки, привести его к виду с угловым коэффициентом и построить прямую.

5. Найти область определения функции $y = \sqrt{\dfrac{2x-1}{x+3}}$.

6. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $A(1;-2;-5)$ перпендикулярно векто-

ру MN, если $M(-1;4;-7)$ и $N(2;-3;6)$.

7. Найти пределы: а) $\lim\limits_{x\to -4}\frac{2x^2+9x+4}{x^2-x-20}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{2x^5-4x^3+13}{3x^5+7x^4-5}$.

Билет № 4

1. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса и средствами матричного исчисления

2. Умножить матрицу на матрицу: $\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 2 & -5 & -1 \end{pmatrix}$

3. Даны точки с координатами $A(2;-1;3)$, $B(4;3;-4)$, $C(-3;2;-1)$, $D(2;5;0)$. Найти площадь треугольника ABC, объём пирамиды $ABCD$.

4. Представить общее уравнение прямой $2x-3y-5=0$ в виде уравнения с угловым коэффициентом, в виде нормального уравнения и построить эту прямую.

5. Найти область определения функции $y=\sqrt{\frac{2x+1}{x^2}}$.

6. Найти угол между плоскостями: $2x-3y+6z-14=0$, $4x-6y+12z+21=0$.

7. Найти пределы: 1) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{7x^5-4x^3}{2x^4+3x}$; 2) $\lim\limits_{x\to 2}\frac{2x-4}{3x^2-2x-8}$.

Билет № 5

1. Векторы и линейные операции над ними.

2. Умножить матрицу на матрицу: $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$

3. Даны векторы $\vec{b}=-\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}$, $\vec{c}=-4\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$. Найти: $\left|\vec{c}\right|$, $3\vec{b}-2\vec{c}$, $\vec{b}\times\vec{c}$.

4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(-4;3)$, параллельно прямой $x+2y+3=0$. Записать уравнение прямой в отрезках и построить ее.

5. Найти область определения функции $y=\log_5\left(\frac{3x+1}{x-2}\right)$.

6. Найти координаты направляющего вектора прямой: $\begin{cases} x-2y+3z-4=0, \\ 3x+2y-5z-4=0. \end{cases}$

7. Найти пределы: а) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-9}{x^2-5x+6}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{7x^4+3x^2-x+8}{3x^4+x-18}$.

Билет № 6

1. Модуль, направляющие косинусы, условие коллинеарности векторов.

2. Умножить матрицу на матрицу: $\begin{pmatrix} 2 & -2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

3. Даны точки $S(2;-3;5), K(5;-2;1), G(5;-3;-3)$. Найти $\vec{SG}, \left|\vec{SK}\times\vec{SG}\right|, \vec{SK}\cdot\vec{SG}$.

4. Дано общее уравнение прямой $4x-3y-10=0$. Записать его в виде уравнения прямой в «отрезках» и построить эту прямую.

5. Найти область определения функции $y=\sqrt{\frac{3x+1}{3x-6}}$.

6. Составить уравнение плоскости, которая проходит через точку $M_0(-2;1;-1)$ и имеет нормальный вектор $\bar{N}=\{1;-2;3\}$ и записать это уравнение в отрезках.

7. Найти пределы: 1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^5-6x^3}{2x+3x^5}$; 2) $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{x^2-1}{3x^2-2x-5}$.

Билет № 7

1. Скалярное произведение векторов. Условие перпендикулярности векторов.

2. Умножить матрицу на матрицу: $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -2 & 6 & -3 \\ -1 & 4 & -7 \end{pmatrix}$

3. Проверить, верно ли равенство: $3(3\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k})\cdot\vec{k}-(7\vec{k}-\vec{i})\cdot\vec{j}=3$.

4. Уравнение прямой $2x-3y+12=0$ представить в различных видах (с угловым коэффициентом, в «отрезках») и построить эту прямую.

5. Найти область определения функции $y=\ln(3x^2-5x+2)$.

6. Даны точки $M_1(3;-1;2)$ и $M_2(4;-2;-1)$. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку M_1 перпендикулярно вектору $\overline{M_1M_2}$. Привести к уравнению в отрезках и построить эту плоскость.

7. Найти пределы: а) $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{x^2-25}{x^2-7x+10}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2-3x+8}{2x^5+4x^4-11}$.

Билет № 8

1. Угол между векторами. Векторное произведение векторов.

2. Умножить матрицу на матрицу: $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

3. Даны точки в пространстве $A(-3;-5;2)$, $N(2;-4;5)$, $B(5;-1;3)$, $K(-2;5;-1)$. Найти $\vec{AN}\times\vec{NB}$, $\left|(\vec{NB}\times\vec{KB})\cdot\vec{AN}\right|$.

4. Составить общее уравнение прямой, проходящей через две точки $A(6;12)$, $B(4;7)$, привести его к общему виду, к виду в отрезках и построить эту прямую.

5. Найти область определения функции $y=\ln\left(\dfrac{x-3}{x+1}\right)$.

6. Привести уравнение плоскости к уравнению в отрезках и построить ее $6x-3y-2z+35=0$.

7. Найти пределы: а) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{\sqrt{4x-3}-1}{x^2-1}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^4-6x^3}{2x^3+3x^5}$.

Билет № 9

1. Смешанное произведение векторов. Свойства. Компланарность 3-х векторов.

2. Умножить матрицу на матрицу: $\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \end{pmatrix}$

3. Даны точки $A(-2;4;5)$, $D(-2;-;4;3)$, $F(4;1;-5)$, $K(-3;0;0)$. Найти $\vec{AD}\times\vec{DF}$, $(\vec{DF}\times\vec{DK})\cdot\vec{AD}$.

4. Представить уравнение прямой $\dfrac{x}{-2}+\dfrac{y}{1}=1$ в общем виде и построить её.

5. Найти область определения функции $y = \sqrt{5x^2 - 3x - 2}$/

6. Составить каноническое уравнение прямой, проходящей через точку $M(4;3;-2)$ параллельно прямой $\begin{cases} x + 3y + z - 6 = 0, \\ 2x - y - 4z + 1 = 0. \end{cases}$

7. Найти пределы: а) $\lim\limits_{x \to 3} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 - 4x + 3}$; б) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{2x^5 + 6x^3 + 7}{3x^5 + 2x^4 + x^3 - 15}$.

Билет № 10

1. Различные уравнения прямой на плоскости.

2. Найти матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

3. При каких значениях m и n коллинеарны: $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = \vec{i} - 1{,}5\vec{j} + 0{,}5\vec{k}$

4. Найти точку пересечения прямых, заданных уравнениями: $x + 2y + 3 = 0$, .
$4x + 5y + 6 = 0$.Построить эти прямые.

5. Найти область определения функции $y = \frac{2x - 7}{\sqrt{3x^2 - 5x + 2}}$.

6. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $A(2;1;-1)$, и имеет нормальный вектор $\vec{N} = \{1;-2;3\}$.

7. Найти пределы: а) $\lim\limits_{x \to -1} \frac{x^2 - 1}{4 - \sqrt{15 - x}}$; б) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{5x^7 - 3x^3}{6x^3 + 2x^7}$.

Билет № 11

1. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Точка пересечения прямых.

2. Найти матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

3. Проверить, верно ли равенство: $(\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}) - (4\vec{i} - \vec{j})^2 = 14$.

4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $N(-2;-3)$, и перпендикулярно данной прямой $2x - y + 3 = 0$. Построить эти прямые.

5. Найти область определения функции $y = \frac{x + 7}{\sqrt{4x^2 - 5x + 1}}$.

6. Составить уравнение плоскости ,проходящей через точку M_1 перпендикулярно вектору $\overrightarrow{M_1M_2}$, если даны точки: $M_1(0;-1;3)$ и $M_2(1;3;5)$.

7. Найти пределы: а) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{4x - 7}{2x + 1}$; 2) $\lim\limits_{x \to -1} \frac{x + 1}{3x^2 - 5x - 8}$.

Билет № 12

1. Функция. Область определения. Способы задания. График функции. Основные элементарные функции, их области определения и свойства.

2. Умножить матрицу на матрицу: $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

3. Даны точки в пространстве $A(-3;4;5),\ B(0;4;-2),\ C(2;-1;7)$. Найти $\left|\vec{AB}\cdot\vec{AC}\right|,\ \vec{AB}\times\vec{AC}$.

4. Составить общее уравнение прямой, проходящей через точки $A(-1;2),\ B(0;-3)$, привести его к виду уравнения в «отрезках» и построить эту прямую.

5. Найти область определения функции $y=\sqrt{\dfrac{7x-14}{x+2}}$.

6. Написать уравнение плоскости, проходящей через начало координат и через точки $A(-5;7;3)$ и $B(2;-9;-4)$. Построить эту плоскость.

7. Найти пределы: а) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-16}{x^2-7x+12}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^3+x^2-x+3}{2x^5+3x^4-8}$.

Билет № 13

1. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Типы неопределенностей и методы раскрытия некоторых из них.

2. Найти матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix}2 & -5\\ -1 & 1\end{pmatrix}$

3. Найти $(3\vec{a}-5\vec{b})\cdot(2\vec{a}+7\vec{b})$, если $\left|\vec{a}\right|=3,\ \left|\vec{b}\right|=1,\ \vec{a}\perp\vec{b}$.

4. Составить общее уравнение прямой, проходящей через две точки $A(4;-5),\ B(3;-2)$, привести его к виду уравнения прямой в «отрезках» и построить эту прямую.

5. Найти область определения функции $y=\dfrac{2x-7}{\sqrt{7x^2-5x-2}}$.

6. Составить уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки $M_1(-3;0;1),\ M_2(0;2;3),\ M_3(3;1;-1;)$ и построить эту плоскость.

7. Найти пределы: 1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2-7}{2x+1}$; 2) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{16-x^2}{2x^2-5x-12}$.

Билет № 14

1. Предел числовой последовательности. Понятие окрестности точки. Определения предела функции в точке, на бесконечности.

2. Найти матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix}1 & -3\\ -4 & -2\end{pmatrix}$

3. Даны векторы $\vec{a}=\{4;m;-6\}$ и $\vec{b}=\{m;2;-7\}$. При каком значении m эти векторы перпендикулярны?

4. Даны точки на плоскости: $A(-3;2),\ B(-1;5)$. Составить уравнение прямой с угловым коэффициентом, проходящей через эти точки и построить прямую.

5. Найти область определения функции $y=\sqrt{3x^2-5x-8}$.

6. Найти расстояние от точки $M_0(5;4;-1)$ до плоскости, проходящей через точки $M_1(0;4;0),\ M_2(0;4;-3),\ M_3(3;0;3)$.

7. Найти пределы: 1) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^5-6x^3}{2x+3x^5}$; 2) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^2-1}{3x^2-2x-5}$.

Билет № 15

1. Различные виды уравнений плоскости.

2. Найти матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

3. Найти угол BDK треугольника с вершинами $B(-2;3;5)$, $K(4;-1;2)$, $D(3;-4;1)$.

4. Дано уравнение прямой в «отрезках» $\frac{x}{2}+\frac{y}{-7}=1$. Представить его в виде уравнения с угловым коэффициентом и построить эту прямую.

5. Найти область определения функции $y=\lg(2x^2+x-3)$.

6. Даны точки $M_1(3;-1;2)$ и $M_2(4;-2;-1)$. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку M_1 перпендикулярно вектору $\overline{M_1M_2}$ и построить эту плоскость.

7. Найти пределы: 1) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x^4-6x^3}{2x+3x^4}$; 2) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-1}{3x^2-2x-1}$.

Билет № 16

1. Угол между плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей.

2. Найти матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 8 & -5 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

3. Даны векторы $\vec{a}=\{3;-1;2\}$, $\vec{b}=\{1;2;-1\}$. Вычислить $(2\vec{a}-\vec{b})\times(2\vec{a}+\vec{b})$.

4. Дано уравнение прямой с угловым коэффициентом $y=-3x+5$. Представить его в виде уравнения прямой в «отрезках» и построить эту прямую.

5. Найти область определения функции $y=\frac{5}{\sqrt{x-2}}+\lg(3-x)$.

6. Составить канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(4;3;-2)$ параллельно прямой $\begin{cases} x+3y+z-6=0, \\ 2x-y-4z+1=0. \end{cases}$

7. Найти пределы: а) $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2+x-12}{x^2-9}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^5+6x^3+3x-4}{3x^5+x^3-5x+3}$.

Билет № 17

1. Различные уравнения прямой в пространстве.

2. Найти матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 6 & -3 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$

3. Проверить, верно ли равенство: $(2\vec{i}-\vec{j})\cdot\vec{j}+(\vec{j}-2\vec{k})\cdot\vec{k}+(\vec{i}-2\vec{k})^2=2$.

4. Дано уравнение прямой в «отрезках» $\frac{x}{7}+\frac{y}{-5}=1$. Представить его в виде общего уравнения прямой и построить эту прямую.

5. Найти область определения функции. $y=\frac{\lg x}{\sqrt{x+1}}$.

6. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M_1(-1;3;0)$ перпендикулярно плоскости $x-2y+3z-10=0$.

7. Найти пределы: 1) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{7x^5-6x^3}{2x+3x^5}$; 2) $\lim\limits_{x\to -1}\frac{x^3+1}{3x^2-2x-5}$.

Билет № 18

1. Взаимное расположение прямой и плоскости.

2. Найти матрицу, обратную данной: $\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -7 & -1 \end{pmatrix}$

3. Даны координаты точек $K(5;6;-2), B(2;-4;5), D(-5;3;-1)$. Найти площадь ΔKBD.

4. Даны точки на плоскости: $D(-1;3)$, $K(4;-2)$. Составить уравнение прямой, проходящей через эти точки, привести его к виду уравнения в «отрезках» и построить прямую.

5. Найти область определения функции $y = \dfrac{5x-3}{\sqrt{4x-2}} + \lg(5-x)$.

6. Составить канонические и параметрические уравнения прямой, проходящей через точку A(-1;3;-5) перпендикулярно плоскости: $6x-3y-2z+35=0$.

7. Найти пределы: а) $\lim\limits_{x\to 4} \dfrac{x^2-16}{x^2-7x+12}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{4x^3+x^2-x+3}{2x^5+3x^4-8}$.

Билет № 19

1. Скалярное произведение векторов. Условие перпендикулярности векторов.

2. Умножить матрицу на матрицу: $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -4 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 6 & -3 \\ -1 & 4 & -7 \end{pmatrix}$

3. Проверить, верно ли равенство: $3(3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}) \cdot \vec{k} - (7\vec{k} - \vec{i}) \cdot \vec{j} = 3$.

4. Уравнение прямой $2x-3y+12=0$ представить в различных видах (с угловым коэффициентом, в «отрезках») и построить эту прямую.

5. Найти область определения функции $y = \ln(3x^2-5x+2)$.

6. Даны точки $M_1(3;-1;2)$ и $M_2(4;-2;-1)$. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку M_1 перпендикулярно вектору $\overline{M_1M_2}$. Привести к уравнению в отрезках и построить эту плоскость.

7. Найти пределы: а) $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{x^2-25}{x^2-7x+10}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{5x^2-3x+8}{2x^5+4x^4-11}$.

Билет № 20

1. Угол между векторами. Векторное произведение векторов.

2. Умножить матрицу на матрицу: $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

3. Даны точки в пространстве $A(-3;-5;2)$, $N(2;-4;5)$, $B(5;-1;3)$, $K(-2;5;-1)$. Найти $\vec{AN} \times \vec{NB}$, $\left| (\vec{NB} \times \vec{KB}) \cdot \vec{AN} \right|$.

4. Составить общее уравнение прямой, проходящей через две точки $A(6;12)$, $B(4;7)$, привести его к общему виду, к виду в отрезках и построить эту прямую.

5. Найти область определения функции $y = \ln\left(\dfrac{x-3}{x+1}\right)$.

6. Привести уравнение плоскости к уравнению в отрезках и построить ее $6x-3y-2z+35=0$.

7. Найти пределы: а) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt{4x-3}-1}{x^2-1}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{7x^4-6x^3}{2x^3+3x^5}$.

Критерии оценки (*в рамках промежуточной аттестации*)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» ответ студента на экзамене оценивается по 5-балльной шкале.

Критерий оценки ответа на экзамене:

– **5 баллов** получает студент, продемонстрировавший полное владение знаниями в соответствии с требованиями учебной программы, т.е. решивший все задания без ошибок в логических рассуждениях и в обосновании решения;
– **4 балла** получает студент, который при полном владении знаниями в соответствии с требованиями учебной программы допустил отдельные несущественные ошибки либо приведенные им решения недостаточно обоснованы;
– **3 балла** получает студент при неполном изложении полученных знаний, допустивший при этом отдельные существенные ошибки;
– **2 балла** получает студент при бессистемном изложении материала, допускающий существенные ошибки, которые могут препятствовать усвоению дальнейшей учебной информации.

ВТОРОЙ СЕМЕСТР

ВОПРОСЫ ДЛЯ СОБЕСЕДОВАНИЯ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ)

Раздел: «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»

1. Производная функции одной переменной; её геометрический и механический смысл. Дифференцируемость функции.
2. Основные правила дифференцирования. Производная сложной функции. Производные основных элементарных функций. Логарифмическое дифференцирование.
3. Обратная функция. Непрерывность и дифференцируемость обратной функции. Производные обратных тригонометрических функций. Таблица производных.
4. Дифференцирование неявных и параметрически заданных функций.
5. Дифференциал функции и его геометрический смысл. Связь с производной. Дифференциал сложной функции. Инвариантность формы дифференциала 1-го порядка.
6. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Неинвариантность формы дифференциала порядка выше первого.
7. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши о дифференцируемых функциях.
8. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей.
9. Исследование функции с помощью первой производной: необходимые и достаточные условия возрастания и убывания функции; экстремумы функции; наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
10. Исследование функции с помощью второй производной: экстремумы функции; выпуклость, вогнутость и точки перегиба графика функции.
11. Асимптоты кривых. Общая схема исследования функции и построения графика.

Раздел: «Функции нескольких переменных»

1. Функции нескольких переменных. Область определения. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
2. Частные производные. Полный дифференциал и его использование в приближенных вычислениях. Инвариантность формы полного дифференциала. Геометрический смысл полного дифференциала. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
3. Частные производные и полные дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.
4. Неявные функции и их дифференцирование.

5. Скалярное поле. Производная по направлению. Градиент.
6. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия существования экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.
7. Условный экстремум. Метод множителей Лангранжа.
8. Метод наименьших квадратов для обработки экспериментальных данных.

Критерии оценки *(в рамках текущей аттестации)*

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 10 баллов за текущую аттестацию. Критерии оценки разработаны, исходя из разделения баллов: 5 баллов за освоение теоретических вопросов дисциплины, 5 баллов – за выполнение домашних заданий.

Критерии оценки ответов на теоретические вопросы:

– **5 баллов выставляется студенту, если** он изложил содержание вопроса в объеме, предусмотренном программой, при этом изложил материал грамотным языком, точно используя математическую терминологию и символику, в определенной логической последовательности;
– **4 балла выставляются студенту, если** при достаточно полном и грамотном освещении вопроса он допустил небольшие неточности, не искажающие математического содержания ответа;
– **3 балла выставляются студенту** при неполном раскрытии содержания вопроса (содержание вопроса изложено фрагментарно, не всегда последовательно), но показано общее понимание вопроса; допущены ошибки при использовании математической терминологии;
– **2 балла получает студент**, продемонстрировавший обрывочные знания и допустивший ошибки в определении понятий и при использовании математической терминологии.

КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РУБЕЖНЫЙ КОНТРОЛЬ)

ПЕРВАЯ АТТЕСТАЦИЯ

Вариант 1

1. Найти производные данных функций:

а) $y = 6x^9 - \dfrac{5}{x^4} + \sqrt[7]{x^2} - 5x$; б) $y = \dfrac{x^4}{4x - x^3}$; в) $y = arctg\,\dfrac{3-x}{x+3}$; г) $\begin{cases} x = \sqrt[4]{t}; \\ y = 1/\sqrt{1-t}; \end{cases}$

д) $y = x^2 \cdot \ln 5x$; е) $y = \cos^3 6x$; ж) $y = e^{tg\,4x}$; з) $3x^2 y - 2x = 5y^3$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{7x^3 - 2x^2 + 4x}{2x^2 + 5}$; б) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)}$.

Вариант 2

1. Найти производные данных функций:

а) $y = 7 + 8x^5 - \dfrac{2}{x^2} - \sqrt[5]{x^4}$; б) $y = \dfrac{x^5}{2x - x^3}$; в) $y = \ln\left(x - \sqrt{1-x^2}\right)$; г) $\begin{cases} x = \operatorname{arctg} t; \\ y = t^2/2; \end{cases}$

д) $y = \left(x^2 - 6x\right)\cdot \sin 2x$; е) $y = \sin^5 3x$; ж) $y = e^{x^3 + \ln x}$; з) $3e^x - e^y = y^3 - 5xy$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2-x^3+7x}{2x^4+5x^3}$; б) $\lim\limits_{x\to5}\left(\dfrac{20}{x^2-25}-\dfrac{2}{x-5}\right)$.

Вариант 3

1. Найти производные данных функций:

а) $y=\dfrac{1}{x}-\sqrt[6]{x}+2x^5+8$; б) $y=\dfrac{\cos x}{1-\sin x}$; в) $y=\sqrt{\dfrac{1-x^2}{1+x^2}}$; г) $\begin{cases}x=\ln\left(1+t^2\right);\\ y=\operatorname{arctg} t;\end{cases}$

д) $y=e^{-x}\left(5x-x^3\right)$; е) $y=\left(7x-x^3\right)^5$; ж) $y=\sin^6 3x$; з) $6xy-x^3+y^2=2$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-x-2}{2x^2+x-10}$; б) $\lim\limits_{x\to0}x\cdot ctg\pi x$.

Вариант 4

1. Найти производные данных функций:

а) $y=\sqrt[7]{x^3}+7x+x^8-\dfrac{3}{x^3}$; б) $y=\dfrac{1-4^x}{1+4^x}$; в) $y=\sqrt[5]{\left(2-3x\right)^2}$; г) $\begin{cases}x=\sin^2 t;\\ y=\operatorname{ctg} t^2;\end{cases}$

д) $y=3x^3\cdot\cos 5x$; е) $y=\ln\left(x+\cos x\right)$; ж) $y=\operatorname{tg}^4 5x$; з) $xy-\ln y+y^4=3$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4-3x^2+7x}{2x+5x^3-1}$; б) $\lim\limits_{x\to0}\left(\arcsin x\cdot ctgx\right)$.

Вариант 5

1. Найти производные данных функций:

а) $y=2x^2-\dfrac{5}{x^5}+\sqrt[7]{x^2}-8$; б) $y=\dfrac{x^3+3}{2x^2-5}$; в) $y=\sin x^5$; г) $\begin{cases}x=t\cdot\sin t\\ y=t-\cos t\end{cases}$;

д) $y=7^x\cdot\cos 3x$; е) $y=e^{\sqrt{2x-x^2}}$; ж) $y=\cos^2 4x$; з) $5x^2-xy+2y^2=4$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x+4x^3+7}{8+2x^2+5x^3}$; б) $\lim\limits_{x\to0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{e^x-1}\right)$.

Вариант 6

1. Найти производные данных функций:

а) $y=7-x^3-\dfrac{1}{x}+2\sqrt[5]{x}-3x$; б) $y=\dfrac{3-x^2}{3+x^2}$; в) $y=\ln\left(tg3x\right)$; г) $\begin{cases}x=\dfrac{1}{t^2};\\ y=t^3-3t;\end{cases}$

д) $y=\left(x^2+2x\right)\cdot e^x$; е) $y=\sin^7 2x$; ж) $y=\sqrt[3]{x^2-2x+3}$; з) $x\cdot\sin y=y\cdot\ln x$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{2x^2-7x+3}{x^2+4x-21}$; б) $\lim\limits_{x\to1}\left(\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{\ln x}\right)$.

Вариант 7

1. Найти производные данных функций:

а) $y=6-3x^4-\dfrac{4}{x^2}+\sqrt[5]{x^4}-x$; б) $y=\dfrac{\ln 3x}{x^2-9}$; в) $y=tg^3 6x$; г) $\begin{cases}x=t-t^4\\ y=t^2-t^3\end{cases}$;

д) $y=2^{3x}\cdot(3-x)$; е) $y=e^{\sqrt{1+3x}}$; ж) $y=\arccos\ e^{5x}$; з) $3x^2-2y^3=5xy$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^3-2x^2+4x}{2x^2+5}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x^2-x}-\dfrac{1}{e^x-1}\right)$.

Вариант 8

1. Найти производные данных функций:

а) $y=4x^5-\dfrac{6}{x^3}+\sqrt[6]{x^5}-7x$; б) $y=\dfrac{1+e^x}{1-e^x}$; в) $y=\operatorname{arctg}^2 3x$; г) $\begin{cases}x=5\sin^2 t\\ y=4\cos^3 t\end{cases}$;

д) $y=\sqrt{x}\cdot\arcsin x$; е) $y=\ln\left(x+x^5-2\right)$; ж) $y=3^{ctgx}$; з) $3xy-\ln y=5x$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x-2x^2+5x^3}{2+3x^2+x^4}$; б) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{x^2-3x+2}\right)$.

Вариант 9

1. Найти производные данных функций:

а) $y=5x^4-\dfrac{1}{x^3}+\sqrt[5]{x^2}-34$; б) $y=\dfrac{x^2}{4x-x^2}$; в) $y=\cos^5 4x$; г) $\begin{cases}x=t\,e^t,\\ y=\dfrac{t}{e^t},\end{cases}$

д) $y=x^6\cdot\ln 7x$; е) $y=\left(1-4x^3\right)^{12}$; ж) $y=\arccos(e^{2x})$; з) $3x^2-2y^3=5xy$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+4x+3}{3x^3+9x-12}$; б) $\lim\limits_{x\to 1}\sin(x-1)\cdot\operatorname{tg}\dfrac{\pi x}{2}$.

3. Найти частные производные первого порядка данных функций:

Вариант 10

1. Найти производные данных функций:

а) $y=4x^5-\dfrac{5}{x^3}+\sqrt{x^3}+\sqrt{5}$; б) $y=\dfrac{1+e^x}{1-e^x}$; в) $y=\cos^3 7x$; г) $\begin{cases}x=\arcsin t,\\ y=\ln t,\end{cases}$

д) $y=(2x^2-5)\cdot e^{5x}$; е) $y=\sqrt{1-\sin 2x}$; ж) $y=\ln(\sin 2x+\cos 2x)$; з) $\ln(xy)=x^2-y^2$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x-5x^2+2}{2x^3-x}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2}{1-\cos 6x}$.

Вариант 11

1. Найти производные данных функций:

а) $y=7x^5-\dfrac{8}{x^2}+\sqrt[7]{x^4}-\ln e$; б) $y=\dfrac{4x^3+21}{x^2}$; в) $y=6^{\operatorname{tg}x}$; г) $\begin{cases}x=\ln^2 t,\\ y=t+\ln t,\end{cases}$

д) $y=x^2\cdot e^{-x^2}$; е) $y=\cos^8 5x$; ж) $y=\operatorname{arctg}\sqrt{2x-1}$; з) $x\operatorname{tg}y+y^2=5x$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{4x^5+4x^3}{3x+9x^2-13}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x^2)}{x}$.

Вариант 12

1. Найти производные данных функций:

а) $y=8x-\dfrac{5}{x^4}-\sqrt[3]{x^5}+\sqrt{10}$; б) $y=\dfrac{\sqrt{3}-\sin x}{\sqrt{3}+\cos x}$; в) $y=\sin^5 3x$; г) $\begin{cases} x=6t^2-4, \\ y=3t^5, \end{cases}$

д) $y=e^{\sqrt{1+\ln x}}$; е) $y=\ln^2(\operatorname{ctg}3x)$; ж) $y=(3x-1)\cdot\ln x$; з) $5x^2-xy+2y^2=5$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя: а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-3x+2}{2x^2-x-6}$; б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln x\, e^{-x}$.

Вариант 13

1. Найти производные данных функций:

а) $y=8x^3+2\sqrt[3]{x^4}-\dfrac{3}{\sqrt{x^3}}$; б) $y=\dfrac{x^3}{\ln x}$; в) $y=\operatorname{tg}^3 4x$; г) $\begin{cases} x=\sin t-t\cos t; \\ y=t\sin t; \end{cases}$

д) $y=\left(x^2-6x\right)\cdot\lg x$; е) $y=\ln(x+\sqrt{x^2+3})$; ж) $y=\operatorname{arctg}\sqrt{x}$; з) $x^3+y^3=3xy$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-4x+3}{x^2-9}$; б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x-2}{x^2+1}$.

Вариант 14

1. Найти производные данных функций:

а) $y=\sqrt{31}+4x^3-\dfrac{3}{x}+\sqrt[3]{x^2}$; б) $y=\dfrac{x^4}{2x-x^2}$; в) $y=\sin^7 2x$; г) $\begin{cases} x=\sin 2t, \\ y=\cos^2 t, \end{cases}$

д) $y=\operatorname{ctg}2x\cdot(3+x^3)$; е) $y=\ln\left(x-4-x^3\right)$; ж) $y=e^{\arccos\sqrt{x}}$; з) $x^2y+2x^2-y^2=3$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^6+4x}{3x^3+9-2x}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{\sin x}-\dfrac{1}{x}\right)$.

Вариант 15

1. Найти производные данных функций:

а) $y=2x^5-\dfrac{1}{x^3}-\sqrt[4]{x^3}+e^5$; б) $y=\dfrac{5x-8}{3^x}$; в) $y=\left(x^5-4\right)\cdot\sin 3x$; г) $\begin{cases} x=\arccos t, \\ y=\sqrt{1-t^2}, \end{cases}$

д) $y=2^{3x-1}$; е) $y=\ln(2x+\cos x)$; ж) $y=\sqrt{\cos 4x}$; з) $x\sin y=y\ln x$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 6x}{x^2}$; б) $\lim\limits_{x\to 3}\left(\dfrac{1}{x-3}-\dfrac{5}{x^2-x-6}\right)$.

Вариант 16

1. Найти производные данных функций:

а) $y=6x^3-\dfrac{1}{x^5}+\sqrt[7]{x^2}-2x$; б) $y=3x^2\cdot\cos 5x$; в) $y=\dfrac{\operatorname{arctg}4x}{x^2-1}$; г) $\begin{cases} x=e^{13t}, \\ y=e^{-3t}, \end{cases}$

д) $y=\operatorname{arctg}\dfrac{1}{x}$; е) $y=\operatorname{tg}^5(\sin x)$; ж) $y=e^{\arcsin x}$; з) $2\sqrt{xy}=3x^2-2y$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{\cos x}{x-\pi/2}$; б) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1+\ln x}{e^x-e}$.

Вариант 17

1. Найти производные данных функций:

а) $y = 2\sqrt{x^3} - \dfrac{7}{x^3} + 3x^2 + 5^2$; б) $y = \cos^3 3x$; в) $y = \dfrac{x^3}{4x - x^2}$; г) $\begin{cases} x = \sin^3 t, \\ y = 3\cos^3 t, \end{cases}$

д) $y = 10^{x^2+3x}$; е) $y = \sin(\ln x)$; ж) $y = \sqrt{3x^2 + \ln^2 x}$; 9) $x^2 - \ln y + y^2 = 3$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{3x^2 - 3x + 3}{8x^2 + x - 5}$; б) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{tg} x - \sin x}{3x^2}$.

Вариант 18

1. Найти производные данных функций:

а) $y = 7x^3 - \dfrac{1}{x^5} + \sqrt[3]{x} - \ln 5$; б) $y = \left(x^2 + 2\right) \cdot \ln 8x$; в) $y = \dfrac{x^3}{4 - x^2}$; г) $\begin{cases} x = t^4, \\ y = \ln t, \end{cases}$

д) $y = \sin^3 7x$; е) $y = \ln\left(x + \cos x\right)$; ж) $y = \arcsin\sqrt{1 - x^2}$; з) $xy - \ln y = 3$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x - 2x^2 + 5x^3}{2 + 3x^2 + x^4}$; б) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{tg\ 2x}{5x^2}$.

Вариант 19

1. Найти производные данных функций:

а) $y = 2x^5 - \dfrac{2}{x^3} - \sqrt[6]{x} - \ln e$; б) $y = \dfrac{2x}{7 - x^5}$; в) $y = \sqrt[5]{\left(x^2 - 3\right)^2}$; г) $\begin{cases} x = 3t - \sin t; \\ y = 5 - \cos 2t; \end{cases}$

д) $y = \operatorname{ctg}^4 2x$; е) $y = \left(1 - 2x\right)\arcsin x$; ж) $y = \ln(x + \sqrt{x^2 - 4})$; з) $\cos(xy) = y \sin x$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 2x}{\sin 5x}$; б) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\dfrac{x^3}{3x^2 - 4} - \dfrac{x^2}{3x + 2} \right)$.

Вариант 20

1. Найти производные данных функций:

а) $y = x^6 - \dfrac{2}{x} + \sqrt[3]{x^2} - \ln e^2$; б) $y = 2x^3 \cdot \operatorname{arctg} x$; в) $y = \dfrac{2 - x^2}{\cos 4x}$; г) $\begin{cases} x = 4t + 2t^2, \\ y = 5t^3 - 3t^2, \end{cases}$

д) $y = \cos^7 3x$; е) $y = \ln\left(x + \ln x\right)$; ж) $y = \operatorname{arctg}\sqrt{x^2 - 1}$; з) $e^{xy} + \sqrt{x} + \sqrt{y} = 0$.

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 2x + 1}$; б) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{e^x - 2}{x^2 + 1}$.

ВТОРАЯ АТТЕСТАЦИЯ

Вариант 1

1. Найти точки экстремума и асимптоты графика функции $y = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$.

2. Найти предел функции $\lim\limits_{\substack{x\to 2 \\ y\to -1}} \dfrac{4xy + 8y^2}{x^2 - 4y^2}$.

3. Найти частные производные первого порядка данных функций:
   а) $z = 3x^2y^2 + 4xy^3 - x^2$; б) $z = 4\,arctg\,\dfrac{3y}{x^3}$.

Вариант 2

1. Найти интервалы монотонности и экстремумы функции $y=\frac{2}{3}x^3-x^2-4x+5$.
2. Найти предел функции $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ y\to 2}}\frac{x^2-2xy+y^2}{x^2-y^2}$.
3. Найти частные производные первого порядка данных функций: а) $z=\frac{2y^2}{x^3}$; б) $z=\ln\left(e^{-x}+e^{4y}\right)$.

Вариант 3

1. Найти точки перегиба и интервалы выпуклости графика функции $y=1+2x^2-x^4/4$
2. Найти предел функции $\lim\limits_{\substack{x\to 3\\ y\to 1}}\frac{x^2-3xy}{x^2-9y^2}$.
3. Найти частные производные первого порядка данных функций:
   а) $z=xe^y+ye^x$; б) $z=\ln\left(x+e^{xy}\right)$.

Вариант 4

1. Найти точки экстремума и асимптоты графика функции $y=\frac{x^4}{x^3+1}$.
2. Найти предел функции $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ y\to 2}}\frac{\sin(x-y)}{x^2-xy}$.
3. Найти частные производные первого порядка данных функций: а) $z=2x^2y-3xy^2+x+y$;
   б) $z=xe^{\frac{y}{x}}+\sin\left(\frac{y}{x}\right)$.

Вариант 5

1. Найти точки перегиба и интервалы выпуклости графика функции $y=2x^3/3-x^2-4x+1$.
2. Найти предел функции

$\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ y\to 2}}\frac{2x^2-xy}{4x^2-y^2}$.

3. Найти частные производные первого порядка данных функций: а) $z=x^2-xy-2y^2$;

б) $z=\operatorname{arctg}\frac{y}{x}$.

Вариант 6

1. Исследовать по первой и второй производным функцию $y=x^3-3x+1$.
2. Вычислить предел $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ y\to 1}}\frac{3xy-6y^2}{x^2-4y^2}$.
3. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z=2x^{3y}$; б) $z=\sqrt{x^2-5xy^3}$.

Вариант 7

1. Найти точки экстремума и асимптоты графика функции $y=\frac{x^3-3x}{x^2-1}$.
2. Найти предел функции $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ y\to -2}}\frac{\sin(x+y)}{x^2+xy}$.

3.Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = x^3 + 3x^2y + 12xy^3$; б) $z = \cos\left(\frac{x}{3} - 4y\right)$.

Вариант 8

1. Найти точки перегиба и интервалы выпуклости графика функции $y = x^5/5 - x^4 + x^3$.

2. Найти предел функции $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ y\to -1}} \frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2}$.

3. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z = x^3 - 2x^2y + xy^2 + 1$; б) $z = e^x(\cos y + x\sin y)$.

Вариант 9

1. Найти интервалы монотонности и экстремумы функции $y = \frac{2}{3}x^3 - x^2 - 4x + 5$.

2. Найти предел функции $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ y\to 2}} \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x^2 - y^2}$.

3. Найти частные производные первого порядка данных функций: а) $z = \frac{2y^2}{x^3}$; б) $z = \ln\left(e^{-x} + e^{4y}\right)$.

Вариант 10

1. Найти асимптоты графика функции $y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$.

2. Найти предел функции $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ y\to -1}} \frac{4xy + 8y^2}{x^2 - 4y^2}$.

3. Найти частные производные первого порядка данных функций:
а) $z = 3x^2y^2 + 4xy^3 - x^2$; б) $z = 4\,arctg\,\frac{3y}{x^3}$.

Вариант 11

1. Найти интервалы монотонности и экстремумы функции $y = \frac{2}{3}x^3 - x^2 - 4x + 5$.

2. Найти предел функции $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ y\to 2}} \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x^2 - y^2}$.

3. Найти частные производные первого порядка данных функций: а) $z = \frac{2y^2}{x^3}$; б) $z = \ln\left(e^{-x} + e^{4y}\right)$.

Вариант 12

1. Найти асимптоты графика функции $y = \frac{x^4}{x^3 + 1}$.

2. Найти предел функции $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ y\to 2}} \frac{\sin(x - y)}{x^2 - xy}$.

3. Найти частные производные первого порядка данных функций: а) $z = 2x^2y - 3xy^2 + x + y$;
б) $z = xe^{\frac{y}{x}} + \sin\left(\frac{y}{x}\right)$.

Вариант 13

1. Найти точки перегиба и интервалы выпуклости графика функции $y = 2x^3/3 - x^2 - 4x + 1$.
2. Найти предел функции

$\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ y\to 2}} \frac{2x^2 - xy}{4x^2 - y^2}$.

3. Найти частные производные первого порядка данных функций: а) $z = x^2 - xy - 2y^2$; б) $z = \operatorname{arctg}\dfrac{y}{x}$.

Вариант 14

1. Найти интервалы монотонности и экстремумы функции $y = \dfrac{2}{3}x^3 - x^2 - 4x + 5.$
2. Найти предел функции $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ y\to 2}} \dfrac{x^2 - 2xy + y^2}{x^2 - y^2}$.
3. Найти частные производные первого порядка данных функций: а) $z = \dfrac{2y^2}{x^3}$; б) $z = \ln\left(e^{-x} + e^{4y}\right)$.

Вариант 15

1. Найти интервалы монотонности и экстремумы функции $y = \dfrac{2}{3}x^3 - x^2 - 4x + 5.$
2. Найти предел функции $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ y\to 2}} \dfrac{x^2 - 2xy + y^2}{x^2 - y^2}$.
3. Найти частные производные первого порядка данных функций: а) $z = \dfrac{2y^2}{x^3}$; б) $z = \sqrt{e^{3x} + e^{2y}}$.

Критерии оценки письменной контрольной работы *(в рамках рубежной аттестации)*

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 25 баллов за выполнение рубежной контрольной работы. Каждое задание, входящее в контрольную, оценивается преподавателем определенным количеством баллов. Итоговый балл за контрольную работу получается суммированием баллов за все задания.

Критерий оценки одного задания:

– обучающийся правильно решил задачу; при этом логично, последовательно и аргументированно изложил решение задачи – максимальное количество баллов;
– обучающийся в основном правильно решил задачу, допустив при этом незначительные неточности и погрешности – 80% от максимального количества баллов;
– обучающийся не полностью решил задачу, но не менее 50%, допустив при этом не более одной грубой ошибки – 60% от максимального количества баллов;
– обучающийся привел неполное решение задачи (степень полноты – от 30% до 50%), допустив при этом значительные недочеты – 40% от максимального количества баллов;
– обучающийся привел не более 30% решения задачи, допустив при этом грубые ошибки и недочеты – 20% от максимального количества баллов;
– обучающийся не приступил к решению задачи – 0 баллов.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ БИЛЕТЫ

Билет № 1

1. Функция. Область определения, множество значений функции.
2. Найти область определения функции $y = \sqrt{\dfrac{2x+1}{x-4}}$.
3. Найти пределы функций, пользуясь правилом Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \dfrac{\cos\ x}{x-\pi/2}$; б) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1+\ln x}{e^x-e}$.

4. Найти производные функций:

$a)y = 3\sqrt[3]{x} - \dfrac{7}{2x^2} + 3^x - 5$; б) $\begin{cases} x = \sqrt[4]{t}; \\ y = 1/\sqrt{1-t}; \end{cases}$ â)$y = \dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$; ã)$y = e^{x^2 \operatorname{tg} x}$; ä)$x\cos y + y\cos x = 0,\ y'_x = ?$;

5. Найти частные производные функции $z = 3x^2y^3 - 5\cos y + e^x$.

Билет № 2

1. Основные элементарные функции, их свойства.
2. Найти пределы функций, пользуясь правилом Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin\ 6x}{x^2}$; б) $\lim\limits_{x\to 3}\left(\dfrac{1}{x-3}-\dfrac{5}{x^2-x-6}\right)$.

3. Найти производные функций:

$а)y = 7x^5 - 2\sqrt{x} + \dfrac{3}{\sqrt[3]{x}} + 9$; $б)y = 3x^3 \arcsin x$; $в)y = e^{\sqrt{2x^2+3}}$; $г)y = (4x+1)^{13}$; $д)\begin{cases} x = \sqrt{t-1} \\ y = \sqrt{t} \end{cases}$.

4. Найти экстремумы и интервалы монотонности функции $y = \dfrac{x^2}{x^2-1}$.

5. Найти частные производные функции $z = 3x^2 - 7y^3 - 5e^y + 5^x$.

Билет № 3

1. Функция. Обратная и сложная функции.
2. Найти пределы функций, пользуясь правилом Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^6+4x}{3x^3+9-2x}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{\sin x}-\dfrac{1}{x}\right)$.

3. Найти производные функций: а) $y = 3x^4 \cdot \cos\ 2x$; б) $\begin{cases} x = 2\sin t \\ y = \ln(\cos t); \end{cases}$

$в)y = 3x^2 - \dfrac{5}{x^3} + \sqrt[3]{x^2} - 8$; $г)y = e^{-x^2+2x}$; $д)x^2 + y^2 + 5xy = 0,\ \ y'_x = ?$;

4. Найти точки перегиба и интервалы выпуклости и вогнутости графика функции $y=x^4/4-x^2/3+5$.
5. Найти частные производные функции $z = \sin(x+y)$.

Билет № 4

1. Функция. Монотонность функции. Четность, нечетность функции.
2. Найти область определения функции $y = \log_{1/2}\left(\dfrac{x-1}{x+2}\right)$.
3. Найти пределы функций, пользуясь правилом Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-4x+3}{x^2-9}$; б) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x-2}{x^2+1}$.

4. Найти производные функций:

$a)\ y=\frac{5}{x}-5^x+2\sqrt[7]{x^3}-8x^4$; $б)\ y=\sqrt{x}tgx$;; $в)\ \begin{cases} x=t^2, \\ y=\frac{t^3}{3}-t. \end{cases}$ $г)\ y=\ln(e^{2x}+2x)$; $д)\ y=3^{x+ctgx}$;

5. Найти область определения функции $z=\frac{x-y}{y^2-x}$.

БИЛЕТ № 5

1. Предел функции. Определение предела функциина языке $\xi-\delta$ и на языке последовательности. Теоремы о пределах. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Односторонние пределы. Замечательные пределы.
2. Найти пределы функций, пользуясь правилом Лопиталя:

$$а)\ \lim_{x\to 2}\frac{x^2-3x+2}{2x^2-x-6};\qquad б)\ \lim_{x\to+\infty}\ln x\, e^{-x}.$$

3. Найти производные функций:

$a)\ y=2\sqrt[3]{x}-7x^3+\frac{1}{\sqrt{x}}$; $б)\ y=x^3e^x$; $в)\ y=\cos^3 x$; $г)\ \begin{cases} x=t^2 \\ y=t^3+t \end{cases}$; $д)\ xy-\ln y=3,\ \ y'_x=?$.

4. Найти асимптоты графика функции $y=\frac{2x+1}{x^2}$.
5. Найти частные производные функции $z=\frac{x+y}{x-y}$.

БИЛЕТ № 6

1. Непрерывность функции. Точки разрыва функции, их классификация.
2. Найти пределы функций, пользуясь правилом Лопиталя:

$$а)\ \lim_{x\to\infty}\frac{4x^5+4x^3}{3x\ \ +9x^2-13};\quad б)\ \lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x^2)}{x}.$$

3. Исследовать на непрерывность функцию $y=4^{\frac{5}{2x-4}}$ в точках $x_1=2$ и $x_2=1$.
4. Найти производные функций: а) $y=7+6x^5-\frac{2}{x^3}-\sqrt[5]{x^2}$; б) $y=\left(x^2-4x\right)\cdot\sin 5x$;

в) $y=\ln\left(x-\sqrt{3-x^2}\right)$; г) $\begin{cases} x=\sqrt[4]{t}; \\ y=1/\sqrt{1-t} \end{cases}$.

5. Найти частные производные функции $z=3x^2y^3+\arcsin y+e^x$.

БИЛЕТ № 7

1. Производная функции, ее геометрический и физический смысл. Производные суммы, произведения, частного.
2. Найти пределы функций, пользуясь правилом Лопиталя:

$$а)\ \lim_{x\to\infty}\frac{3x\ \ -5x^2+2}{2x^3-x};\quad б)\ \lim_{x\to 0}\frac{x^2}{1-\cos 6x}.$$

3. Найти производные функций: а) $y=2^{x^2}-tg\ln 3x$; б) $y=e^{2x}\left(5x-x^3\right)$;

в) $y=\dfrac{1}{x}-\sqrt[6]{x^5}+2x^7+8$; г) $\begin{cases} x=\operatorname{arctg} t; \\ y=t^2/2; \end{cases}$ *д)* $x^2-\ln y+y^2=0,\ y'_x=?$.

4. Найти частные производные функции двух переменных $z=3x^3+5x^2y^4-e^y$.

5. Найти область определения функции $y=\ln(3x^2-5x+2)$.

БИЛЕТ № 8

1. Точки экстремума функции. Необходимое и достаточные условия экстремума функции.
2. Найти пределы функций, пользуясь правилом Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+4x+3}{3x^3+9x-12}$; б) $\lim\limits_{x\to 1}\sin(x-1)\cdot \operatorname{tg}\dfrac{\pi x}{2}$.

3. Найти производные функций: а) $y=2x^2-\dfrac{5}{x^5}+\sqrt[7]{x^2}-8$;

б) $y=7^x\cdot\cos 3x$; в) $y=\sqrt[5]{(2-3x)^2}$; г) $\begin{cases} x=\sin^2 t; \\ y=\operatorname{ctg} t^2; \end{cases}$ д) $xy-\ln y+y^4=3$.

4. Найти экстремумы и интервалы монотонности функции $y=\dfrac{x-3}{x+1}$.

5. Найти область определения функции $z=arctg\,\dfrac{y}{x}$.

БИЛЕТ № 9

1. Выпуклость, вогнутость функции. Точки перегиба графика функции, необходимое и достаточное условия перегиба.
2. Найти пределы функций, пользуясь правилом Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x-2x^2+5x^3}{2+3x^2+x^4}$; б) $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{x^2-3x+2}\right)$.

3. Найти производные функций: а) $y=6-3x^4-\dfrac{4}{x^2}+\sqrt[5]{x^4}-x$; б) $y=\dfrac{\ln 3x}{x^2-9}$;

в) $y=\operatorname{tg}^3 6x$; г) $y=e^{\sqrt{1+3x}}$; д) $3x^2-2y^3=5xy$.

4. Найти точки перегиба и интервалы выпуклости и вогнутости графика функции $y=2x^3+3x^2-2$.
5. Найти частные производные функции $z=\ln(x+\ln y)$.

БИЛЕТ № 10

1. Производные функций, заданных параметрически и неявно. Логарифмическое дифференцирование.
2. Найти пределы функций, пользуясь правилом Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^3-2x^2+4x}{2x^2+5}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x^2-x}-\dfrac{1}{e^x-1}\right)$.

3. Найти производные функций:

$$a)\ y = 3\sqrt[3]{x} - \frac{7}{2x^2} + 3^x;\ б) y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}};\ в)\ e^y - y + xy = 0;\ г)\ y = e^{x^2 tgx};\ д) \begin{cases} x = tgt, \\ y = \sin 2t. \end{cases}$$

4. Найти частные производные функции $z = \frac{y}{x}$.

5. Найти асимптоты графика функции $y = \frac{x^2 + 16}{x}$.

БИЛЕТ № 11

1. Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши.
2. Найти пределы функций, пользуясь правилом Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x \to 3} \frac{2x^2 - 7x + 3}{x^2 + 4x - 21}$; б) $\lim\limits_{x \to 1}\left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x}\right)$.

3. Найти производные функций: а) $y = 4x^5 - \frac{5}{x^3} + \sqrt{x^3} + \sqrt{5}$; б) $y = (2x^2 - 5) \cdot e^{5x}$;

в) $y = \sqrt{1 - \sin 2x}$; г) $\ln(xy) = x^2 - y^2$; д) $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \ln t, \end{cases}$

4. Найти точки перегиба и интервалы выпуклости и вогнутости графика функции $y=2x^3+3x^2-2$.
5. Найти частные производные функции двух переменных $3z^2 + 2x^3 z + 4xy^4 = 0$.

БИЛЕТ № 12

1. Асимптоты графика функции.
2. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{5x + 4x^3 + 7}{8 + 2x^2 + 5x^3}$; б) $\lim\limits_{x \to 0}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1}\right)$.

3. Найти производные функций: а) $y = 7x^5 - \frac{8}{x^2} + \sqrt[7]{x^4} - \ln e$; б) $y = x^2 \cdot e^{-x^2}$;

в) $y = \operatorname{arctg}\sqrt{2x - 1}$; г) $\begin{cases} x = \ln^2 t, \\ y = t + \ln t, \end{cases}$ д) $x \operatorname{tg} y + y^2 = 5x$

4. Найти область определения функции $y = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2 - 4}}$.

5. Найти асимптоты графика функции $y = \frac{2x+1}{x^2}$.

БИЛЕТ № 13

1. Функции двух переменных. График, область определения, предел и непрерывность функции двух переменных.
2. Найти пределы функций, пользуясь правилом Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^4-3x^2+7x}{2x+5x^3-1}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\arcsin x\cdot ctgx\right)$.

3. Найти производные функций: а) $y=8x-\dfrac{5}{x^4}-\sqrt[3]{x^5}+\sqrt{10}$; б) $y=e^{\sqrt{1+\ln x}}$;

в) $y=\mathrm{tg}^3 4x$; г) $y=(3x-1)\cdot\ln x$; д) $x^2y+2x^2-y^2=3$.

4. Найти область определения функции $z=\sqrt{x^2-y}$.

5. Найти интервалы выпуклости и точки перегиба графика функции $y=2x^2+\ln x$.

БИЛЕТ № 14

1. Частные производные функции двух переменных, производные высших порядков.
2. Найти пределы функций, пользуясь правилом Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-x-2}{2x^2+x-10}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}x\cdot ctg\pi x$.

3. Найти производные функций: а) $y=2x^5-\dfrac{1}{x^3}-\sqrt[4]{x^3}+e^5$; б) $y=\left(x^5-4\right)\cdot\sin 3x$;

в) $y=\ln(2x+\cos x)$; г) $x\sin y=y\ln x$; д) $\begin{cases}x=e^{13t},\\ y=e^{-3t},\end{cases}$

4. Найти частные производные второго порядка функции двух переменных

$$z=3\cos x+3xy^2.$$

5. Найти область определения функции $y=\lg(2x^2+x-3)$.

БИЛЕТ № 15

1. Экстремум функции двух переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума функции двух переменных.
2. Найти пределы функций, пользуясь правилом Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2-x^3+7x}{2x^4+5x^3}$; б) $\lim\limits_{x\to 5}\left(\dfrac{20}{x^2-25}-\dfrac{2}{x-5}\right)$.

3. Найти производные функций:а) $y=7x^3-\dfrac{1}{x^5}+\sqrt[3]{x}-\ln 5$; б) $y=\left(x^2+2\right)\cdot\ln 8x$; в)

$y=\ln\left(x+\cos x\right)$; г) $\begin{cases}x=t^4,\\ y=\ln t,\end{cases}$ д) $xy-\ln y=3$.

4. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а) $z=3x^2y^2+4xy^3-x^2$; б) $z=4arctg\dfrac{3y}{x^3}$.

5. Найти экстремумы функции $z=x^2+y^2+xy-4x-5y$.

БИЛЕТ № 16

1. Дифференцирование сложной функции двух переменных. Дифференцирование неявной функции.
2. Найти пределы функций, пользуясь правилом Лопиталя:

а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^3-2x^2+4x}{2x^2+5}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-e^{-x}}{\ln(1+x)}$.

3. Найти производные функций: а) $y=2x^5-\dfrac{2}{x^3}-\sqrt[6]{x}-\ln e$; б) $y=(1-2x)\arcsin x$;

в) $y=\sqrt[5]{\left(x^2-3\right)^2}$; г) $\begin{cases} x=3t-\sin t; \\ y=5-\cos 2t; \end{cases}$ д) $\cos(xy)=y\sin x$.

4. Найти частные производные функции двух переменных $z=3\cos x+3y^2$, где $x=2u-v;\ y=3u+2v.$

5. Найти область определения функции $y=\dfrac{5}{\sqrt{x-2}}+\lg(3-x)$.

Критерии оценки (*в рамках промежуточной аттестации*)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» ответ студента на экзамене оценивается по 5-балльной шкале.

Критерий оценки ответа на экзамене:

– **5 баллов** получает студент, продемонстрировавший полное владение знаниями в соответствии с требованиями учебной программы, т.е. решивший все задания без ошибок в логических рассуждениях и в обосновании решения;

– **4 балла** получает студент, который при полном владении знаниями в соответствии с требованиями учебной программы допустил отдельные несущественные ошибки либо приведенные им решения недостаточно обоснованы;

– **3 балла** получает студент при неполном изложении полученных знаний, допустивший при этом отдельные существенные ошибки;

– **2 балла** получает студент при бессистемном изложении материала, допускающий существенные ошибки, которые могут препятствовать усвоению дальнейшей учебной информации.

III СЕМЕСТР

ВОПРОСЫ ДЛЯ СОБЕСЕДОВАНИЯ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ)

Раздел: «Интегральное исчисление»

1. Понятие первообразной. Неопределённый интеграл и его свойства. Таблица неопределённых интегралов. Основные методы интегрирования.
2. Непосредственное интегрирование, метод подведения под знак дифференциала, метод замены переменной. интегрирование по частям.
3. Комплексные числа. Алгебраическая форма записи комплексного числа. Модуль и аргумент. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа. Действия над комплексными числами. Формула Муавра-Лапласа.
4. Многочлены. Теорема Безу. Основная теорема алгебры. Разложение многочлена на линейные и квадратные множители.
5. Типы простейших дробей и их интегрирование.
6. Интегрирование рациональных дробей методом разложения на простейшие дроби.
7. Интегрирование простейших иррациональных функций.
8. Интегрирование тригонометрических функций, универсальная подстановка.
9. Определённый интеграл и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определённом интеграле. Формула интегрирования по частям для определённого

интеграла.
10. Приложения определённого интеграла: вычисление площадей плоских фигур, вычисление длины дуги кривой, объемов тел.
11. Несобственные интегралы. Интегралы с бесконечными пределами интегрирования. Интегралы от неограниченных функций.

Раздел: «Дифференциальные уравнения»

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Основные определения. ДУ первого порядка. Теорема существования и единственности решения для дифференциального уравнения 1-го порядка.
2. Уравнения с разделяющимися переменными, однородные ДУ.
3. Линейные ДУ 1-го порядка
4. Дифференциальные уравнения 2-го порядка. Основные понятия. Теорема существования решения. Простейшие уравнения, допускающие понижение порядка.
5. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка. Линейные однородные и неоднородные уравнения. Теорема о структуре общего решения линейного неоднородного уравнения.
6. Метод Лагранжа решения ЛНДУ. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
7. Решение линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
8. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами с правой частью специального вида.

КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РУБЕЖНЫЙ КОНТРОЛЬ)

ПЕРВАЯ АТТЕСТАЦИЯ

Вариант 1

1. Найти интегралы:

а) $\int\left(3^x-\frac{5}{\cos^2 x}+\frac{8}{x^3}-10\sqrt[5]{x^3}-4\right)dx;$

б) $\int e^{1-3x}dx$; в) $\int(3x+1)\,e^x dx$; г) $\int\frac{xdx}{\sqrt{4-x^2}}$;

д) $\int\frac{(x-5)dx}{26+2x+x^2}$; е) $\int\cos 3x\cos 9x\,dx$.

Вариант 2

1. Найти интегралы:

а) $\int\left(10+\frac{4}{\sqrt{16-x^2}}-\frac{7}{x^4}-3\sqrt[3]{x^2}+\cos x\right)dx;$

б) $\int\sqrt{4x-1}dx$; в) $\int\frac{x^2dx}{1+x^3}$; г) $\int(4-3x)e^{-3x}dx$;

д) $\int\frac{(2x-1)dx}{x^2-6x+1}$; е) $\int\cos^5 x\sin x dx$.

Вариант 3

1. Найти интегралы:

а) $\int\left(\frac{6}{\sin^2 x}+\frac{9}{\sqrt{x^2-4}}-\frac{5}{x}+e^x-\sqrt[4]{x^3}\right)dx;$

б) $\int \frac{3dx}{1-7x}dx$;в) $\int x\cos(2x+1)dx$;г) $\int \frac{dx}{\operatorname{arctg}^2 x\left(1+x^2\right)}$;

д) $\int \frac{(3x-2)dx}{x^2+4x+1}$; е) $\int \cos^4 x dx$.

Вариант 4

1. Найти интегралы:

а) $\int \left(15\sin x - \frac{1}{x^2+9} + \frac{8}{\sqrt[3]{x}} + 13\cdot 4^x - 6\right)dx$;

б) $\int \frac{dx}{\sqrt{4-5x}}$; в) $\int \frac{\ln x dx}{x}$; г) $\int \left(x^2-4x\right)\ln x dx$;

д) $\int \frac{(3x+1)dx}{x^2-2x+2}$; е) $\int \sin^3 x\,dx$.

Вариант 5

1. Найти интегралы:

а) $\int (2\cdot 5^x - 3\cos x + \frac{1}{x} - \frac{4}{\sqrt[6]{x^5}} + 3)\,dx$;

б) $\int \sin\left(3-5x\right)dx$; в) $\int xe^{-x^2}dx$; г) $\int \operatorname{arctg} 3x\,dx$;

д) $\int \frac{(x+1)dx}{2+2x+x^2}$; е) $\int \operatorname{tg}^3 x\,dx$.

Вариант 6

1. Найти интегралы:

а) $\int \left(\frac{10}{16+x^2} - \frac{1}{\sin^2 x} + \frac{3}{x} - \sqrt[5]{x^4} + 3\right)dx$;

б) $\int 5^{3-2x}\,dx$; в) $\int (x^2+1)^5 x dx$; г) $\int \ln(1+x^2)dx$;

д) $\int \frac{(4x-3)dx}{x^2+4x+9}$; е) $\int \sin^5 x\cos x dx$.

Вариант 7

1. Найти интегралы:

а) $\int \left(\frac{15}{\sqrt{x^2-25}} + \frac{4}{\cos^2 x} - \frac{3}{\sqrt[3]{x}} + 2^{-x}\right)dx$; б) $\int e^{5x-3}dx$; в) $\int (5-6x)\sin 4x dx$;г) $\int \frac{3x dx}{10+3x^2}$;

д) $\int \frac{(2x-3)dx}{x^2+2x+11}$; е) $\int \sin^4 8x\cos 8x dx$.

Вариант 8

1. Найти интегралы:

а) $\int \left(\frac{9}{4+x^2} - 3^x + \sqrt[4]{x^3} - 7\cos x + 3\right)dx$;

б) $\int \cos(10x-7)dx$; в) $\int \sqrt[5]{\sin^4 x}\cos x dx$; г) $\int x^2 \ln x dx$; д) $\int \frac{(4x-1)dx}{x^2+6x+3}$.

ВТОРАЯ АТТЕСТАЦИЯ

Вариант 1

1. Найти определенные интегралы: а) $\int_0^1 \frac{dx}{(2x+3)^4}$; б) $\int_0^{\pi} \cos^5 x \sin x\, dx$.
2. Найти несобственный интеграл: $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x\, dx}{x}$.
3. Найти решения ДУ: а) $xy'' - y' - x\sin\frac{y'}{x} = 0$; **б)** $(1+x)y'' + y' + 1 = 0$.

Вариант 2

1. Найти определенные интегралы: а) $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$; б) $\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{1-\sin^2 x}$.

2. Найти несобственный интеграл: а) $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^3}}$.

3. Найти решения ДУ: **а)** $xy'' = y' \ln\frac{y'}{x}$; **б)** $y'' + y'\mathrm{tg}x = \frac{1}{2}\sin 2x$.

Вариант 3

1. Найти определенные интегралы: а) $\int_0^e \frac{1+\ln x}{x} dx$; б) $\int_0^1 x^2 e^{x^3} dx$.
2. Найти несобственный интеграл: а) $\int_0^1 \frac{1}{x^2} e^{1/x} dx$.
3. Найти решения ДУ: **а)** $y - xy' = \frac{x}{\cos^2\frac{y}{x}}$ **б)** $xy'' - 2y' = 2x^4$.

Вариант 4

1. Найти определенные интегралы: а) $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x}{\cos^3 x} dx$; б) $\int_1^3 \left(3x^2 - 2\sqrt[3]{x} - \frac{1}{x}\right) dx$.
2. Найти несобственный интеграл: а) $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x\, dx}{x}$.

3. Найти решения ДУ: **а)** $xy'' - y' = x^2 e^x$; **б)** $yy'' + y'^2 = 1$.

Вариант 5

1. Найти определенные интегралы: а) $\int\limits_0^{\pi/2} x\sin 3x dx$; б) $\int\limits_1^2 \left(x^2 + \frac{5}{x^4} - \sqrt[3]{x^2} \right) dx$.
2. Найти несобственный интеграл: $\int\limits_{-1}^{\infty} \frac{dx}{4x+7}$.
3. Найти решения ДУ: а) $y''(x^2+5) - 2y'x = 0$; **б)** $y''(2y+3) - 2y'^2 = 0$.

Вариант 6

1. Найти определенные интегралы: а) $\int\limits_1^2 \left(4\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} + x^7 \right) dx$; б) $\int\limits_0^{\pi/2} x \cos x \, dx$.
2. Найти несобственный интеграл: $\int\limits_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$.
3. Найти решения ДУ: а) $x^3 y'' + x^2 y' - 1 = 0$; **б)** $y''(3y+4) - 3y'^2 = 0$.

Вариант 7

1. Найти определенные интегралы: а) $\int\limits_1^3 \left(4x \;\; - \sqrt[5]{x^2} - \frac{1}{x^3} \right) dx$; б) $\int\limits_1^e (x^2 - 4x) \ln x dx$.
2. Найти несобственный интеграл: $\int\limits_0^{\infty} \frac{xdx}{x^2+4}$.
3. Найти решения ДУ: а) $xy'' + y' + x = 0$; **б)** $yy'' + y'^2 = 0$.

Вариант 8

1. Найти определенные интегралы: а) $\int\limits_1^2 \left(4x^5 - \sqrt[5]{x^3} - \frac{3}{x^4} \right) dx$; б) $\int\limits_1^e x^2 \ln x \, dx$.
2. Найти несобственный интеграл: $\int\limits_0^{\infty} \frac{dx}{x^2+9}$.
3. Найти решения ДУ: а) $y'' = \frac{y'}{x}(1 + \ln\frac{y'}{x})$ **б)** $y'' + 2yy' = 0$.

Вариант 9

1. Найти определенные интегралы: а) $\int\limits_{-2}^1 (3x^2 + 4x - 1) dx$; б) $\int\limits_0^1 x \, 3^x \, dx$.
2. Найти несобственный интеграл: $\int\limits_1^{\infty} \frac{dx}{(x+1)^2}$.
3. Найти решения ДУ: а) $y'' + y'^2 = e^{-y}$; **б)** $y'' + 2xy'^2 = 0$.

Вариант 10

1. Найти определенные интегралы: а) $\int\limits_1^2 \left(\sqrt{x} - \frac{1}{x^3} + 3x^4 \right) dx$; б) $\int\limits_0^{\pi/2} (x-1) \cos x \, dx$.
2. Найти несобственный интеграл: $\int\limits_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{4+x^2}}$.

3. Найти решения ДУ: а) $xy'' + 2y' = 0$ **б)** $y''y^3 + 1 = 0$, $y(1) = -1$, $y'(1) = -1$.

Вариант 11

1. Найти определенные интегралы: а) $\int_1^2 \left(4x - \frac{2}{x^2} + \sqrt[3]{x}\right)dx$; б) $\int_0^1 x\, e^{-x}dx$.

2. Найти несобственный интеграл: $\int_2^{\infty} e^{-5x}dx$.

3. Найти решения ДУ: а) $xy'' + y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$ **б)** $y''y^3 + 64 = 0$, $y(0) = 4$, $y'(0) = 2$.

Вариант 12

1. Найти определенные интегралы: а) $\int_2^3 \left(6x^2 - 5x + 4\right)dx$; б) $\int_0^1 (3 + x)\, e^x dx$.

2. Найти несобственный интеграл: $\int_2^{\infty} \frac{xdx}{x^2 - 1}$.

3. Найти решения ДУ: а) $x^3y'' + x^2y' = \sqrt{x}$ **б)** $y'' = 24y^3$.

Вариант 15

4. Найти определенные интегралы: а) $\int_0^e \frac{1 + \ln x}{x}dx$; б) $\int_0^1 x^2 e^{x^3}dx$.

5. Найти несобственный интеграл: а) $\int_0^1 \frac{1}{x^2}e^{1/x}dx$.

6. Найти решения ДУ: **а)** $y - xy' = \frac{x}{\cos^2 \frac{y}{x}}$ **б)** $xy'' - 2y' = 2x^4$.

Вариант 16

4. Найти определенные интегралы: а) $\int_0^{\pi/4} \frac{\sin x}{\cos^3 x}dx$; б) $\int_1^3 \left(3x^2 - 2\sqrt[3]{x} - \frac{1}{x}\right)dx$.

5. Найти несобственный интеграл: а) $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x\, dx}{x}$.

6. Найти решения ДУ: **а)** $xy'' - y' = x^2e^x$; **б)** $yy'' + y'^2 = 1$.

Вариант 17

4. Найти определенные интегралы: а) $\int_0^{\pi/2} x \sin 3x dx$; б) $\int_1^2 \left(x^2 + \frac{5}{x^4} - \sqrt[3]{x^2}\right)dx$.

5. Найти несобственный интеграл: $\int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{4x + 7}$.

6. Найти решения ДУ: а) $y''(x^2 + 5) - 2y'x = 0$; **б)** $y''(2y + 3) - 2y'^2 = 0$.

Вариант 18

4. Найти определенные интегралы: а) $\int_0^1 \frac{dx}{(2x+3)^4}$; б) $\int_0^{\pi} \cos^5 x \sin x \, dx$.

5. Найти несобственный интеграл: $\int_1^{+\infty} \frac{\ln x \, dx}{x}$.

6. Найти решения ДУ: а) $xy'' - y' - x \sin \frac{y'}{x} = 0$; **б)** $(1+x)y'' + y' + 1 = 0$.

Вариант19

4. Найти определенные интегралы: а) $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$; б) $\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{1-\sin^2 x}$.

5. Найти несобственный интеграл: а) $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^3}}$.

6. Найти решения ДУ: **а)** $xy'' = y' \ln \frac{y'}{x}$; **б)** $y'' + y' \mathrm{tg} x = \frac{1}{2} \sin 2x$.

Вариант 20

7. Найти определенные интегралы: а) $\int_0^e \frac{1+\ln x}{x} dx$; б) $\int_0^1 x^2 e^{x^3} dx$.

8. Найти несобственный интеграл: а) $\int_0^1 \frac{1}{x^2} e^{1/x} dx$.

9. Найти решения ДУ: **а)** $y - xy' = \frac{x}{\cos^2 \frac{y}{x}}$ **б)** $xy'' - 2y' = 2x^4$.

Критерии оценки письменной контрольной работы *(в рамках рубежной аттестации)*

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 25 баллов за выполнение рубежной контрольной работы. Каждое задание, входящее в контрольную, оценивается преподавателем определенным количеством баллов. Итоговый балл за контрольную работу получается суммированием баллов за все задания.

Критерий оценки одного задания:

– обучающийся правильно решил задачу; при этом логично, последовательно и аргументированно изложил решение задачи – максимальное количество баллов;
– обучающийся в основном правильно решил задачу, допустив при этом незначительные неточности и погрешности – 80% от максимального количества баллов;
– обучающийся не полностью решил задачу, но не менее 50%, допустив при этом не более одной грубой ошибки – 60% от максимального количества баллов;
– обучающийся привел неполное решение задачи (степень полноты – от 30% до 50%), допустив при этом значительные недочеты – 40% от максимального количества баллов;
– обучающийся привел не более 30% решения задачи, допустив при этом грубые ошибки и недочеты – 20% от максимального количества баллов;
– обучающийся не приступил к решению задачи – 0 баллов.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ БИЛЕТЫ

Вариант 1

1. Понятие первообразной. Неопределённый интеграл и его свойства. Таблица неопределённых интегралов.

2. Найдите интегралы: а) $\int_{1}^{2}\left(x^{2}+\frac{5}{x^{4}}-\sqrt[3]{x^{2}}\right)dx$; б) $\int_{-1}^{3}(3x+1)\,e^{x}dx$;

в) $\int_{1}^{4}\frac{\sqrt{x}\,dx}{\sqrt[4]{x^{3}}+\sqrt{x}}$; г) $\int_{1}^{\infty}\frac{dx}{(x+2)^{3}}$; д) $\int_{1}^{2}\frac{dx}{\sqrt{x-1}}$; е) $\int\frac{x-4}{x^{2}+x+1}dx$.

3. Решите ДУ с разделяющимися переменными $(1+y^{2})dx-xydy=0$; $y(2)=1$

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=x^{2},\ y=4,\ x=0$

Вариант 2

1. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование. Метод интегрирования подведением под знак дифференциала, метод замены переменной.

2. Найти интегралы: а) $\int_{1}^{3}\left(3x^{2}-2\sqrt[3]{x}-\frac{1}{x}\right)dx$; б) $\int_{0}^{2}(4-3x)e^{-3x}dx$; в) $\int_{0}^{1}\frac{\sqrt{x}\,dx}{\sqrt{x}+1}$;

г) $\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dx}{\sqrt{x^{2}+4}}$; д) $\int_{1}^{e}\frac{dx}{x\ln^{2}x}$; е) $\int\cos^{3}xdx$.

3. Решите ДУ $y'=\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$.

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=1-x^{2},\ y=0$.

Вариант 3

1. Интегрирование по частям в неопределённом интеграле.

2. Найти интегралы: а) $\int_{1}^{2}\left(4\sqrt[3]{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}+x^{7}\right)dx$; б $\int_{0}^{\pi/2}x\cos x\,dx$);

в) $\int_{0}^{3}\frac{dx}{1+\sqrt{x+1}}$; г) $\int_{2}^{5}\frac{dx}{x^{2}-4}$; д) $\int_{2}^{\infty}\frac{dx}{(3x-1)^{5}}$; е) $\int\sin^{2}3x\,dx$.

3. Решите ДУ : $y'\operatorname{tg}x-y=1$; $y\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$;

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=x^{2},\ y=2x+3$.

Вариант 4

1. Разложение многочлена на линейные и квадратные множители. Типы простейших дробей и их интегрирование.

2. Найти интегралы: а) $\int_{1}^{3}\left(4x-\sqrt[5]{x^{2}}-\frac{1}{x^{3}}\right)dx$; б) $\int_{1}^{e}\left(x^{2}-4x\right)\ln xdx$;

в) $\int\limits_4^9 \frac{x-1}{\sqrt{x}+1}dx$; г) $\int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{x\ dx}{x^2+4}$; д) $\int\limits_{\pi/2}^{\pi} \frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}dx$; е) $\int \frac{xdx}{x^2-2x+2}$.

3. Решите ДУ с разделяющимися переменными $xydx+(1+y^2)\sqrt{1+x^2}dy=0$; $y(\sqrt{8})=1$.

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=x^3,\ y=4x,\ x\ge 0$.

Вариант 5

1. Интегрирование рациональных дробей методом разложения на простейшие дроби. Интегрирование простейших иррациональных функций.

2. Найти интегралы: а) $\int\limits_1^2 \left(\sqrt[5]{x^4}-\frac{3}{\sqrt{x}}+5x^2\right)dx$; б) $\int\limits_{-1}^{1} n(1+x^2)dx$;

в) $\int\limits_0^3 \frac{dx}{1+\sqrt{x+1}}$; г) $\int\limits_2^3 \frac{2x\,dx}{x^2-4}$; д) $\int\limits_{-1}^{\infty} \frac{dx}{4x+7}$; е) $\int \cos^3 x\sin^2 xdx$.

3. Решите ДУ $y'+y\cos x=\cos x$.

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=\sqrt{x},\ y=x$.

Вариант 6

1. Интегрирование тригонометрических функций, универсальная подстановка. Интегралы вида $\int \sin^{к} x\cos^{m} xdx$.

2. Найти интегралы: а) $\int\limits_1^e \left(\frac{2}{x^3}-\frac{1}{x}-\sqrt[3]{x}\right)dx$; б) $\int\limits_1^e x^2\ln xdx$; в) $\int\limits_3^8 \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}$;

г) $\int\limits_0^{\sqrt{2}} \frac{dx}{\sqrt{2-x^2}}$; д) $\int\limits_1^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}$; е) $\int \frac{2x-1}{x^2-x+1}dx$.

3. Решите ДУ $y'=\frac{y^2}{x^2}+5\frac{y}{x}+6$.

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=x^2,\ y=\sqrt{x}$.

Вариант 7

1. Определённый интеграл и его свойства.

2. Найти интегралы: а) $\int\limits_{-2}^{1}(3x^2+4x-1)dx$; б) $\int\limits_1^e x^2\ln x\,dx$; в) $\int\limits_1^{16} \frac{dx}{(1+\sqrt[4]{x})\sqrt{x}}$; г) $\int\limits_{13}^{\infty} \frac{dx}{x\ln x}$; д)

$\int\limits_1^2 \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}}$; е) $\int \frac{4x-3}{x^2+x+9}dx$.

3. Решите ДУ $y'-\frac{y}{x}=x^2,\quad y(1)=0$.

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=x^2,\ y=-x^2,\ x=2$.

Вариант 8

1. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определённом интеграле. Формула интегрирования по частям для определённого интеграла.
2. Найти интегралы: а) $\int\limits_1^8\left(\sqrt[3]{x}-x-4\right)dx$; б) $\int\limits_0^{\pi}(2-5x)\sin x dx$; в) $\int\limits_3^{15}\frac{x\,dx}{\sqrt{x+1}}$;

г) $\int\limits_{-\infty}^{0}\cos 3x dx$; д) $\int\limits_0^{0,5\pi}\mathrm{tg}\,x\,dx$; е) $\int\sin^7 x\cos x dx$.

3. Решите ДУ с разделяющимися переменными $y'\sin x = y\ln y$; $y\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$.

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=5-x^2,\ y=1$.

Вариант 9

1. Приложения определённого интеграла: вычисление площадей плоских фигур, вычисление длины дуги кривой, объемов тел.

2. Найти интегралы: а) $\int\limits_0^4\left(\sqrt{x}-3x+2\right)dx$; б) $\int\limits_0^{\pi/2}(x-1)\cos x\,dx$; в) $\int\limits_0^4\frac{x\,dx}{\sqrt[3]{x+4}}$;

г) $\int\limits_1^{\infty}\frac{dx}{x^2+x}$; д) $\int\limits_1^{e}\frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$; е) $\int\sin^3 3x\,dx$.

3. Решите ДУ с разделяющимися переменными $(1+e^x)yy'=e^x$; $y(0)=1$.

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=x^2,\ y=x^3$.

Вариант 10

1. Несобственные интегралы. Интегралы с бесконечными пределами интегрирования. Интегралы от неограниченных функций.

2. Найти интегралы: а) $\int\limits_1^2\left(\sqrt{x}-\frac{1}{x^3}+3x^4\right)dx$; б) $\int\limits_0^1 x\,3^x\,dx$; в) $\int\limits_0^1\frac{dx}{\sqrt[3]{x+1}}$;

г) $\int\limits_{-\infty}^{0}x\cos x dx$; д) $\int\limits_0^1\ln x\,dx$; е) $\int\cos 4x\cdot\cos 9x\,dx$.

3. Решите ДУ с разделяющимися переменными $y'=2\sqrt{y}\ln x$; $y(e)=1$.

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=x^3,\ y=8,\ x=0$.

Вариант 11

1. Дифференциальные уравнения: определение, порядок ДУ, решение ДУ.

2. Найти интегралы: а) $\int_1^2 \left(4x - \frac{2}{x^2} + \sqrt[3]{x}\right)dx$; б) $\int_0^1 x\, e^{-x} dx$; в) $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$;

г) $\int_0^{0,5\pi} \operatorname{ctg} x\, dx$; д) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$; е $\int \frac{2x-1}{x^2-x+1} dx$.)

3. Решите ДУ $y' - \frac{4y}{x} = 2x^3$.

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^3,\ y = x$.

Вариант 12

1. Дифференциальное уравнение 1-го порядка: определение; общее и частное решения. Теорема существования и единственности решения для ДУ 1-го порядка.
2. Найти интегралы: а) $\int_1^4 \left(2\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x^3}} + 4x\right)dx$; б) $\int_1^3 x \ln x\, dx$; в) $\int_4^9 \frac{\sqrt{x}\, dx}{\sqrt{x}-1}$;

г) $\int_0^{1/4} \frac{dx}{x \ln x}$; д) $\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx$; е) $\int \frac{(x-1)dx}{2+3x+x^2}$.

3. Решите ДУ $y' \operatorname{tg} x - y = 1$; $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$.

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = x^2,\ y = 2x$.

Вариант 13

1. ДУ с разделяющимися переменными: определение и порядок решения.

2. Найти интегралы: а) $\int_1^3 \left(2\sqrt[3]{x^2} + \frac{4}{x^3} - \frac{3}{9+x^2}\right)dx$; б) $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$; в) $\int_0^e \frac{\ln^5 x + 1}{x} dx$;

г) $\int_0^{\infty} 2x \sin x dx$; д) $\int_{-1}^{0} \frac{x\, dx}{x^2-1}$; е) $\int \frac{4x-3}{x^2+4x+9} dx$.

3. Решите ДУ с разделяющимися переменными $\sin y \cos x dy = \cos y \sin x dx$; $y(0) = \frac{\pi}{4}$.

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = -x^2,\ y = -1$.

Вариант 14

1. Однородные ДУ 1-го порядка: определение и порядок решения. Линейные ДУ 1-го порядка: определение и порядок решения

2. Найти интегралы: а) $\int_2^3 \left(6x^2 - 5x + 4\right)dx$; б) $\int_0^{\pi} x \sin 4x dx$; в) $\int_1^4 \frac{x\, dx}{1+\sqrt{x}}$;

г) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{1-x}}$; д) $\int_0^{\infty} \frac{x dx}{x^2+4}$; е) $\int \sin^8 x \cos x dx$.

3. Решите ДУ $y'=\dfrac{x-y}{x}$.

4. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями: $y=x^2+1,\ y=2,\ x=0$.

Критерии оценки (*в рамках промежуточной аттестации*)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» ответ студента на экзамене оценивается по 5-балльной шкале.

Критерий оценки ответа на экзамене:

– **5 баллов** получает студент, продемонстрировавший полное владение знаниями в соответствии с требованиями учебной программы, т.е. решивший все задания без ошибок в логических рассуждениях и в обосновании решения;
– **4 балла** получает студент, который при полном владении знаниями в соответствии с требованиями учебной программы допустил отдельные несущественные ошибки либо приведенные им решения недостаточно обоснованы;
– **3 балла** получает студент при неполном изложении полученных знаний, допустивший при этом отдельные существенные ошибки;
– **2 балла** получает студент при бессистемном изложении материала, допускающий существенные ошибки, которые могут препятствовать усвоению дальнейшей учебной информации.

IV СЕМЕСТР

ВОПРОСЫ ДЛЯ СОБЕСЕДОВАНИЯ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ)

Раздел: «Ряды»

1. Числовые ряды. Сумма ряда. Сходимость ряда. Необходимое условие сходимости ряда. Основные свойства сходящихся рядов.
2. Знакоположительные числовые ряды. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: признаки сравнения.
3. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: признаки сравнения. Признаки Даламбера и Коши.
4. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница.
5. Знакопеременные ряды. Общий признак сходимости.
6. Свойства числовых рядов.
7. Понятие о функциональном ряде. Степенные ряды. Интервал и радиус сходимости. Область сходимости степенного ряда.
8. Свойства степенных рядов. Дифференцирование и интегрирование степенных рядов.
9. Формулы и ряды Маклорена и Тейлора. Разложение функций в степенной ряд.

Раздел: «Основы теории вероятностей и математической статистики

1. Случайные события и операции над ними. Несовместные события. Полная группа попарно несовместных событий. Классическое определение вероятности.
2. Правила комбинаторики. Различные комбинации без повторений.
3. Правила комбинаторики. Различные комбинации с повторениями.
4. Условная вероятность. Теоремы умножения и сложения вероятностей.
5. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

6. Повторные испытания. Биномиальное распределение. Формула Бернулли. Наивероятнейшее значение числа появления события.
7. Локальная и интегральная теоремы Муавра - Лапласа. Распределение Пуассона. Полиномиальное распределение.
8. Случайная величина. Дискретные и непрерывные случайные величины. Ряд распределения дискретной случайной величины.
9. Функция распределения. Свойства функции распределения.
10. Плотность распределения, её свойства. Нормальный закон распределения.
11. Независимые случайные величины. Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание, её свойства. Дисперсия, ее свойства.
12. Коэффициент корреляции, его свойства.
13. Основные понятия математической статистики: выборочная совокупность, генеральная совокупность, повторная выборка, бесповторная выборка, относительный показатель выборки. Ошибка репрезентативности. Статистическое распределение выборки. Полигон частот, гистограмма частот.
14. Генеральная средняя, выборочная средняя. Устойчивость выборочных средних. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения. Оценка вероятности (биномиального распределения) по относительной частоте.

Критерии оценки *(в рамках текущей аттестации)*

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 10 баллов за текущую аттестацию. Критерии оценки разработаны, исходя из разделения баллов: 5 баллов за освоение теоретических вопросов дисциплины, 5 баллов – за выполнение домашних заданий.

Критерии оценки ответов на теоретические вопросы:

– **5 баллов выставляется студенту, если** он изложил содержание вопроса в объеме, предусмотренном программой, при этом изложил материал грамотным языком, точно используя математическую терминологию и символику, в определенной логической последовательности;
– **4 балла выставляются студенту, если** при достаточно полном и грамотном освещении вопроса он допустил небольшие неточности, не искажающие математического содержания ответа;
– **3 балла выставляются студенту** при неполном раскрытии содержания вопроса (содержание вопроса изложено фрагментарно, не всегда последовательно), но показано общее понимание вопроса; допущены ошибки при использовании математической терминологии;
– **2 балла получает студент**, продемонстрировавший обрывочные знания и допустивший ошибки в определении понятий и при использовании математической терминологии.

КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РУБЕЖНЫЙ КОНТРОЛЬ)

ПЕРВАЯ АТТЕСТАЦИЯ

Вариант № 1

1. Исследовать числовые ряды на сходимость:

$$\text{а)}\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{1+n^3};\qquad \text{б)}\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{7^n}{5n!};\qquad \text{в)}\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{(2n+1)^n}.$$

2. Исследовать на условную, абсолютную сходимость:

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n \dfrac{2n+1}{n(n+1)}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\dfrac{2n+1}{3n+1}\right)^n$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n^2}}$.

3. Найти область сходимости степенного ряда: а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n x^n}{n!}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{x^n}{n(n+3)}$.

4. Найти три первых, отличных от нуля, члена разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения: $y' = y + x^3, \quad y(0)=\dfrac{1}{2}$.

Вариант №2.

1. Исследовать числовые ряды на сходимость:

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n^2(n+3)}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^3}{(3n)!}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{3^n}{(n+1)^{2n}}$.

2. Исследовать на условную, абсолютную сходимость:

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\dfrac{2n+1}{n(n+1)}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{n^n}{(2n+1)^n}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^n}{2^n}$.

3. Найти область сходимости степенного ряда: а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{n+2}{n+4}\right)^n\cdot x^n$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(x+1)^n}{(2n-1)!}$.

4. Найти три первых, отличных от нуля, члена разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения: $y' = e^{3x} + 2xy^2, \quad y(0)=1$.

Вариант № 3.

1. Исследовать числовые ряды на сходимость:

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2+1}{n^3}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n(n+1)}{3^n}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{2n-1}{5n+1}\right)^n$.

2. Исследовать на условную, абсолютную сходимость:

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{n}{5n+1}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{1}{(3n-2)^n}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\cdot\left(1-\dfrac{1}{5^n}\right)$.

3. Найти область сходимости степенного ряда: а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{n+1}\cdot x^n$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{3^n}{\sqrt{2^n}}\cdot(x+2)^n$.

4. Найти три первых, отличных от нуля, члена разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения: $y' = 2y^2 + ye^x, \quad y(0)=\dfrac{1}{3}$.

Вариант № 4.

1. Исследовать числовые ряды на сходимость:

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{\sqrt{2n+1}}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{10^n}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{n}{5n+1}\right)^n$.

2. 2) Исследовать на условную, абсолютную сходимость:

а) $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n}$;   б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{3^n}{n!}$;   в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)^n}$.

3. Найти область сходимости степенного ряда: а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n!} \cdot (x+3)^n$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n+3}\right)^n \cdot x^n$.

4. Найти три первых, отличных от нуля, члена разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения: $y' = y \cos x + 2 \cos y, \qquad y(0) = 0$.

Вариант № 5.

1. Исследовать числовые ряды на сходимость:

а) $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2 - n}$;   б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$;   в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(2 + \frac{1}{10^n}\right)^{n+1}$.

2. Исследовать на условную, абсолютную сходимость:

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n+3}{n(n+1)}$;   б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{(n+3)!}$;   в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \left(\frac{2n+1}{3n+2}\right)^n$.

3. Найти область сходимости степенного ряда: а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(n+1)^n} \cdot x^n$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{4n-1} \cdot (x-2)^n$.

4. Найти три первых, отличных от нуля, члена разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения: $y' = x^2 + xy + y^2, \qquad y(0) = 0{,}5$.

Вариант № 6.

1. Исследовать числовые ряды на сходимость:

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n + 1}$;   б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{11^n}{n!}$;   в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(0{,}5 + \frac{2}{5^n}\right)^n$.

2. Исследовать на условную, абсолютную сходимость:

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(-1)^n}{\sqrt{3n-1}}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{n^2}{(n+2)!}$;   в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^n}$.

3. Найти область сходимости степенного ряда: а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (x-3)^n}{n!}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \cdot x^n$.

4. Найти три первых, отличных от нуля, члена разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения: $y' = e^{\sin x} + x, \qquad y(0) = 0$.

Вариант № 7.

1. Исследовать числовые ряды на сходимость:

а) $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^3 n}$;   б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n 3^n}$;   в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+2}{n+3}\right)^{n^2}$.

2. Исследовать на условную, абсолютную сходимость:

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{(n+3) \ln In + 3)}$;   б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{3n+1}{(n+2) 4^n}$;   в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{5^n}{(2n)!}$.

3. Найти область сходимости степенного ряда: а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n^3}{n^2+1} \cdot x^n$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^{2n}}{n(n+1)}$.

4. Найти три первых, отличных от нуля, члена разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения: $y' = x + x^2 + y^2, \qquad y(0)=1.$

Вариант № 8.

1. Исследовать числовые ряды на сходимость:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{2n+1}\right)^n; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(n+2)!}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^{\frac{n}{2}}.$$

2. Исследовать на условную, абсолютную сходимость:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{4n-1}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^{3n}}{(n+1)^n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+3)!}.$$

3. Найти область сходимости степенного ряда: а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{3^{n^2}}{n!} \cdot x^n$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{x^{2n}}{7^n}$.

4. Найти три первых, отличных от нуля, члена разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения: $y' = x^2 + y^2, \qquad y(0)=0{,}2$.

Вариант № 9.

1. Исследовать числовые ряды на сходимость:

$$\text{а) } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n}{(2n)!}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^{n-1}.$$

2. Исследовать на условную, абсолютную сходимость:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[4]{n^3}}; \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^n}{2^{n^2}}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n 7^n}{(2n)!}.$$

3. Найти область сходимости степенного ряда: а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n^2} \cdot x^n$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{4^n}{2n!} \cdot (x-3)^n$.

4. Найти три первых, отличных от нуля, члена разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения: $y' = y + xe^y, \qquad y(0)=0$.

Вариант № 10.

1. Исследовать числовые ряды на сходимость:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n-2}{4n+7}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n}{n^{2n}}.$$

2. Исследовать на условную, абсолютную сходимость:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3+n^2}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3n+1}\right)^n; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!}.$$

3. Найти область сходимости степенного ряда: а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{2 \cdot 5^n}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n^2} \cdot x^n$.

4. Найти три первых, отличных от нуля, члена разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения: $y' = x^2 y^2 + y \sin x, \qquad y(0) = \frac{1}{2}$.

Вариант № 11.

1) Исследовать числовые ряды на сходимость:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+2)}}; \qquad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{3^{n^2}}; \qquad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n}{n+3} \right)^{-n^2}.$$

2) Исследовать на условную, абсолютную сходимость:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2}{3^n + 2}; \qquad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n+1)^n}; \qquad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(n+1)!}{3^n \cdot n!}.$$

1) Найти область сходимости степенного ряда: а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(\tilde{o}-1)^{\ddot{i}}}{(2n-1)^{2n}}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{7n-11} \cdot x^n$.

5) Найти четыре первых, отличных от нуля, члена разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения: $y'' = \cos y + 2x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$.

Вариант № 12.

1. Исследовать числовые ряды на сходимость:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2 + 3}; \qquad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{(n-1)!}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2n-1} \right)^{2n+1}.$$

2. Исследовать на условную, абсолютную сходимость:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2+1}}; \qquad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(\frac{n^2+n+1}{2n^2+n+1} \right)^n; \qquad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(n+1)!}{3^n \cdot n!}.$$

3. Найти область сходимости степенного ряда: а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n!\, x^n$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n\, 9^n}$.

4. Найти четыре первых, отличных от нуля, члена разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения: $y'' - xy' + y^2 = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$.

Вариант № 13.

1. Исследовать числовые ряды на сходимость:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^3 + n + 1}; \qquad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \cdot n!}{n^n}; \qquad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+5} \right)^{n^3}.$$

2. Исследовать на условную, абсолютную сходимость:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{2^n - 1}{3^n + 1}; \qquad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n+1)^n}; \qquad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}(n+2)}{4^n}.$$

3. Найти область сходимости степенного ряда: а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^{2n}}{n!}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+1)^n}{n\,2^n}$.

4. Найти четыре первых, отличных от нуля, члена разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения: $y'' = x^2 y' - y, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=1$.

Вариант № 14.

1. Исследовать числовые ряды на сходимость:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{3n+1}; \qquad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+2)!}{n^{n+1}}; \quad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^{n+1}}{(2n)^n}.$$

2. Исследовать на условную, абсолютную сходимость:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n+2}}; \qquad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}2^{n+1}}{n^n}; \qquad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{n\cdot 3^n}.$$

3. Найти область сходимости степенного ряда: а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\tilde{o}^{\ddot{\imath}}}{n^2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^n}{2n\cdot 4^n}\cdot x^n$.

4. Найти четыре первых, отличных от нуля, члена разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения: $y'' - xy' = +y + e^x, \quad y(0)=1, \quad y'(0)=-1$.

Вариант № 15.

1. Исследовать числовые ряды на сходимость:

$$\text{а) } \sum_{n=0}^{\infty}\frac{n+1}{n^2+2}; \qquad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2n)!}{(n!)^2}; \qquad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^{n+1}}{(3n+1)^n}.$$

2. Исследовать на условную, абсолютную сходимость:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{3n-2}; \qquad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}2^{n+1}}{n^n}; \qquad \text{в) } \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-2)^{n-1}}{(n+1)!}.$$

3. Найти область сходимости степенного ряда: а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(\tilde{o}+3)^{\ddot{\imath}}}{n^2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n(n+1)}$.

4. Найти четыре первых, отличных от нуля, члена разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения: $y'' = y\cos y' + x, \quad y(0)=1, \quad y'(0)=1$.

II аттестация

Вариант № 1

1. Вероятность хотя бы одного попадания в мишень стрелком при трех выстрелах равна 0,875. Какова вероятность попадания при одном выстреле?

2. Среди 100 лотерейных билетов есть 10 выигрышных. Какова вероятность того, что два наудачу выбранных билета окажутся выигрышными?

3. Считая, что в среднем 15% открывающихся малых предприятий становятся в течение года банкротами, найти вероятность того, что из 10 новых малых предприятий за год банкротами станут более двух предприятий?

4. Студент отвечает правильно на 1-й вопрос экзаменационного билета с вероятностью 0,8. На 2-й вопрос он отвечает правильно с вероятностью 0,9. Построить распределение случайной величины – числа правильных ответов – в виде таблицы; найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение СВ.

Вариант № 2

1. В мешке лежит 100 белых и 100 черных шаров. Наугад вынимают 5 шаров. Какова вероятность, что среди них будет в точности 2 белых шара?
2. В ящике находится 20 деталей, из которых 4 – бракованные. Из ящика извлекают 3 детали. Какова вероятность того, что среди них нет бракованных?
3. В цехе, изготовляющем болты, три станка. Первый производит 30% всей продукции, второй и третий станки производят 25% и 45% продукции соответственно. Брак продукции этих станков составляет 1%, 2% и 3% соответственно. Найти вероятность того, что случайно выбранный болт бракованный.
4. Из пяти гвоздик две белые. Одновременно взяли две гвоздики. Составить закон распределения случайной величины, выражающей число белых гвоздик среди взятых двух. Найти числовые характеристики этой случайной величины.

Вариант № 3

1. Партия электрических лампочек на 20% изготовлена первым заводом, на 40% - вторым и на 40% - третьим. Брак составляет соответственно 1%; $0{,}5\%$ и $0{,}6\%$ продукции этих заводов. Найти вероятность того, что наудачу взятая из партии лампочка окажется стандартной.
2. 90% яблонь обработано химикатами. Вероятность поражения вредителями яблонь, обработанных химикатами равна $0{,}04$, для необработанных яблонь эта вероятность равна $0{,}6$. Выбранная наудачу яблоня оказалась пораженной вредителями. Какова вероятность того, что эта яблоня обработана химикатами.
3. Ткачиха обслуживает 10 станков. Вероятность того, что в течение часа станок потребует регулировки, равна $1/3$. Какова вероятность того, что в течение часа ткачихе придётся регулировать 5 станков?
4. Охотник, имеющий 3 патрона, стреляет по дичи до первого попадания или до израсходования всех патронов. Вероятность попадания при первом выстреле равна $0{,}6$; при каждом последующем выстреле уменьшается на $0{,}1$. Составить закон распределения числа патронов, израсходованных охотником. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

Вариант № 4

1. Для нормальной работы автобазы на линии должно быть не менее восьми машин, а имеется их десять. Вероятность невыхода каждой машины на линию равна $0{,}1$. Найти вероятность нормальной работы автобазы на ближайший день.
2. Из 100 изготовленных деталей 10 имеют дефект. Для проверки были отобраны 5 деталей. Какова вероятность того, что среди отобранных деталей 2 окажутся бракованными?
3. Вероятность правильного оформления накладной при передаче продукции равна 0,8. Найти вероятность того, что из трех накладных только две оформлены правильно?
4. Двое стрелков производят по одному выстрелу в мишень. Вероятности попадания для них соответственно равны $0{,}8$ и $0{,}7$. Составить закон распределения числа попаданий в мишень. Найти числовые характеристики этой величины.

Вариант № 5

1. В партии из 15 однотипных стиральных машин 5 машин изготовлены на заводе A, а 10 – на заводе B. Случайным образом отобрано 5 машин . Найти вероятность того, что 2 из них изготовлены на заводе A?
2. Предприятие обеспечивает регулярный выпуск продукции при безотказной поставке комплектующих от двух смежников. Вероятность отказа в поставке продукции от 1-го смежника равна 0,05, от 2-го – 0,08. Найти вероятность сбоя в работе предприятия.

3. В новом микрорайоне поставлено 10 000 кодовых замков на входных дверях домов. Вероятность выхода из строя одного замка в течение месяца равна 0,0002. Найти вероятность того, что за месяц откажут 5 замков.

4. В билете две задачи. Вероятность правильного решения первой задачи равна 0,9; второй 0,8. Составить закон распределения числа правильно решённых задач в билете и вычислите математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

Вариант № 6

1. На склад привезли 50 ящиков комплектующих изделий для одного из видов ЭВМ, но среди них оказалось 4 ящика комплектующих для другого вида ЭВМ. Наудачу взяли 6 ящиков. Найти вероятность того, что в одном из этих 6 ящиков окажутся некомплектные детали.

2. На предприятии, изготавливающем замки, 1-й цех производит 25, 2-й – 35, 3-й – 40% всех замков. Брак составляет соответственно 5, 4 и 2%. Найти вероятность того, что случайно выбранный замок является дефектным.

3. Только один из 9-ти ключей подходит к данному замку. Какова вероятность того, что придется опробовать 5 ключей для открывания замка.

4. Всхожесть саженцев яблони составляет 80%. Посажено 2 саженца. Случайная величина X – число взошедших яблонь. Составить ряд распределения случайной величины X. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение.

Вариант № 7

1. Магазин получил продукцию в ящиках с 4-х оптовых складов: 4 – с первого, 5 – со второго, 7 – с 3-го и 4 – с 4-го. Случайным образом выбран ящик для продажи. Какова вероятность того, что это будет ящик с первого или с третьего склада?

2. Вероятности своевременного выполнения задания тремя независимо работающими предприятиями соответственно равны 0,5; 0,6; 0,7. Найти вероятность своевременного выполнения задания хотя бы одним предприятием.

3. На станциях отправления поездов находится 1000 автоматов для продажи билетов. Вероятность выхода из строя одного автомата равна 0,004. Найти вероятность того, что в течение часа из строя выйдут три автомата.

4. В партии из восьми деталей пять стандартных. Наудачу взяты две детали. Построить ряд распределения числа стандартных деталей среди отобранных. Найти числовые характеристики этой величины.

Вариант № 8

1. Вероятность правильного оформления счета на предприятии с оставляет 0,95. Во время аудиторской проверки были взяты два счета. Какова вероятность того, что только один из них оформлен правильно?

2. На предприятии работают две бригады рабочих: 1-й производит в среднем ¾ продукции с процентом брака 4%, вторая – ¼ продукции с процентом брака 6%. Взятое наугад изделие оказалось бракованным. Найти вероятность того, что оно изготовлено второй бригадой.

3. Два стрелка делают по одному выстрелу в мишень. Вероятность попадания первого стрелка равна 0,7, а второго – 0,8. Найти вероятность того, что мишень будет поражена.

4. В корзине 5 белых и 3 чёрных шара. Наудачу берут 2 шара (без возвращения). Постройте ряд распределения числа белых шаров среди отобранных. Найти числовые характеристики этой величины.

Вариант № 9

1. В магазине имеется 10 женских и 6 мужских шуб. Для анализа качества отобрали 3 шубы случайным образом. Определить вероятность того, что среди отобранных шуб окажутся только мужские или только женские шубы.
2. В обувную мастерскую для ремонта приносят сапоги и туфли в соотношении 2:3. Вероятность качественного ремонта для сапог равна 0,9, а для туфель – 0,85. Проведена проверка качества одной пары обуви. Оказалось, что эта пара обуви отремонтирована качественно. Какова вероятность того, что это а) сапоги; б) туфли?
3. Работают 4 магазина по продаже стиральных машин. Вероятность отказа покупателю в магазинах равна 0,1. Считая, что ассортимент товара в каждом магазине формируется независимо от других, определить вероятность того, что покупатель получит отказ в двух магазинах.
4. С вероятностью попадания при одном выстреле 0,7 охотник стреляет по дичи и успевает сделать 2 выстрела. Случайная величина X – число промахов. Найти вероятности следующих событий: *а*) не менее двух промахов; *б*) не более трёх промахов; *в*) число промахов больше одного, но не более трёх. Найти $M(X)$ и $D(X)$.

Вариант № 10

1. В городе находится 15 продовольственных и 5 непродовольственных магазинов. Случайным образом для приватизации были отобраны 3 магазина. Найти вероятность того, что из этих трех магазинов 2 магазина – продовольственные и 1 – непродовольственный.
2. Техническое устройство выйдет из строя, если откажут не менее двух из трех независимо работающих элементов. Вероятность отказов 1-го, 2-го, 3-го элементов соответственно равны0,2; 0,4; 0,3. Известно, что устройство отказало. Найти вероятность того, что отказали 1-й и 2-й элементы.
3. В одной комнате находится 4 девушки 7 юношей, в другой – 10 девушек и 5 юношей. Наудачу выбирают по одному человеку из каждой комнаты. Найти вероятность того, что оба они окажутся юношами ил оба – девушками.
4. Вероятность работы каждого из двух комбайнов без поломок в течение определенного времени равна 0,9. Составить закон распределения случайной величины X – числа комбайнов, работающих безотказно. Найти $M(X)$ и $D(X)$.

Вариант № 11

1. В мешке 5 черных шаров, 3 красных и 5 белых. Какова вероятность вынуть красный или белый шар?
2. В порт приходят корабли из трех пунктов отправления. Вероятность появления корабля из первого пункта равна 0,2, из второго – 0,6. Какова вероятность, что пришедший корабль – из третьего пункта отправления?
3. Трое рабочих изготавливают однотипные изделия. Первый изготовил 40, второй – 35, третий – 25. Вероятность брака у первого рабочего 0,03, у второго – 0,02, у третьего – 0,01. Взятое наугад изделие оказалось бракованным. Какова вероятность, что его изготовил второй рабочий?
4. Студент отвечает правильно на 1-й вопрос экзаменационного билета с вероятностью 0,8. На 2-й вопрос он отвечает правильно с вероятностью 0,9. Построить распределение случайной величины – числа правильных ответов – в виде таблицы; найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение СВ.

Вариант № 12

1. В мешке лежит 100 белых и 100 черных шаров. Наугад вынимают 5 шаров. Какова вероятность, что среди них будет в точности 2 белых шара?
2. В ящике находится 20 деталей, из которых 4 – бракованные. Из ящика извлекают 3 детали. Какова вероятность того, что среди них нет бракованных?

3. В цехе, изготовляющем болты, три станка. Первый производит 30% всей продукции, второй и третий станки производят 25% и 45% продукции соответственно. Брак продукции этих станков составляет 1%, 2% и 3% соответственно. Найти вероятность того, что случайно выбранный болт бракованный.
4. Из пяти гвоздик две белые. Одновременно взяли две гвоздики. Составить закон распределения случайной величины, выражающей число белых гвоздик среди взятых двух. Найти числовые характеристики этой случайной величины.

Вариант № 13

5. Партия электрических лампочек на 20% изготовлена первым заводом, на 40% - вторым и на 40% - третьим. Брак составляет соответственно 1%; 0,5% и 0,6% продукции этих заводов. Найти вероятность того, что наудачу взятая из партии лампочка окажется стандартной.
6. 90% яблонь обработано химикатами. Вероятность поражения вредителями яблонь, обработанных химикатами равна 0,04, для необработанных яблонь эта вероятность равна 0,6. Выбранная наудачу яблоня оказалась пораженной вредителями. Какова вероятность того, что эта яблоня обработана химикатами.
7. Ткачиха обслуживает 10 станков. Вероятность того, что в течение часа станок потребует регулировки, равна $1/3$. Какова вероятность того, что в течение часа ткачихе придётся регулировать 5 станков?
8. Охотник, имеющий 3 патрона, стреляет по дичи до первого попадания или до израсходования всех патронов. Вероятность попадания при первом выстреле равна 0,6; при каждом последующем выстреле уменьшается на 0,1. Составить закон распределения числа патронов, израсходованных охотником. Найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины.

Вариант № 14

5. Вероятность хотя бы одного попадания в мишень стрелком при трех выстрелах равна 0,875. Какова вероятность попадания при одном выстреле?
6. Среди 100 лотерейных билетов есть 10 выигрышных. Какова вероятность того, что два наудачу выбранных билета окажутся выигрышными?
7. В коробке 4 новых и 2 уже использованных теннисных мяча. Для первой игры берут из коробки 2 мяча, а затем их возвращают после игры в коробку. Найти вероятность, что для второй игры будут вытянуты два новых мяча.
8. Считая, что в среднем 15% открывающихся малых предприятий становятся в течение года банкротами, найти вероятность того, что из 10 новых малых предприятий за год банкротами станут более двух предприятий?
9. Студент отвечает правильно на 1-й вопрос экзаменационного билета с вероятностью 0,8. На 2-й вопрос он отвечает правильно с вероятностью 0,9. Построить распределение случайной величины – числа правильных ответов – в виде таблицы; найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение СВ.

Вариант № 15

1. В городе находится 15 продовольственных и 5 непродовольственных магазинов. Случайным образом для приватизации были отобраны 3 магазина. Найти вероятность того, что из этих трех магазинов 2 магазина – продовольственные и 1 – непродовольственный.
2. Техническое устройство выйдет из строя, если откажут не менее двух из трех независимо работающих элементов. Вероятность отказов 1-го, 2-го, 3-го элементов соответственно равны0,2; 0,4; 0,3. Известно, что устройство отказало. Найти вероятность того, что отказали 1-й и 2-й элементы.
3. В одной комнате находится 4 девушки 7 юношей, в другой – 10 девушек и 5 юношей. Наудачу выбирают по одному человеку из каждой комнаты. Найти вероятность того, что оба они окажутся юношами ил оба – девушками.

4. Вероятность работы каждого из двух комбайнов без поломок в течение определенного времени равна 0,9. Составить закон распределения случайной величины X – числа комбайнов, работающих безотказно. Найти $M(X)$ и $D(X)$.

Критерии оценки письменной контрольной работы *(в рамках рубежной аттестации)*

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 25 баллов за выполнение рубежной контрольной работы. Каждое задание, входящее в контрольную, оценивается преподавателем определенным количеством баллов. Итоговый балл за контрольную работу получается суммированием баллов за все задания.

Критерий оценки одного задания:

– обучающийся правильно решил задачу; при этом логично, последовательно и аргументированно изложил решение задачи – максимальное количество баллов;
– обучающийся в основном правильно решил задачу, допустив при этом незначительные неточности и погрешности – 80% от максимального количества баллов;
– обучающийся не полностью решил задачу, но не менее 50%, допустив при этом не более одной грубой ошибки – 60% от максимального количества баллов;
– обучающийся привел неполное решение задачи (степень полноты – от 30% до 50%), допустив при этом значительные недочеты – 40% от максимального количества баллов;
– обучающийся привел не более 30% решения задачи, допустив при этом грубые ошибки и недочеты – 20% от максимального количества баллов;
– обучающийся не приступил к решению задачи – 0 баллов.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ БИЛЕТЫ

БИЛЕТ № 1

1. Числовые ряды, основные понятия. Необходимое условие сходимости.
2. Исследовать на сходимость ряды: 1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{4n!}$, 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{2n+3}\right)^n$, 3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2+1}}$.
3. В ящике 8 деталей, 5 из которых – качественные. Наудачу извлекают 4 детали. Какова вероятность того, что 2 из них – качественные?
4. Случайная величина X дана функцией распределения

$$F(x):F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\le 0\\ \frac{x^2}{\pi^2} & \text{при } 0<x\le\pi\\ 1 & \text{при } x>\pi,\end{cases}$$

Найти: плотность вероятностей $f(x)$; математическое ожидание $M(X)$; дисперсию $D(X)$; среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.

БИЛЕТ № 2

Дисциплина МАТЕМАТИКА
Факультет ***ФАПИ*** профили ***ПИ*** семестр **IV**

1. Случайные события: основные определения. Классическое понятие вероятности.

2. Исследовать на сходимость ряды: 1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\cdot 5^n}$, 2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n-1}{2n}\right)^{n^2}$, 3) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}2n}{3n+2}$.
3. Найти область сходимости степенного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{10^n\cdot x^n}{\sqrt{n}}$.
4. Теннисист идет на игру. Если его дорогу перебежит чёрная кошка, то вероятность победы равна 0,2; если не перебежит – 0,7. Вероятность того, что кошка перебежит дорогу – 0,1; что не перебежит – 0,9. Теннисист проиграл. Какова вероятность, что чёрная кошка перебежала дорогу?

БИЛЕТ № 3

1. Признаки сравнения. Признак Даламбера.
2. Исследовать на сходимость ряды:

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{1+n^3}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{7^n}{5n!}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{(2n+1)^n}$.

3. Случайная величина X дана функцией распределения $F(x): F(x)=\begin{cases}0, & при \quad x\le 0,\\ \frac{x^2}{4}, & при \quad 0<x\le 2,\\ 1, & при \quad x>2.\end{cases}$

Найти: плотность вероятностей $f(x)$; математическое ожидание $M(X)$; дисперсию $D(X)$; среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.

4. В ящике 20 шаров, из которых 8 красных, 7 синих и 5 зеленых. Наугад выбирают 5 шаров. Найти вероятность того, что среди них 1 зеленый, 2 синих и 2 красных шара.

БИЛЕТ № 4

1. Определение суммы и произведения событий. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность.
2. Среди 25 студентов группы, в которой 10 девушек, разыгрывают 6 билетов на студенческую весну. Найдите вероятность того, что среди обладателей билетов окажутся 3 девушки.
3. Случайная величина X задана функцией распределения $F(x): F(x)=\begin{cases}0, & при \quad x\le 0,\\ x, & при \quad 0<x\le 1,\\ 1, & при \quad x>1.\end{cases}$

   Найти: плотность вероятностей $f(x)$; математическое ожидание $M(X)$; дисперсию $D(X)$; среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.
4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{10^n\cdot x^n}{\sqrt{n}}$.

БИЛЕТ № 5

1. Знакопеременные и знакочередующиеся ряды, признак Лейбница.
2. Исследовать на сходимость ряды:

1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{4^n+3}$; 2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\sin\frac{\pi}{n^3}\right)^{2n}$; 3) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{1}{\sqrt{n}}$.

3. Случайная величина X дана функцией распределения $F(x)$: $F(x)=\begin{cases}0, & при \quad x<0,\\ 4x^3, & при \quad 0\le x\le 1,\\ 1, & при \quad x>1.\end{cases}$

Найти: плотность вероятностей $f(x)$; математическое ожидание $M(X)$; дисперсию $D(X)$; среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.

4. В ящике 15 изделий, из которых 10 - качественные и 5 - со скрытым дефектом. Наудачу извлекают 3 изделия. Какова вероятность того, что 2 из них - качественные и одно изделие с дефектом?.

БИЛЕТ № 6

1. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
2. Исследовать на сходимость ряды:

1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\cdot 7^n}$; 2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{arctg\, n}{1+n^2}$; 3) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{2^n n!}{n^n}$; 4) $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{3n+2}$.

3. В корзине 10 белых и 6 черных шаров. Наудачу извлекают 5 шаров. Какова вероятность того, что 3 из них - белые и 2 черные?
4. Случайная величина X задана функцией распределения $F(x)$: $F(x)=\begin{cases}0, & при \quad x<0,\\ x^3, & при \quad 0\le x\le 1,\\ 1, & при \quad x>1.\end{cases}$

Найти: плотность вероятностей $f(x)$; математическое ожидание $M(X)$; дисперсию $D(X)$; среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.

БИЛЕТ № 7

1. Элементы комбинаторики. Перестановки, размещения, сочетания и их число.
2. Исследовать на сходимость ряды:

1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n^3+3n}}$; 2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(arctg\frac{1}{5^n}\right)^n$; 3) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{2^n n}$; 4 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{\sqrt{n}}$.

3. Имеются две урны: в первой – 6 желтых и 4 синих шара; во второй – 8 желтых и 2 синих шара. Из каждой урны извлекают по одному шару. Какова вероятность того, что извлеченные шары разных цветов?
4. Партия электрических лампочек на 20% изготовлена первым заводом, на 40% - вторым и на 40% - третьим. Брак составляет соответственно 1%; 0,5% и 0,6% продукции этих заводов. Найти вероятность того, что наудачу взятая из партии лампочка окажется стандартной.

БИЛЕТ № 8

1. Независимые испытания. Формула Бернулли.

2. Исследовать на сходимость ряды:

$$\textbf{1)}\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^3}{(3n)!};\qquad 2)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{(n+1)^{2n}};\ 3)\ \sum_{n=1}\frac{n}{2n-1};\ 4)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2^n}.$$

3. В корзине 12 белых и 6 черных шаров. Наудачу извлекают 4 шаров. Какова вероятность того, что 3 из них - белые и 1 черный?

4. Учебник издан тиражом 100000 экземпляров. Вероятность того, что учебник сброшюрован неправильно, равна 0,0001. Найти вероятность того, что тираж содержит ровно 5 бракованных книг.

БИЛЕТ № 9

1. Достаточный признак сходимости знакопеременных рядов, абсолютная и условная сходимость числовых рядов, свойства абсолютно сходящихся рядов.
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$\textbf{а)}\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+1}{n^3};\text{б)}\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n(n+1)}{3^n};\qquad \text{в)}\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n-1}{5n+1}\right)^n;\ \text{г)}\ \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{5n+1}.$$

3. Случайная величина X дана функцией распределения

$$F(x):F(x)=\begin{cases}0, & при\quad x<0,\\ \dfrac{x^2}{36}, & при\quad 0\le x\le 6,\\ 1, & при\quad x>6.\end{cases}$$

Найти: плотность вероятностей $f(x)$; математическое ожидание $M(X)$; дисперсию $D(X)$; среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.

4. В аудитории 6 юношей и 5 девочек. Наудачу отобраны 7 студентов. Какова вероятность того, что отобраны 4 юноши и 3 девушки?

БИЛЕТ № 10

1. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$\text{а)}\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2n+1}};\ \text{б)}\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^4}{10^n};\ \text{в)}\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{5n+1}\right)^n;\ \text{г)}\ \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\cdot\frac{3^n}{n!}.$$

3. В корзине 10 белых и 8 черных шаров. Наудачу извлекают 5 шаров. Какова вероятность того, что 2 из них - белые и 3 черные?
4. Случайная величина X задана функцией распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0, & при\quad x<0;\\ 2x, & при\quad 0\le x\le 0{,}5;\\ 1, & при\quad x>0{,}5.\end{cases}$$

Найти: плотность вероятностей $f(x)$; математическое ожидание $M(X)$; дисперсию $D(X)$; среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.

БИЛЕТ № 11

1. Непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность вероятности случайной величины, их взаимосвязь и свойства. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины.
2. Исследовать на сходимость ряды: 1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{4n!}$, 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+1}{2n+3}\right)^n$,3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n^2+1}}$.

3. В ящике 8 деталей, 5 из которых – качественные. Наудачу извлекают 4 детали. Какова вероятность того, что 2 из них – качественные?

4. Случайная величина X дана функцией распределения

$$F(x):F(x)=\begin{cases}0 & \text{при } x\le 0\\ \frac{x^2}{\pi^2} & \text{при } 0<x\le\pi\\ 1 & \text{при } x>\pi,\end{cases}$$

Найти: плотность вероятностей $f(x)$; математическое ожидание $M(X)$; дисперсию $D(X)$; среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.

БИЛЕТ № 12

1. Признаки Коши.
2. Исследовать на сходимость ряды: 1) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\cdot 5^n}$, 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n-1}{2n}\right)^{n^2}$, 3) $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}2n}{3n+2}$.
3. Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{10^n\cdot x^n}{\sqrt{n}}$.
4. Теннисист идет на игру. Если его дорогу перебежит чёрная кошка, то вероятность победы равна 0,2; если не перебежит – 0,7. Вероятность того, что кошка перебежит дорогу – 0,1; что не перебежит – 0,9. Теннисист проиграл. Какова вероятность, что чёрная кошка перебежала дорогу?

БИЛЕТ № 13

1. Функциональные ряды, основные понятия. Степенные ряды.

2. Исследовать на сходимость ряды:

а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{1+n^3}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{7^n}{5n!}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{(2n+1)^n}$.

3. Случайная величина X дана функцией распределения $F(x):F(x)=\begin{cases}0, & \text{при } x\le 0,\\ \frac{x^2}{4}, & \text{при } 0<x\le 2,\\ 1, & \text{при } x>2.\end{cases}$

Найти: плотность вероятностей $f(x)$; математическое ожидание $M(X)$; дисперсию $D(X)$; среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.

4. В ящике 20 шаров, из которых 8 красных, 7 синих и 5 зеленых. Наугад выбирают 5 шаров. Найти вероятность того, что среди них 1 зеленый, 2 синих и 2 красных шара.

БИЛЕТ № 14

1. Степенные ряды. Интервал и радиус сходимости.

2. Среди 25 студентов группы, в которой 10 девушек, разыгрывают 6 билетов на студенческую весну. Найдите вероятность того, что среди обладателей билетов окажутся 3 девушки.
3. Случайная величина X задана функцией распределения $F(x): F(x)=\begin{cases}0, & при \quad x \le 0, \\ x, & при \quad 0 < x \le 1, \\ 1, & при \quad x > 1.\end{cases}$

   Найти: плотность вероятностей $f(x)$; математическое ожидание $M(X)$; дисперсию $D(X)$; среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.
4. Найти область сходимости степенного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{10^n \cdot x^n}{\sqrt{n}}$.

БИЛЕТ № 15

1. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания нормального распределения.
2. Исследовать на сходимость ряды:

   1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n+3}$; **2)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\sin \frac{\pi}{n^3}\right)^{2n}$; **3)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt{n}}$.
3. Случайная величина X дана функцией распределения $F(x): F(x)=\begin{cases}0, & при \quad x < 0, \\ 4x^3, & при \quad 0 \le x \le 1, \\ 1, & при \quad x > 1.\end{cases}$

   Найти: плотность вероятностей $f(x)$; математическое ожидание $M(X)$; дисперсию $D(X)$; среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.
4. В ящике 15 изделий, из которых 10 - качественные и 5 - со скрытым дефектом. Наудачу извлекают 3 изделия. Какова вероятность того, что 2 из них - качественные и одно изделие с дефектом?.

БИЛЕТ № 16

1. Генеральная средняя, выборочная средняя. Устойчивость выборочных средних.
2. Исследовать на сходимость ряды:

   1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 7^n}$; **2)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{arctg\, n}{1+n^2}$; **3)** $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$; **4)** $\sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{3n+2}$.
3. В корзине 10 белых и 6 черных шаров. Наудачу извлекают 5 шаров. Какова вероятность того, что 3 из них - белые и 2 черные?
4. Случайная величина X задана функцией распределения $F(x)$: $F(x)=\begin{cases}0, & при \quad x < 0, \\ x^3, & при \quad 0 \le x \le 1, \\ 1, & при \quad x > 1.\end{cases}$

   Найти: плотность вероятностей $f(x)$; математическое ожидание $M(X)$; дисперсию $D(X)$; среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.

БИЛЕТ № 17

1. Статистические оценки: точечные и интервальные. Смещенные и несмещенные оценки
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$\textbf{1)}\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n^3+3n}};\quad \textbf{2)}\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(arctg\frac{1}{5^n}\right)^n;\quad \textbf{3)}\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{2^n n};\quad \textbf{4}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{\sqrt{n}}.$$

3. Имеются две урны: в первой – 6 желтых и 4 синих шара; во второй – 8 желтых и 2 синих шара. Из каждой урны извлекают по одному шару. Какова вероятность того, что извлеченные шары разных цветов?
4. Партия электрических лампочек на 20% изготовлена первым заводом, на 40% - вторым и на 40% - третьим. Брак составляет соответственно 1%; $0{,}5\%$ и $0{,}6\%$ продукции этих заводов. Найти вероятность того, что наудачу взятая из партии лампочка окажется стандартной.

БИЛЕТ № 18

1. Ряды Маклорена и Тейлора.
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$\textbf{1)}\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^3}{(3n)!};\qquad 2)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{(n+1)^{2n}};\ 3)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2n-1};\ 4)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2^n}.$$

3. В корзине 12 белых и 6 черных шаров. Наудачу извлекают 4 шаров. Какова вероятность того, что 3 из них - белые и 1 черный?

4. Учебник издан тиражом 100000 экземпляров. Вероятность того, что учебник сброшюрован неправильно, равна $0{,}0001$. Найти вероятность того, что тираж содержит ровно 5 бракованных книг.

БИЛЕТ № 19

1. Локальная и интегральная теоремы Муавра - Лапласа. Распределение Пуассона.
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$\textbf{а)}\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+1}{n^3};\ б)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n(n+1)}{3^n};\qquad в)\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n-1}{5n+1}\right)^n;\ г)\ \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{5n+1}.$$

3. Случайная величина X дана функцией распределения

$$F(x):F(x)=\begin{cases}0, & при\quad x<0,\\ \dfrac{x^2}{36}, & при\quad 0\le x\le 6,\\ 1, & при\quad x>6.\end{cases}$$

   Найти: плотность вероятностей $f(x)$; математическое ожидание $M(X)$; дисперсию $D(X)$; среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.
4. В аудитории 6 юношей и 5 девочек. Наудачу отобраны 7 студентов. Какова вероятность того, что отобраны 4 юноши и 3 девушки?

БИЛЕТ № 20

1. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.

2. Исследовать на сходимость ряды:

$$а)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2n+1}};\ б)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^4}{10^n};\ в)\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{5n+1}\right)^n;\ г)\ \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\cdot\frac{3^n}{n!}.$$

3. В корзине 10 белых и 8 черных шаров. Наудачу извлекают 5 шаров. Какова вероятность того, что 2 из них - белые и 3 черные?
4. Случайная величина X задана функцией распределения:

$$F(x)=\begin{cases}0, & при \quad x<0;\\ 2x, & при \quad 0\le x\le 0{,}5;\\ 1, & при \quad x>0{,}5.\end{cases}$$

Найти: плотность вероятностей $f(x)$; математическое ожидание $M(X)$; дисперсию $D(X)$; среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.

Критерии оценки (*в рамках промежуточной аттестации*)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» ответ студента на экзамене оценивается по 5-балльной шкале.

Критерий оценки ответа на экзамене:

– **5 баллов** получает студент, продемонстрировавший полное владение знаниями в соответствии с требованиями учебной программы, т.е. решивший все задания без ошибок в логических рассуждениях и в обосновании решения;
– **4 балла** получает студент, который при полном владении знаниями в соответствии с требованиями учебной программы допустил отдельные несущественные ошибки либо приведенные им решения недостаточно обоснованы;
– **3 балла** получает студент при неполном изложении полученных знаний, допустивший при этом отдельные существенные ошибки;
– **2 балла** получает студент при бессистемном изложении материала, допускающий существенные ошибки, которые могут препятствовать усвоению дальнейшей учебной информации.