

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Минцаев, Мария Александровна

Должность: Ректор

Дата подписания: 14.09.2023 13:51:31

Уникальный программный ключ:

236bcc35c29011706a1dc22890b21ab92abcc07971ab0b05a382919a4304c

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ**

**УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ГРОЗНЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ**

**НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**ИМЕНИ АКАДЕМИКА М.Д.МИЛЛИОНЩИКОВА»**

**КАФЕДРА «ВЫСШАЯ И ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА»**

УТВЕРЖДЕН

на заседании кафедры  
« 24 » \_\_\_\_\_ 06 \_\_\_\_\_ 2022 г., протокол № 6

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_ А.М.Гачаев

(подпись)

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

**МАТЕМАТИКА**

**Направление подготовки**

13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника

**Направленность (профили)**

«Энергообеспечение предприятий»

**Квалификация выпускника**

Бакалавр

Составитель \_\_\_\_\_ Исаева Л.М.

Грозный - 2022

**ПАСПОРТ**  
**ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**  
**МАТЕМАТИКА**

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочных средств
1.	Линейная алгебра	ОПК-2	Собеседование Контрольная работа Экзамен
2.	Элементы векторной алгебры	ОПК-2	Собеседование Контрольная работа Экзамен
3.	Аналитическая геометрия	ОПК-2	Со беседование Контрольная работа Экзамен
4.	Введение в математический анализ	ОПК-2	Собеседование Контрольная работа Экзамен
5.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	ОПК-2	Собеседование Контрольная работа Экзамен
6.	Функции нескольких переменных	ОПК-2	Собеседование Контрольная работа Экзамен
7.	Интегральное исчисление	ОПК-2	Собеседование
8.	Дифференциальные уравнения	ОПК-2	Собеседование Контрольная работа Экзамен
9.	Ряды	ОПК-2	Собеседование Контрольная работа Экзамен
10.	Основы теории вероятностей и математической статистики	ОПК-2	Собеседование Контрольная работа Экзамен

**ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
1	<i>Собеседование</i>	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2	<i>Контрольная работа</i>	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу учебной дисциплины.	Комплект контрольных заданий по вариантам
3	<i>Экзамен</i>	Средство проверки знаний, умений, владений,	Комплект экзаменационных

	приобретенных обучающимся в течение семестра.	билетов
--	---	---------

## ПЕРВЫЙ СЕМЕСТР

### ВОПРОСЫ ДЛЯ СОБЕСЕДОВАНИЯ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ)

#### Раздел: «Аналитическая геометрия»

1. Прямая на плоскости. Различные виды уравнений прямой на плоскости.
2. Угол между прямыми. Условия перпендикулярности и параллельности прямых. Расстояние от точки до прямой.
3. Канонические уравнения кривых второго порядка: окружности, эллипса, гиперболы, параболы.
4. Уравнения плоскости и прямой в пространстве.
5. Угол между прямыми. Угол между прямой и плоскостью. Точка пересечения прямой и плоскости.

#### Раздел: «Теория пределов»

1. Предел функции в точке. Предел функции на бесконечности. Односторонние пределы. Ограниченность функции, имеющей предел.
2. Бесконечно большая и бесконечно малая функции и связь между ними. Разложение функции, имеющей предел, на постоянную и бесконечно малую.
3. Основные теоремы о пределах. Раскрытие неопределенностей. Первый замечательный предел.
4. Числовые последовательности. Предел последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Число  $e$ . Натуральные логарифмы.
5. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые. Замена бесконечно малых эквивалентными при вычислении пределов.
6. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва функции и их классификация.
7. Непрерывность функции на отрезке. Свойства непрерывных на отрезке функций: ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений, существование промежуточных значений.

#### Критерии оценки (в рамках текущей аттестации)

*Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 10 баллов за текущую аттестацию. Критерии оценки разработаны, исходя из разделения баллов: 5 баллов за освоение теоретических вопросов дисциплины, 5 баллов – за выполнение домашних заданий.*

#### Критерии оценки ответов на теоретические вопросы:

- **5 баллов** выставляется студенту, если он изложил содержание вопроса в объеме, предусмотренном программой, при этом изложил материал грамотным языком, точно используя математическую терминологию и символику, в определенной логической последовательности;
- **4 балла** выставляются студенту, если при достаточно полном и грамотном освещении вопроса он допустил небольшие неточности, не искажающие математического содержания ответа;
- **3 балла** выставляются студенту при неполном раскрытии содержания вопроса (содержание вопроса изложено фрагментарно, не всегда последовательно), но показано общее понимание вопроса; допущены ошибки при использовании математической терминологии;

– 2 балла получает студент, продемонстрировавший обрывочные знания и допустивший ошибки в определении понятий и при использовании математической терминологии.

**КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РУБЕЖНЫЙ КОНТРОЛЬ)  
ПЕРВАЯ АТТЕСТАЦИЯ**

**Вариант 1**

1. Найти произведение матриц:  $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -5 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 6 & -7 \end{pmatrix}$ .

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 1 \\ -5x_1 - 4x_2 = 0 \end{cases}$$

2. Решить систему уравнений:

3. Даны векторы  $\vec{a} = 2\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$ . Найти  $|\vec{a}|$ ,  $\vec{a} - 3\vec{b}$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ,  $\vec{a} \times \vec{b}$ , объем параллелепипеда, построенного на векторах.

4. Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  образуют угол  $60^\circ$ , причем  $|\vec{a}| = 5$ ,  $|\vec{b}| = 8$ . Найти  $|\vec{a} - \vec{b}|$ .

**Вариант 2**

1. Найти произведение матриц:  $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -4 & 3 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ .

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 11 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = -1 \end{cases}$$

2. Решить систему уравнений:

3. Даны векторы  $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{i} + 5\vec{j}$ ,  $\vec{c} = 5\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$ . Найти  $|\vec{a}|$ ,  $\vec{a} + 3\vec{b}$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ , объем параллелепипеда, построенного на этих векторах.

4. Известно, что  $|\vec{a}| = 10$ ,  $|\vec{b}| = 2$  и  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$ . Найти  $|\vec{a} \times \vec{b}|$ .

**Вариант 3**

1. Найти произведение матриц:  $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \\ 5 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ .

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 + 3x_3 = -7 \\ x_1 - 2x_2 = -2 \end{cases}$$

2. Решить систему уравнений:

3. Даны векторы  $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{c} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ . Найти  $|\vec{b}|$ ,  $\vec{a} \times \vec{b}$ ,  $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$ , определить угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

4. При каком значении  $\lambda$  векторы  $\vec{a} = \vec{i} + 2\lambda\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + \lambda\vec{j}$  и  $\vec{c} = 2\lambda\vec{i} + \vec{k}$  компланарны?

#### Вариант 4

1. Найти произведение матриц:  $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & -7 \end{pmatrix}$ .

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 9 \\ 8x_1 + 3x_2 + 5x_3 = 13 \end{cases}$$

2. Решить систему уравнений:

3. Даны векторы  $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} - \vec{k}$ ,  $\vec{c} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ . Найти  $|\vec{a}|$ ,  $|\vec{a} \times \vec{b}|$ ,  $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$ , определить угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

4. Дано:  $|\vec{a}| = 13$ ,  $|\vec{b}| = 19$ ,  $|\vec{a} + \vec{b}| = 24$ . Вычислить  $|\vec{a} - \vec{b}|$ .

#### Вариант 5

1. Найти произведение матриц:  $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 1 & 6 & -1 \\ 2 & 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$ .

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 3 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 7 \end{cases}$$

2. Решить систему уравнений:

3. Даны векторы  $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 3\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$ .

Найти  $|\vec{b}|$ ,  $\vec{a} \times \vec{b}$ ,  $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$ , определить угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

4. Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  образуют угол  $120^\circ$ , причем  $|\vec{a}| = 5$ ,  $|\vec{b}| = 3$ . Найти  $|\vec{a} + \vec{b}|$ .

#### Вариант 6

1. Найти произведение матриц:  $\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ .

$$\begin{cases} x_2 + 2x_3 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 = 7 \end{cases}$$

2. Решить систему уравнений:

3. Даны векторы  $\vec{a}=3\vec{i}+4\vec{j}$ ,  $\vec{b}=-3\vec{j}+\vec{k}$ ,  $\vec{c}=2\vec{j}+5\vec{k}$ . Найти  $|\vec{b}|$ ,  $\vec{a}\times\vec{b}$ ,  $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}$ , определить угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

4. Упростить выражение  $2\vec{i}\times(\vec{j}\times\vec{k})+3\vec{j}\cdot(\vec{i}\times\vec{k})+4\vec{k}\times(\vec{i}\times\vec{j})$ .

### Вариант 7

1. Найти произведение матриц:  $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -2 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}$ .

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 9 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$$

2. Решить систему уравнений:

3. Даны векторы  $\vec{a}=\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$ ,  $\vec{b}=2\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}$ ,  $\vec{c}=2\vec{i}+4\vec{j}-\vec{k}$ .

Найти  $|\vec{b}|$ ,  $\vec{a}\cdot\vec{b}$ ,  $|\vec{a}\times\vec{b}|$ ,  $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}$ .

4. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a}=\vec{m}+2\vec{n}$  и  $\vec{b}=2\vec{m}+\vec{n}$ , где  $\vec{m}$  и  $\vec{n}$  — единичные векторы, образующие угол  $30^\circ$ .

### Вариант 8

1. Найти произведение матриц:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ .

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 5x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 3 \end{cases}$$

2. Решить систему уравнений:

3. Даны векторы  $\vec{a}=-5\vec{i}-4\vec{j}+2\vec{k}$ ,  $\vec{b}=2\vec{i}+\vec{j}-7\vec{k}$ ,  $\vec{c}=3\vec{i}+6\vec{j}-5\vec{k}$ . Найти

$|\vec{a}|$ ,  $\vec{a}\cdot\vec{b}$ ,  $|\vec{a}\times\vec{b}|$ ,  $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}$ .

4. Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  образуют угол  $120^\circ$ , причем  $|\vec{a}|=5$ ,  $|\vec{b}|=3$ . Найти  $|\vec{a}-\vec{b}|$ .

### Вариант 9

1. Найти произведение матриц:  $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ .

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 8 \\ 2x_1 + x_3 = 1 \end{cases}$$

2. Решить систему уравнений:

3. Даны векторы  $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = -2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{c} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 5\vec{k}$ .

Найти  $|\vec{b}|$ ,  $\vec{a} \times \vec{b}$ ,  $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$ , определить угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

4. Найти единичный вектор  $\vec{a}$ , одновременно перпендикулярный вектору  $\vec{b} = 3\vec{i} + 6\vec{j} + 8\vec{k}$  и оси абсцисс.

### Вариант 10

1. Найти произведение матриц:  $\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & 3 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & -4 & 5 \end{pmatrix}$ .

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11 \end{cases}$$

2. Решить систему уравнений:

3. Даны векторы  $\vec{a} = 5\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$ .

Найти  $|\vec{a}|$ ,  $\vec{a} \times \vec{b}$ ,  $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$ , определить угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

4. Найти единичный вектор  $\vec{a}$ , параллельный вектору  $\vec{b} = 6\vec{i} + 7\vec{j} - 6\vec{k}$ .

### Вариант 11

1. Найти произведение матриц:  $\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ .

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 - 3x_3 = 13 \end{cases}$$

2. Решить систему уравнений:

3. Даны векторы  $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{c} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$ .

Найти  $|\vec{b}|$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ,  $|\vec{a} \times \vec{b}|$ ,  $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$ .

4. Какой угол образуют единичные векторы  $\vec{s}$  и  $\vec{t}$ , если векторы  $\vec{p} = \vec{s} + 2\vec{t}$  и  $\vec{q} = 5\vec{s} - 4\vec{t}$  взаимно перпендикулярны?

### Вариант 12

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$$

1. Найти произведение матриц:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 = 13 \end{cases}$$

2. Решить систему уравнений:

3. Даны векторы  $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{c} = \vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$ . Найти  $|\vec{b}|$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ,  $|\vec{a} \times \vec{b}|$ ,  $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$ .

4. Вычислить угол между векторами  $\vec{a} = 3\vec{p} + 2\vec{q}$  и  $\vec{b} = \vec{p} + 5\vec{q}$ , где  $\vec{p}$  и  $\vec{q}$  - единичные, перпендикулярные векторы.

### Вариант 13

$$A = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 6 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Найти произведение матриц  $A \cdot B$  и  $B \cdot A$ , если

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 = -9 \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 = -8 \end{cases}$$

2. Решить систему уравнений:

3. Даны векторы  $\vec{a} = \vec{i} - 5\vec{j} + 3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{i} - 7\vec{j}$ ,  $\vec{c} = 5\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$ . Найти  $|\vec{c}|$ ,  $2\vec{a} - \vec{b}$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ,  $\vec{a} \times \vec{b}$ , объем пирамиды, построенной на этих векторах.

4. Векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  образуют угол  $60^\circ$ , причем  $|\vec{a}| = 5$ ,  $|\vec{b}| = 8$ . Найти  $|\vec{a} + \vec{b}|$ .

### Вариант 14

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Найти произведение матриц  $A \cdot B$  и  $B \cdot A$ , если

$$\begin{cases} 5x - y + 3z = -1 \\ x - 2y = -5 \end{cases}$$

2. Решить систему уравнений:

3. Даны векторы  $\vec{a} = -2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ ,  $\vec{c} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ . Найти  $|\vec{c}|$ ,  $2\vec{a} - 3\vec{b}$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ,  $\vec{a} \times \vec{b}$ , объем пирамиды, построенной на этих векторах.

4. Вычислить значение выражения  $3|\vec{m}| - 2(\vec{m} \cdot \vec{n}) + 4\vec{n}^2$ ,



если  $|\vec{m}| = \frac{1}{3}$ ,  $|\vec{n}| = 6$ , угол между векторами  $\vec{m}$  и  $\vec{n}$  равен  $\frac{\pi}{3}$ .

### Вариант 15

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -6 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

1. Найти произведение матриц

$$\begin{cases} 3x + 4y + 7z = -1 \\ -2x + 5y - 3z = 1 \end{cases}$$

2. Решить систему уравнений:

3. Даны векторы  $\vec{a} = -\vec{i} - 3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{i} + 7\vec{j}$ ,  $\vec{c} = 5\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ . Найти

$2\vec{a} + 6\vec{b}$ ,  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ,  $\vec{a} \times \vec{b}$ , объем пирамиды, построенной на этих векторах.

4. Вычислить значение выражения  $(3\vec{a} - 5\vec{b}) \cdot (2\vec{a} + 7\vec{b})$ , если  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 1$ ,  $\vec{a} \perp \vec{b}$ .

## ВТОРАЯ АТТЕСТАЦИЯ

### Вариант 1

1. Привести к уравнению «в отрезках» уравнение прямой

$13x - 5y - 6 = 0$ , найти ее угловой коэффициент и построить ее.

2. Построить кривую 2-го порядка:  $9x^2 + 18x + 16y^2 - 64y - 71 = 0$ .

3. Вычислить пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 5x + 6}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 + 7x^2 + 5}{x^3 + 8x^4 - 2x}$ ;

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x-3}}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2}}{3x}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+7}{x-2} \right)^{-4x}.$$

### Вариант 2

1. Составить уравнение прямой, проходящей через точку пересечения

прямых  $2x - 3y + 5 = 0$ ,  $x + y - 15 = 0$  и точку  $A(5; -2)$ .

2. Составить уравнение плоскости, проходящей через точки

$M_1(3; 0; -1)$ ,  $M_2(2; -2; 1)$  и  $M_3(3; 1; -1)$  и построить ее.

3. Вычислить пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 9x + 10}{x^3 - 8}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^7 - 9x^5 + x^2}{3x^4 + 9x}$ ;

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{4+x} - 3}{\sqrt{x-1} - 2}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 2x}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-5}{2x} \right)^{-3x+1}.$$

### Вариант 3

1. Привести к уравнению «в отрезках» уравнение прямой  $5x - 9y + 8 = 0$

и построить ее.

2. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $M_1$  перпендикулярно к вектору  $\overrightarrow{M_1M_2}$ , если  $M_1(2; -1; 1)$  и  $M_2(-3; 4; 5)$ .

3. Вычислить пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - x - 30}{x^3 + 125}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^5 + 4x^3 - 3}{5x^4 + 8x^8 - 12x}$ ;

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{2x+7}-5}{3-\sqrt{x}}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{7}}{9x}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x-2}{3x} \right)^{x-2}.$$

#### Вариант 4

1. Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $A(-7; -2)$  и параллельной прямой  $5x - 3y + 3 = 0$  и построить ее.

2. Построить кривую 2-го порядка:  $4x^2 + 4y^2 + 16x - 32y - 41 = 0$ .

3. Вычислить пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 2x - 15}{5x + x^2}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^6 + 4x^3 - 3}{6x^3 - 9 + x^2}$ ;

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^3 + 64}{\sqrt{x+20} - 4}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\sin 5x}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{5}{x} \right)^{\frac{x-1}{3}}.$$

#### Вариант 5

1. Привести к уравнению «в отрезках» уравнение прямой  $9x + 5y - 2 = 0$ , найти ее угловой коэффициент и построить ее.

2. Построить кривую 2-го порядка:  $9x^2 + 9y^2 + 36x - 18y + 20 = 0$ .

3. Вычислить пределы:

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + x - 10}{x^2 - 4}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 7x^2 + 4}{x^3 + 7x^4 - 2x}; \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{6x+1} - 5}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{5}}{4x}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+8}{x-1} \right)^{-2x}.$$

#### Вариант 6

1. Составить общее уравнение прямой, проходящей через точки  $A(-6; 5)$  и  $B(-7; -3)$ , привести его к виду уравнения «в отрезках».

2. Построить кривую 2-го порядка:  $9x^2 + 10y^2 + 40y - 50 = 0$ .

3. Вычислить пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2 + 4x + 1}{x^2 - 6x - 7}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^9 + 3x^5 - x}{x^3 + 5x^8 - 2x}$ ;

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4x-3}-3}{x^2-9}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin 7x}; \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x-4}{3x+2} \right)^{2x}.$$

#### Вариант 7

1. Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $A(7; -5)$  и параллельной прямой  $x - 8y + 10 = 0$  и построить ее.

2. Составить уравнение плоскости, проходящей через три точки

$$M_1(3; 4; -2), M_2(4; -1; -1) \text{ и } M_3(-2; 0; 3).$$

3. Вычислить пределы:

$$\lim_{a) x \rightarrow 4} \frac{x^2 + 3x - 28}{x^3 - 64}; \quad \lim_{б) x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 + 3x - 2}{3x^3 + x - 5}; \quad \lim_{в) x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x-3} - 2}{\sqrt{x+2} - 3}; \quad \lim_{г) x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{12x}; \quad \lim_{д) x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+3}{x-1} \right)^{x-4}.$$

### Вариант 8

1. Привести к уравнению «в отрезках» уравнение прямой

$$-8x + 5y - 10 = 0, \text{ найти ее угловой коэффициент и построить ее.}$$

2. Построить кривую 2-го порядка:  $x^2 - 3y^2 + 6y - 15 = 0$ .

3. Вычислить пределы:

$$\lim_{a) x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 14x + 5}{x^2 - 6x + 5}; \quad \lim_{б) x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + x - 5}{3x^3 + 8x - 5}; \quad \lim_{в) x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{x^3 - 8}; \quad \lim_{г) x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{5}}{8x}; \quad \lim_{д) x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+3}{x-2} \right)^{-5x}.$$

### Вариант 9

1. Составить общее уравнение прямой, проходящей через точки

$$A(-4; 5) \text{ и } B(-5; -8), \text{ найти ее угловой коэффициент и построить ее.}$$

2. Построить кривую 2-го порядка:  $4x^2 + 9y^2 - 8y - 36x + 4 = 0$ .

3. Вычислить пределы:

$$\lim_{a) x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x^3 - 1}; \quad \lim_{б) x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 17x - 28}{x^2 - 9x + 14}; \quad \lim_{в) x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4} - 3}{\sqrt{x-1} - 2}; \quad \lim_{г) x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{13x}; \quad \lim_{д) x \rightarrow \infty} \left( \frac{1+2x}{3+2x} \right)^{-x}.$$

### Вариант 10

1. Составить общее уравнение прямой, проходящей через точки

$$A(8; -2) \text{ и } B(-2; -7), \text{ привести его к виду уравнения «в отрезках»}.$$

2. Составить уравнение плоскости, проходящей через три точки

$$M_1(3; -1; 2), M_2(4; -1; -1) \text{ и } M_3(2; 0; 2).$$

3. Вычислить пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3 - 2x^2 + 5x}{3x^2 + 7x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 - 3x^2 + 2}{9x^3 + 4x - 3}$ ;

$$в) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{5x+1} - 4}{x^2 + 2x - 15}; \quad г) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x/5}; \quad д) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1-x}{2-x} \right)^{3x}.$$

### Вариант 11

1. Привести к уравнению «в отрезках» уравнение прямой  $x - 4y - 17 = 0$ , найти ее угловой коэффициент и построить ее.

2. Построить кривую 2-го порядка:  $2x^2 - 2y^2 + 2x = 0$ .

3. Вычислить пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{10x - 3x^2 - 8}{3x^2 - 8x + 4}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^7 - 5x + 9}{7 - 3x - 5x^2}$ ;

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x^2 + 4}}{3x^2}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\sin 2x}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x+4}{3x+5} \right)^{x+1}.$$

### Вариант 12

1. Составить общее уравнение прямой, проходящей через точки

$A(8; -3)$  и  $B(0; -4)$ , найти ее угловой коэффициент и построить ее.

2. Построить кривую 2-го порядка:  $y^2 - 6x + 14y + 49 = 0$ .

3. Вычислить пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x - 5}{9x + 7}$ ;

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{5-x} - \sqrt{5+x}}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{7}}{4x}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2-3x}{5-3x} \right)^x.$$

### Вариант 13

1. Привести к уравнению «в отрезках» уравнение прямой  $3x - 7y - 1 = 0$ , найти ее угловой коэффициент и построить ее.

2. Построить кривую 2-го порядка:  $9x^2 - 4y^2 + 24y - 72 = 0$ .

3. Вычислить пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 - 9}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^7 + 6x - 13}{x^2 + 3x + 1}$ ;

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2}{\sqrt{8+x} - 3}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{8x}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1+3x}{5+3x} \right)^{4x}.$$

### Вариант 14

1. Составить общее уравнение прямой, проходящей через точки

$A(-1; 9)$  и  $B(-8; 0)$ , привести его к виду уравнения «в отрезках».

2. Построить кривую 2-го порядка:  $x^2 - 6x + 8y - 47 = 0$ .

3. Вычислить пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{9x^2 + 17x - 2}{x^2 + 2x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^4 - 5x + 7}{x^3 + 33x - 5}$ ;

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x} - 3}{x^2 + x}; \quad \text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{4x}; \quad \text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 - \frac{2}{x} \right)^{\frac{x-1}{3}}.$$

### Вариант 15

1. Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $M(-1; -7)$

перпендикулярно прямой  $5x - y - 3 = 0$  и построить ее.

2. Построить кривую 2-го порядка:  $4x^2 + 4x - 8y - 19 = 0$ .

3. Вычислить пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + 5x - 10}{x^3 - 1}$  ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^6 - x + 32}{5x^4 - 9}$  ;

в)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x^2 - 9x + 4}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x-3}}$  ; г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x/3}$  ; д)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{7}{x}\right)^{\frac{x-5}{8}}$  .

### Критерии оценки письменной контрольной работы (в рамках рубежной аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 25 баллов за выполнение рубежной контрольной работы. Каждое задание, входящее в контрольную, оценивается преподавателем определенным количеством баллов. Итоговый балл за контрольную работу получается суммированием баллов за все задания.

#### Критерий оценки одного задания:

- обучающийся правильно решил задачу; при этом логично, последовательно и аргументированно изложил решение задачи – максимальное количество баллов;
- обучающийся в основном правильно решил задачу, допустив при этом незначительные неточности и погрешности – 80% от максимального количества баллов;
- обучающийся не полностью решил задачу, но не менее 50%, допустив при этом не более одной грубой ошибки – 60% от максимального количества баллов;
- обучающийся привел неполное решение задачи (степень полноты – от 30% до 50%), допустив при этом значительные недочеты – 40% от максимального количества баллов;
- обучающийся привел не более 30% решения задачи, допустив при этом грубые ошибки и недочеты – 20% от максимального количества баллов;
- обучающийся не приступил к решению задачи – 0 баллов.

## ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ БИЛЕТЫ

### БИЛЕТ № 1

1. Вывод условий параллельности и условия перпендикулярности двух векторов.

$$\begin{cases} \vec{a} \parallel \vec{b} \Leftrightarrow \frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y} = \frac{a_z}{b_z} \\ \vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z = 0 \end{cases}$$

2. Решить систему линейных уравнений:

3. Даны точки  $A(-2; -3; 4)$ ,  $B(-5; 4; -2)$ ,  $C(7; -5; 3)$ ,  $D(3; -1; 2)$ . Найти  $|\vec{AB}|$ ,  $|\vec{AC}|$  и объем пирамиды  $ABCD$ .

4. Даны точки  $A(2; -4)$ ,  $B(-6; -2)$ . Составить общее уравнение прямой  $AB$  и найти угловой коэффициент, построить эту прямую.

5. Вычислить пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{2x^2 + 5x + 2}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 + 4x^3 + x}{5x^4 + 9x^2 - 7}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{3+x} \right)^{2x}$ .

БИЛЕТ № 2

1. Вывод формулы в координатной форме для векторного произведения векторов

$$\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} = \mathbf{i}(y_1 z_2 - z_1 y_2) - \mathbf{j}(x_1 z_2 - z_1 x_2) + \mathbf{k}(x_1 y_2 - y_1 x_2)$$

2. Решить систему линейных уравнений:

3. Даны точки  $A(-4; 5)$ ,  $B(6; -7)$ ,  $C(-5; 3)$  построить треугольник  $ABC$ . Найти общее уравнение медианы проведенной из вершины  $A$ .

4. Даны точки  $A(-2; -3; 4)$ ,  $B(-5; 4; -2)$ ,  $C(7; -5; 3)$ . Составить общее уравнение плоскости  $ABC$ , найти  $|\vec{AB}|$ ,  $|\vec{AC}|$ .

5. Вычислить пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 9}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 4x + 3}{3x^3 + 9x - 12}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{3x}$ ;

БИЛЕТ № 3

1. Основные свойства определителей.

$$\begin{vmatrix} 5x_1 - x_2 + 3x_3 & = & 7 \\ x_1 - 2x_2 & = & -2 \end{vmatrix}$$

2. Решить систему линейных уравнений:

3. Даны точки  $A(-6; 3; -1)$ ,  $B(5; -4; 2)$ ,  $C(0; 2; -3)$ ,  $D(3; -2; 2)$ . Найти объем пирамиды  $ABCD$ ,  $|\vec{AB}|$ ,  $|\vec{AC}|$ . Составить общее уравнение плоскости  $ABC$ .

4. Даны точки  $A(-3; -5)$ ,  $B(2; -4)$ . Найти общее уравнение прямой  $AB$ , и построить ее.

5. Вычислить пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - x - 6}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^5 + 4x^3 - x}{3x^3 + 9x^2 + 3}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{x/5}$ ;

БИЛЕТ № 4

1. Вывод формулы в координатной форме для скалярного произведения векторов.

$$\begin{vmatrix} x_1 + 3x_2 - x_3 & = & 11 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 & = & -1 \end{vmatrix}$$

2. Решить систему линейных уравнений:

3. Даны точки  $A(2; -4; 2)$ ,  $B(-6; -2; -1)$ ,  $C(0; 7; 3)$  и  $D(6; -1; 3)$ . Составить уравнение плоскости  $VCD$ . Найти объем пирамиды  $ABCD$ .

4. Даны точки  $A(-2; 8)$ ,  $B(6; -2)$ . Составить общее уравнение прямой  $AB$  построить эту прямую и найти расстояние между точками  $A$  и  $B$ .

5. Вычислить пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + x - 10}{x^2 - x - 2}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^4 - 9x^2 + 1}{3x^3 + 9x}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\sin 2x}$ ;

БИЛЕТ № 5

1. Длина вектора (вывод формулы в координатной форме).

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 = 7 \end{cases}$$

2. Решить систему линейных уравнений:

3. Даны точки  $A(-2; 4; 3)$ ,  $B(-6; -4; -1)$ ,  $C(6; 7; -3)$ ,  $D(6; -1; 3)$ . Составить общее уравнение плоскости  $ABC$ . Найти объем пирамиды  $ABCD$ .

4. Даны точки  $A(-3; -5)$ ,  $B(0; 2)$ . Составить общее уравнение прямой  $AB$  и найти угловой коэффициент, построить эту прямую.

5. Вычислить пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 7x - 8}{x^2 - 2x + 1}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 + 4x^3 + 3}{3x^4 + 8x^2 - 12x}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{9x}$ ;

БИЛЕТ № 6

1. Кривые второго порядка и их канонические уравнения.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 3 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 7 \end{cases}$$

2. Решить систему линейных уравнений:

3. Даны точки  $A(2; -4; 2)$ ,  $B(-6; -2; -1)$ ,  $C(0; 7; 3)$ ,  $D(6; -1; 3)$ . Найти  $|\vec{AB}|$ ,  $|\vec{AC}|$  и объем пирамиды  $ABCD$ .

4. Даны точки  $A(3; -6)$ ,  $B(-1; -2)$ . Составить общее уравнение прямой  $AB$  и найти угловой коэффициент, построить эту прямую.

5. Вычислить пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{2x^2 + 7x - 15}{x^2 - 25}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^6 + 4x - 3}{3x^3 + 9 + x^2}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sin 2x}$ ;

БИЛЕТ № 7

1. Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно нормальному вектору (вывод).

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$$

2. Решить систему линейных уравнений:

3. Даны точки  $A(-5; 3)$ ,  $B(-3; -4)$ . Составить общее уравнение прямой  $AB$  и найти

угловой коэффициент, построить эту прямую.

4. Даны точки  $A(2; -4; 3)$ ,  $B(5; -4; 1)$ ,  $C(0; -1; -3)$ ,  $D(2; -1; 3)$ . Составить общее уравнение плоскости  $ABC$ .

5. Вычислить пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 5x + 6}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 + 7x^2 + 5}{x^3 + 8x^4 - 2x}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+7}{x-2} \right)^{-4x}$ .

### БИЛЕТ № 8

1. Угол между двумя плоскостями

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 = 8 \\ 2x_1 + x_3 = 1 \end{cases}$$

2. Решить систему линейных уравнений:

3. Даны точки  $A(2; -1; 1)$ ,  $B(5; 5; 4)$ ,  $C(3; 2; -1)$ ,  $D(4; 1; 3)$ . Найти  $|\vec{AB}|$ ,  $|\vec{AC}|$  и объем пирамиды  $ABCD$ .

4. Даны точки  $A(-2; 5)$ ,  $B(7; -2)$ . Составить общее уравнение прямой  $AB$  и найти угловой коэффициент, построить эту прямую.

5. Вычислить пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 9x + 10}{x^3 - 8}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^7 - 9x^5 + x^2}{3x^4 + 9x}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 2x}$ .

### БИЛЕТ № 9

1. Вывод уравнения прямой, проходящей через две заданные точки.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 3 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 7 \end{cases}$$

2. Решить систему линейных уравнений:

3. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $M(-4; 3; -8)$  перпендикулярно прямой  $AB$ , если  $A(2; -1; 1)$ ,  $B(-5; 5; 4)$ .

4. Даны точки  $A(2; -1; 1)$ ,  $B(5; 5; 4)$ ,  $C(3; 2; -1)$ ,  $D(4; 1; 3)$ . Найти угол между векторами  $\vec{BC}$  и  $\vec{BD}$ .

5. Вычислить пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - x - 30}{x^3 + 125}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^5 + 4x^3 - 3}{5x^4 + 8x^8 - 12x}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x-2}{3x} \right)^{x-2}$ .

### БИЛЕТ № 10

1. Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно нормальному вектору (вывод).

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$$

2. Решить систему линейных уравнений:



3. Найти угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , объем параллелепипеда, построенного на векторах, если:  $\vec{a} = -5\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - 7\vec{k}$ ,  $\vec{c} = 3\vec{i} + 6\vec{j} - 5\vec{k}$ .

4. Даны точки  $A(-3; -5)$ ,  $B(0; 2)$ ,  $C(-2; 7)$  построить треугольник  $ABC$ . Составить общее уравнение высоты, проведенной из вершины  $A$ .

5. Вычислить пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 2x - 15}{5x + x^2}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^6 + 4x^3 - 3}{6x^3 - 9 + x^2}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^3 + 64}{\sqrt{x+20} - 4}$ ;

#### БИЛЕТ № 11

1. Общее уравнение плоскости.

$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3 \end{cases}$$

2. Решить систему линейных уравнений:

3. Даны точки  $A(2; -4; -3)$ ,  $B(6; -4; 1)$ ,  $C(-2; 7; 3)$ ,  $D(-6; 1; -3)$ . Составить канонические уравнения прямой  $BD$ .

4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $M(5; -2)$  перпендикулярно прямой  $2x - 6y + 5 = 0$  и построить ее.

5. Вычислить пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + x - 10}{x^2 - 4}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 7x^2 + 4}{x^3 + 7x^4 - 2x}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+8}{x-1}\right)^{-2x}$ .

#### БИЛЕТ № 12

1. Уравнение плоскости в отрезках и построение плоскости.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 12 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 10 \end{cases}$$

2. Решить систему линейных уравнений:

3. Найти угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , объем параллелепипеда, если:  $\vec{a} = 3\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} - 7\vec{k}$ ,  $\vec{c} = -3\vec{i} - 5\vec{k}$ .

4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $A(-2; -5)$  параллельно данной прямой  $5x - 7y + 2 = 0$  и построить ее.

5. Вычислить пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2 + 4x + 1}{x^2 - 6x - 7}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{4x-3} - 3}{x^2 - 9}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin 7x}$ ;

#### БИЛЕТ № 13

1. Бесконечно малые функции и бесконечно большие функции, их связь.

$$\begin{cases} 5x - y + 3z = 9 \\ x - 2y = 0 \end{cases}$$

2. Решить систему линейных уравнений:

3. Найти угол между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если:  $\vec{a} = -2\vec{i} - 6\vec{j} + 8\vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} - 7\vec{k}$ .

4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $A(7; -5)$  параллельно данной прямой  $x + 3y + 2 = 0$  и построить ее.

5. Вычислить пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + 3x - 28}{x^3 - 64}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 + 3x - 2}{3x^3 + x - 5}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{12x}$ ;

#### БИЛЕТ № 14

1. Первый замечательный предел.

$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 1 \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3 \end{cases}$$

2. Решить систему линейных уравнений:

3. Даны точки  $A(2; -4; -3)$ ,  $B(6; -4; 1)$ ,  $C(-2; 7; 3)$ ,  $D(-6; 1; -3)$ . Найти  $\vec{AB} \times \vec{AC}$ .

4. Составить уравнение прямой, проходящей через точку  $M(-9; -2)$  перпендикулярно прямой  $2x - 6y + 5 = 0$  и построить ее.

5. Вычислить пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 14x + 5}{x^2 - 6x + 5}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + x - 5}{3x^3 + 8x - 5}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x + 1} - 3}{x^3 - 8}$ .

#### БИЛЕТ № 15

1. Второй замечательный предел.

$$\begin{cases} 3x + 4y + 7z = -1 \\ -2x + 5y - 3z = 1 \end{cases}$$

2. Решить систему линейных уравнений:

3. Даны точки  $A(5; -3)$ ,  $B(-3; 4)$ . Найти угловой коэффициент прямой АВ и построить ее.

4. Даны точки  $A(2; -4; 3)$ ,  $B(5; -4; 1)$ ,  $C(0; 1; 3)$ ,  $D(2; -1; 3)$ . Найти объем пирамиды ABCD.

5. Вычислить пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x^3 - 1}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 17x - 28}{x^2 - 9x + 14}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1 + 2x}{3 + 2x} \right)^{-x}$ .

**Критерии оценки** (в рамках промежуточной аттестации)

*Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» ответ студента на экзамене оценивается по 5-бальной шкале.*

**Критерий оценки ответа на экзамене:**

– **5 баллов** получает студент, продемонстрировавший полное владение знаниями в соответствии с требованиями учебной программы, т.е. решивший все задания без ошибок в логических рассуждениях и в обосновании решения;

– **4 балла** получает студент, который при полном владении знаниями в соответствии с требованиями учебной программы допустил отдельные несущественные ошибки либо приведенные им решения недостаточно обоснованы;

– **3 балла** получает студент при неполном изложении полученных знаний, допустивший при этом отдельные существенные ошибки;

– **2 балла** получает студент при бессистемном изложении материала, допускающий существенные ошибки, которые могут препятствовать усвоению дальнейшей учебной информации.

## ВТОРОЙ СЕМЕСТР

### ВОПРОСЫ ДЛЯ СОБЕСЕДОВАНИЯ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ)

#### Раздел: «Дифференциальное исчисление функций одной переменной»

1. Понятие производной функции, её механический и геометрический смысл.
2. Дифференциал функции и его геометрический смысл.
3. Производные основных элементарных функций.
4. Правила дифференцирования.
5. Производная сложной функции.
6. Дифференцирование заданных в параметрической и неявной форме.
7. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши, Лопиталя.
8. Необходимые и достаточные условия возрастания (убывания) функции.
9. Максимумы и минимумы функции.
10. Порядок исследования функции с помощью производной и построения её графика.

#### Раздел: «Функции нескольких переменных»

11. Область определения, линии уровня функции двух переменных.
12. Предел и непрерывность функции двух переменных.
13. Частные производные. Полный дифференциал.
14. Экстремум функции двух переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в замкнутой области.
15. Производная по направлению. Градиент. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
16. Метод наименьших квадратов для обработки экспериментальных данных.

#### Критерии оценки (в рамках текущей аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 10 баллов за текущую аттестацию. Критерии оценки разработаны, исходя из деления баллов: 5 баллов за освоение теоретических вопросов дисциплины, 5 баллов – за выполнение домашних заданий.

#### Критерии оценки ответов на теоретические вопросы:

- **5 баллов** выставляется студенту, если он изложил содержание вопроса в объеме, предусмотренном программой, при этом изложил материал грамотным языком, точно используя математическую терминологию и символику, в определенной логической последовательности;
- **4 балла** выставляются студенту, если при достаточно полном и грамотном освещении вопроса он допустил небольшие неточности, не искажающие математического содержания ответа;
- **3 балла** выставляются студенту при неполном раскрытии содержания вопроса (содержание вопроса изложено фрагментарно, не всегда последовательно), но показано общее понимание вопроса; допущены ошибки при использовании математической терминологии;
- **2 балла** получает студент, продемонстрировавший обрывочные знания и допустивший ошибки в определении понятий и при использовании математической терминологии.

# КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РУБЕЖНЫЙ КОНТРОЛЬ)

## ПЕРВАЯ АТТЕСТАЦИЯ

### Вариант 1

$$y = 6x^9 - \frac{5}{x^4} + \sqrt[7]{x^2} - 5x$$

1. Найти производные данных функций: а)

б)  $y = \frac{x^4}{4x - x^3}$ ; в)  $y = \operatorname{arctg} \frac{3-x}{x+3}$ ; г)  $\left\{ \begin{array}{l} x = \sqrt[4]{t}; \\ \end{array} \right. ;$  д)  $y = x^2 \cdot \ln 5x$ ;

е)  $y = \cos^3 6x$ ; ж)  $y = e^{\operatorname{tg} 4x}$ ; з)  $3x^2 y - 2x = 5y^3$ .

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 2x^2 + 4x}{2x^2 + 5}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\ln(1+x)}$ .

### Вариант 2

$$y = 7 + 8x^5 - \frac{2}{x^2} - \sqrt[5]{x^4}$$

1. Найти производные данных функций: а)

б)  $y = \frac{x^5}{2x - x^3}$ ; в)  $y = \ln(x - \sqrt{1-x^2})$ ; г)  $\left\{ \begin{array}{l} x = \operatorname{arctg} t; \\ \end{array} \right. ;$  д)  $y = (x^2 - 6x) \cdot \sin 2x$ ;

е)  $y = \sin^5 3x$ ; ж)  $y = e^{x^3 + \ln x}$ ; з)  $3e^x - e^y = y^3 - 5xy$ .

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - x^3 + 7x}{2x^4 + 5x^3}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 5} \left( \frac{20}{x^2 - 25} - \frac{2}{x - 5} \right)$ .

### Вариант 3

1. Найти производные данных функций:

а)  $y = \frac{1}{x} - \sqrt[6]{x} + 2x^5 + 8$ ; б)  $y = \frac{\cos x}{1 - \sin x}$ ; в)  $y = \sqrt{\frac{1-x^2}{1+x^2}}$ ; г)  $\left\{ \begin{array}{l} x = \ln(1+t^2); \\ \end{array} \right. ;$

д)  $y = e^{-x}(5x - x^3)$ ; е)  $y = (7x - x^3)^5$ ; ж)  $y = \sin^6 3x$ ; з)  $6xy - x^3 + y^2 = 2$ .

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталья:

а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{2x^2 + x - 10}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \operatorname{ctg} \pi x$ .

### Вариант 4

1. Найти производные данных функций:

а)  $y = \sqrt[7]{x^3} + 7x + x^8 - \frac{3}{x^3}$ ; б)  $y = \frac{1-4^x}{1+4^x}$ ; в)  $y = \sqrt[5]{(2-3x)^2}$ ; г)  $\left\{ \begin{array}{l} x = \sin^2 t; \\ \end{array} \right. ;$

д)  $y = 3x^3 \cdot \cos 5x$ ; е)  $y = \ln(x + \cos x)$ ; ж)  $y = \operatorname{tg}^4 5x$ ; з)  $xy - \ln y + y^4 = 3$ .

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталья:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 3x^2 + 7x}{2x + 5x^3 - 1}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} (\arcsin x \cdot \operatorname{ctg} x)$$

### Вариант 5

1. Найти производные данных функций:

$$\begin{aligned} \text{а) } y = 2x^2 - \frac{5}{x^5} + \sqrt[7]{x^2} - 8; \quad \text{б) } y = \frac{x^3 + 3}{2x^2 - 5}; \quad \text{в) } y = \sin x^5; \quad \text{г) } \left\{ \begin{array}{l} x = t \cdot \sin t \\ \dots \end{array} \right. \\ \text{д) } y = 7^x \cdot \cos 3x; \quad \text{е) } y = e^{\sqrt{2x-x^2}}; \quad \text{ж) } y = \cos^2 4x; \quad \text{з) } 5x^2 - xy + 2y^2 = 4. \end{aligned}$$

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталья:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x + 4x^3 + 7}{8 + 2x^2 + 5x^3}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$$

### Вариант 6

1. Найти производные данных функций:

$$\begin{aligned} \text{а) } y = 7 - x^3 - \frac{1}{x} + 2\sqrt[5]{x} - 3x; \quad \text{б) } y = \frac{3 - x^2}{3 + x^2}; \quad \text{в) } y = \ln(\operatorname{tg} 3x); \quad \text{г) } \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{1}{t^2} \\ \dots \end{array} \right. \\ \text{д) } y = (x^2 + 2x) \cdot e^x; \quad \text{е) } y = \sin^7 2x; \quad \text{ж) } y = \sqrt[3]{x^2 - 2x + 3}; \quad \text{з) } x \cdot \sin y = y \cdot \ln x. \end{aligned}$$

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталья:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 7x + 3}{x^2 + 4x - 21}; \quad \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right)$$

### Вариант 7

1. Найти производные данных функций:

$$\begin{aligned} \text{а) } y = 6 - 3x^4 - \frac{4}{x^2} + \sqrt[5]{x^4} - x; \quad \text{б) } y = \frac{\ln 3x}{x^2 - 9}; \quad \text{в) } y = \operatorname{tg}^3 6x; \quad \text{г) } \left\{ \begin{array}{l} x = t - t^4 \\ \dots \end{array} \right. \\ \text{д) } y = 2^{3x} \cdot (3 - x); \quad \text{е) } y = e^{\sqrt{1+3x}}; \quad \text{ж) } y = \arccos e^{5x}; \quad \text{з) } 3x^2 - 2y^3 = 5xy. \end{aligned}$$

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталья:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^3 - 2x^2 + 4x}{2x^2 + 5}; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x^2 - x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$$

### Вариант 8

1. Найти производные данных функций:

$$\begin{aligned} \text{а) } y = 4x^5 - \frac{6}{x^3} + \sqrt[6]{x^5} - 7x; \quad \text{б) } y = \frac{1 + e^x}{1 - e^x}; \quad \text{в) } y = \operatorname{arctg}^2 3x; \quad \text{г) } \left\{ \begin{array}{l} x = 5 \sin^2 t \\ \dots \end{array} \right. \\ \text{д) } y = \sqrt{x} \cdot \arcsin x; \quad \text{е) } y = \ln(x + x^5 - 2); \quad \text{ж) } y = 3^{\operatorname{ctg} x}; \quad \text{з) } 3xy - \ln y = 5x. \end{aligned}$$

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталья:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2x^2 + 5x^3}{2 + 3x^2 + x^4}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x^2 - 3x + 2} \right).$$

### Вариант 9

$$y = 2\sqrt{x^3} - \frac{7}{x^3} + 3x^2 + 5^2$$

1. Найти производные данных функций: а)

$$\text{б) } y = \cos^3 3x; \quad \text{в) } y = \frac{x^3}{4x - x^2}; \quad \text{г) } \left( x = \sin^3 t, \right) \quad \text{д) } x = 0;$$

$$\text{е) } x^2 + 2x = 0; \quad \text{ж) } y < 0; \quad \text{з) } x^2 - \ln y + y^2 = 3.$$

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталья:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 4x + 3}{3x^3 + 9x - 12}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \sin(x-1) \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}.$$

### Вариант 10

$$y = 4x^5 - \frac{5}{x^3} + \sqrt{x^3} + \sqrt{5}$$

1. Найти производные данных функций: а)

$$\text{б) } (\ln u)' = \frac{u'}{u}; \quad \text{в) } y = \cos^3 7x; \quad \text{г) } \left( x = \arcsin t, \right) \quad \text{д) } y = (2x^2 - 5) \cdot e^{5x};$$

$$\text{е) } (\sin u)' = \cos u \cdot u'; \quad \text{ж) } y = f(h(x)); \quad \text{з) } y > 0.$$

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталья:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 5x^2 + 2}{2x^3 - x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos 6x}.$$

### Вариант 11

1. Найти производные данных функций:

$$\text{а) } y = 7x^5 - \frac{8}{x^2} + \sqrt[7]{x^4} - \ln e; \quad \text{б) } y = \frac{u}{v}; \quad \text{в) } y = 6^{\operatorname{tg} x}; \quad \text{г) } \left( x = \ln^2 t, \right)$$

$$\text{д) } (\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}; \quad \text{е) } y = \cos^8 5x; \quad \text{ж) } y = \operatorname{arctg} \sqrt{2x-1}; \quad \text{з) } x \operatorname{tg} y + y^2 = 5x.$$

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталья:

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^5 + 4x^3}{3x + 9x^2 - 13}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{x}.$$

### Вариант 12

1. Найти производные данных функций:

$$\text{а) } y = 8x - \frac{5}{x^4} - \sqrt[3]{x^5} + \sqrt{10}; \quad \text{б) } y = \frac{\sqrt{3} - \sin x}{\sqrt{3} + \cos x}; \quad \text{в) } y = \sin^5 3x; \quad \text{г) } \left( x = 6t^2 - 4, \right)$$

д)  $y = e^{\sqrt{1+\ln x}}$ ; е)  $y = \ln^2(\operatorname{ctg} 3x)$ ; ж)  $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ ; з)  $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ .

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталю:

а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - x - 6}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x e^{-x}$ .

### Вариант 13

1. Найти производные данных функций:

а)  $y = 8x^3 + 2\sqrt[3]{x^4} - \frac{3}{\sqrt{x^3}}$ ; б)  $(1+x) \cdot e^x = 0$ ; в)  $y = \operatorname{tg}^3 4x$ ; г)  $x = \sin t - t \cos t$

д)  $y = (x^2 - 6x) \cdot \lg x$ ; е)  $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 3})$ ; ж)  $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x}$ ; з)  $x^3 + y^3 = 3xy$ .

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталю:

а)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 9}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - 2}{x^2 + 1}$ .

### Вариант 14

1. Найти производные данных функций: а)  $y = \sqrt{31 + 4x^3} - \frac{3}{x} + \sqrt[3]{x^2}$ ;

б)  $y = \frac{x^4}{2x - x^2}$ ; в)  $y = \sin^7 2x$ ; г)  $x = \sin 2t$ ; д)  $y = \operatorname{ctg} 2x \cdot (3 + x^3)$ ;

е)  $y = \ln(x - 4 - x^3)$ ; ж)  $y' = \dots$ ; з)  $y = (x^2 + 2x) \ln x = (x^2 + 2x) \ln x + (x^2 + 2x) \ln x = (x^2 + 2x) \ln x + (x^2 + 2x) \ln x$ .

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталю:

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^6 + 4x}{3x^3 + 9 - 2x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$ .

### Вариант 15

1. Найти производные данных функций: а)  $y = 2x^5 - \frac{1}{x^3} - \sqrt[4]{x^3} + e^5$ ;

б)  $x = 0$ ; в)  $y = (x^5 - 4) \cdot \sin 3x$ ; г)  $x = \arccos t$ ; д)  $\frac{15x^4 + 4}{5x^3} + \frac{8}{3\sqrt{x}} - \frac{27}{5x\sqrt{x^3}}$ ;

е)  $y = \ln(2x + \cos x)$ ; ж)  $\frac{x(1 + e^{x^2})}{\sqrt{x^2 + e^{x^2}}}$ ; з)  $(x^n)' = n x^{n-1}$ .

2. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталю:

а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{x^2}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{1}{x-3} - \frac{5}{x^2 - x - 6} \right)$ .

## ВТОРАЯ АТТЕСТАЦИЯ

### Вариант 1

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а)  $z = x^4 - 3x^2 y^2 + 5xy^3 + y^4$ ; б)  $z = \sqrt{xy + x/y}$ .

$z = \frac{2x - 3y}{x + y}$

2. Найти производную функции в точке (4; -3) по направлению вектора  $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$



**Вариант 2**

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а)  $z = 3x^2y^2 + 4xy^3 - x^2$ ; б)  $z = 4 \operatorname{arctg}(3y/x^3)$ .

2. Найти производную функции  $z = \frac{6x - 7y}{x + y}$  в точке (-3; 2) по направлению вектора  $\vec{l} = 12\{\vec{i} - 5\vec{j}\}$ .

**Вариант 3**

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а)  $z = 2y^2/x^3$ ; б)  $z = \ln(e^{-x} + e^{4y})$ .

2. Найти производную функции  $z = 13 \operatorname{tg}(3x - 4y)$  в точке (4; 3) по направлению вектора  $\vec{l} = 12\{\vec{i} + 5\vec{j}\}$ .

**Вариант 4**

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а)  $z = xe^y + ye^x$ ; б)  $z = \ln(x + e^{xy})$ .

2. Найти производную функции  $z = \frac{6x - 7y}{x + y}$  в точке (-3; -2) по направлению вектора  $\vec{l} = 2\vec{i} + 5\vec{j}$ .

**Вариант 5**

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а)  $z = 2x^2y - 3xy^2 + x + y$ ; б)  $z = xe^{\frac{y}{x}} + \sin\left(\frac{y}{x}\right)$ .

2. Найти производную функции  $z = 5 \operatorname{tg}(4x + y)$  в точке (1; 4) по направлению вектора  $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ .

**Вариант 6**

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а)  $z = x^2 - xy - 2y^2$ ; б)  $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$ .

2. Найти производную функции  $z = 5e^{3x+2y}$  в точке (2; -3) по направлению вектора  $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ .

**Вариант 7**

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а)  $z = 2x^{3y}$ ; б)  $z = \sqrt{x^2 - 5xy^3}$ .

2. Найти производную функции  $z = 10 \sin(2x + 3y)$  в точке (3; -2) по направлению вектора  $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ .

**Вариант 8**

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а)  $z = x^3 + 3x^2y + 12xy^3$ ; б)  $z = \cos\left(\frac{x}{3} - 4y\right)$ .

2. Найти производную функции  $z = \frac{x - y}{x + y}$  в точке (-2; 3) по направлению вектора  $\vec{l} = 5\vec{i} + 12\{\vec{j}\}$ .

**Вариант 9**

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а)  $z = 3x^5 + 2xy^3 - ye^x$ ; б)  $z = \operatorname{arctg} \frac{x+y}{x}$ .

2. Найти производную функции  $z = 10e^{2x-3y}$  в точке (3; 2) по направлению вектора  $\vec{l} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$ .

### Вариант 10

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а)  $z = x^3 - 2x^2y + xy^2 + 1$ ; б)  $z = e^x(\cos y + x \sin y)$ .

2. Найти производную функции  $z = 5 \operatorname{tg}(4x + y)$  в точке (1; 4) по направлению вектора  $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ .

### Вариант 11

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а)  $z = x^3 + 3x^2 + 4xy + y^2$ ; б)  $z = \ln(x^2 - 5xy + y^8)$ .

2. Найти производную функции  $z = 5 \sin(4x - y)$  в точке (1; 4) по направлению вектора  $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ .

### Вариант 12

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а)  $z = \frac{x^4}{2y}$ ; б)  $z = \ln\left(x - \sqrt{x^2 - 5y^2}\right)$ .

2. Найти производную функции  $z = \frac{x+y}{x-y}$  в точке (2; 1) по направлению вектора  $\vec{l} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ .

### Вариант 13

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а)  $z = 5xy + xe^y$ ; б)  $z = \ln(3y - 2x^4)$ .

2. Найти производную функции  $z = x\sqrt{x} - 2y\sqrt{y}$  в точке (8; 2) по направлению вектора  $\vec{l} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$ .

### Вариант 14

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а)  $u = 2x^5 + y^3 - 5xy^2 + xz^2$ ; б)  $z = \sqrt[4]{x+8y}$ .

2. Найти производную функции  $z = \frac{5x^2 - 10y^2}{xy}$  в точке (-1; 1) по направлению вектора  $\vec{l} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$ .

### Вариант 15

1. Найти частные производные первого порядка данных функций:

а)  $z = 2x \ln y - y^3 + 6xy$ ; б)  $z = \frac{x^2 y^2}{x+y}$ .

2. Найти производную функции  $z = 3x\sqrt{x} + 2y\sqrt{y}$  в точке (5; 5) по направлению вектора  $\vec{l} = 2\vec{i} + \vec{j}$ .

### Критерии оценки письменной контрольной работы (в рамках рубежной аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 25 баллов за выполнение рубежной контрольной работы. Каждое задание, входящее в контрольную, оценивается преподавателем определенным количеством баллов. Итоговый балл за контрольную работу получается суммированием баллов за все задания.

### Критерий оценки одного задания:

- обучающийся правильно решил задачу; при этом логично, последовательно и аргументированно изложил решение задачи – максимальное количество баллов;
- обучающийся в основном правильно решил задачу, допустив при этом незначительные неточности и погрешности – 80% от максимального количества баллов;
- обучающийся не полностью решил задачу, но не менее 50%, допустив при этом не более одной грубой ошибки – 60% от максимального количества баллов;
- обучающийся привел неполное решение задачи (степень полноты – от 30% до 50%), допустив при этом значительные недочеты – 40% от максимального количества баллов;
- обучающийся привел не более 30% решения задачи, допустив при этом грубые ошибки и недочеты – 20% от максимального количества баллов;
- обучающийся не приступил к решению задачи – 0 баллов.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ БИЛЕТЫ

#### БИЛЕТ № 1

1. Понятие производной функции, её механический и геометрический смысл.

$$y = \frac{5}{x^3} + \sqrt[7]{x^3} - 8x^4 - \ln 3$$

2. Найти производные данных функций: а) ;

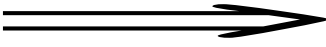
б)  $y = \frac{\ln x}{x^2 - 9}$ ; в)  $y = \sin(\ln x)$ ; г)  $y = 7x^3 \cdot \cos 5x$ ; д)  $y = \operatorname{tg}^2 3x$ ;

3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{x + \operatorname{tg}^2 x}$

4. Найти значение выражения  $2z''_{yy} - 5z''_{yx}$  для функции  $z = \frac{x^2}{y} - \frac{y^2}{x}$  в точке (1; -1).

#### БИЛЕТ № 2

1. Метод наименьших квадратов для обработки экспериментальных данных.

2. Найти производные данных функций: а)  ;

б)  $y = 3^{2x^2 - 5}$ ; в)  $y = \frac{\cos x}{x^3 + 2}$ ; г)  $y = e^{-x} (5x - x^3)$ ; д)  $y = \sin^5 12x$ ;

3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{\ln \cos 3x}$

4. Найти значение выражения  $3z''_{xx} - 2z''_{xy}$  для функции  $z = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$  в точке (1; -1).

#### БИЛЕТ № 3

1. Экстремум функции двух переменных.

$$y = 4x^7 - \frac{2}{x} + \sqrt[3]{x^2} - 6x$$

2. Найти производные данных функций: а) ;

б)  $\implies$  ; в)  $y = e^{\arcsin x}$  ; г)  $y = 3x^3 \cdot \arcsin x$  ; д)  $y = \ln^2(\operatorname{tg} x)$  ;

$\lim_{x \rightarrow +0} x^3 \ln 2x$

3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя  $x \rightarrow +0$

4. Найти значение выражения  $8z''_{xx} + 2z''_{xy}$  для функции  $z = x\sqrt{y} - y\sqrt{x}$  в точке (4; 1).

БИЛЕТ № 4

1. Область определения, линии уровня функции двух переменных.

$y = \frac{5}{x^2} + \sqrt[7]{x^3} - 8x^4 - e^3$  ;

2. Найти производные данных функций: а)

б)  $y = \frac{\ln x}{x^2 - 5x}$  ; в)  $y = \sin^5 3x$  ; г) д)  $y = x \cdot \arccos 3x$  ; д)  $y = e^{x - \arcsin x}$  ;

$\lim_{x \rightarrow 0} x^3 \cdot \operatorname{ctg} 6x$

3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя  $x \rightarrow 0$

4. Найти значение выражения  $3z''_{xx} + 4z''_{xy}$  для функции  $z = x\sqrt{y} + y\sqrt{x}$  в точке (1; 4).

БИЛЕТ № 5

1. Дифференцирование параметрической функции.

$y = x^6 - \frac{2}{x} + \sqrt[3]{x^2} - \ln e^2$  ;

2. Найти производные данных функций: а)

б)  $y = 2x^3 \cdot \operatorname{arctg} x$  ; в)  $y = \frac{2-x^2}{\cos 4x}$  ; г)  $y = \cos^7 3x$  ; д)  $y = \ln(x + \ln x)$  ;

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{5x} - 2}{2x^3 - 5}$

3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя  $x \rightarrow +\infty$

4. Найти значение выражения  $5z''_{xx} - 2z''_{xy}$  для функции  $z = \sin(2x + 3y)$  в точке  $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{9})$ .

БИЛЕТ № 6

1. Дифференцирование неявной функции.

$y = 2x^5 - \frac{2}{x^3} - \sqrt[6]{x} - \ln e$  ;

2. Найти производные данных функций: а)

б)  $y = \frac{2x}{7-x^5}$  ; в)  $y = \sqrt[5]{(x^2-3)^2}$  ; г)  $y = \operatorname{ctg}^4 2x$  ; д)  $y = (1-2x) \arcsin x$  ;

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 5x}$

3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя  $x \rightarrow 0$

4. Найти производную функции  $z = \frac{5x^2 - 10y^2}{xy}$  в точке (-1; 1) по направлению вектора  $\vec{l} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$

БИЛЕТ № 7

1. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши, Лопиталя.

$y = 7x^3 - \frac{1}{x^5} + \sqrt[3]{x} - \ln 5$  ;

2. Найти производные данных функций: а)

б)  $y = (x^2 + 2) \cdot \ln 8x$ ; в)  $y = \frac{x^3}{4 - x^2}$ ; г)  $y = \sin^3 7x$ ; д)  $y = \ln(x + \cos x)$ ;

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{5x^2}$$

3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя

4. Найти производную функции  $z = 10e^{2x-3y}$  в точке (3; 2) по направлению вектора  $\vec{l} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$ .

#### БИЛЕТ № 8

1. Полный дифференциал ФДП.

$$y = 2\sqrt{x^3} - \frac{7}{x^3} + 3x^2 + 5^2$$

2. Найти производные данных функций: а)

б)  $y = \cos^3 3x$ ; в)  $y = \frac{x^3}{4x - x^2}$ ; г)  $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ ; д)  $x^2 + 2x = 0$ ;

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{3x^2}$$

3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя

4. Найти производную функции  $z = 3x\sqrt{x} + 2y\sqrt{y}$  в точке (5; 5) по направлению вектора  $\vec{l} = 2\vec{i} + \vec{j}$

#### БИЛЕТ № 9

1. Дифференциал функции и его геометрический смысл.

$$y = 6x^3 - \frac{1}{x^5} + \sqrt[7]{x^2} - 2x$$

2. Найти производные данных функций: а)

б)  $y = 3x^2 \cdot \cos 5x$ ; в)  $y = \frac{\operatorname{arctg} 4x}{x^2 - 1}$ ; г)  $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$ ; д)  $y = e^{\arcsin x}$ ;

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1 + \ln x}{e^x - e}$$

3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя

4. Найти значение выражения  $2z''_{xx} - 5z''_{xy}$  для функции  $z = \sin(2x - 3y)$  в точке  $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{9})$ .

#### БИЛЕТ № 10

1. Необходимые и достаточные условия возрастания (убывания) функции.

$$y = 2x^5 - \frac{1}{x^3} - \sqrt[4]{x^3} + e^5$$

2. Найти производные данных функций: а)

б)  $\mathbf{x} = \mathbf{0}$ ; в)  $y = (x^5 - 4) \cdot \sin 3x$ ; г)  $\frac{15x^4 + \frac{4}{5x^3} + \frac{8}{3\sqrt{x}} + \frac{27}{5x\sqrt{x^3}}}{5x^3}$ ; е)  $y = \ln(2x + \cos x)$ ;

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{x^2}$$

3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя:

4. Найти значение выражения  $2z''_{yy} + 3z''_{yx}$  для функции  $z = \cos(x - y^2)$  в точке (4; -2).

#### БИЛЕТ № 11

1. Частные производные ФДП.

2. Найти производные данных функций: а)  $y = \sqrt{31+4x^3} - \frac{3}{x} + \sqrt[3]{x^2}$  ;
- б)  $y = \frac{x^4}{2x-x^2}$  ; в)  $y = \sin^7 2x$  ; г)  $y = \operatorname{ctg} 2x \cdot (3+x^3)$  ; д)  $y = \ln(x-4-x^3)$  ;
3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^6+4x}{3x^3+9-2x}$  .
4. Найти значение выражения  $3z''_{yy} + z''_{yx}$  для функции  $z = \frac{xy}{x^2-y}$  в точке (2; 3).

БИЛЕТ № 12

1. Правила дифференцирования функции одной переменной.
2. Найти производные данных функций: а)  $y = 8x^3 + 2\sqrt[3]{x^4} - \frac{3}{\sqrt{x^3}}$  ; б)  $(1+x) \cdot e^x = 0$  ;
- в)  $y = \operatorname{tg}^3 4x$  ; г)  $y = (x^2 - 6x) \cdot \lg x$  ; д)  $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x}$  ;
3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - 2}{x^2 + 1}$
4. Найти производную функции  $z = \frac{x+y}{x-y}$  в точке (2; 1) по направлению вектора  $\vec{l} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$  .

БИЛЕТ № 13

1. Предел и непрерывность функции двух переменных.
2. Найти производные данных функций: а)  $y = 8x - \frac{5}{x^4} - \sqrt[3]{x^5} + \sqrt{10}$  ;
- б)  $y = \frac{\sqrt{3} - \sin x}{\sqrt{3} + \cos x}$  ; в)  $y = \sin^5 3x$  ; г)  $y = e^{\sqrt{1+\ln x}}$  ; д)  $(\ln x)' = \frac{1}{x}$  ;
3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x \cdot e^{-x}$
4. Найти значение выражения  $3z''_{yy} - 2z''_{yx}$  для функции  $z = \cos(x^2 - 2y)$  в точке (2; 2).

БИЛЕТ № 14

1. Производная по направлению. Градиент.
2. Найти производные данных функций: а)  $y = 4x^5 - \frac{5}{x^3} + \sqrt{x^3} + \sqrt{5}$  ;
- б)  $y = \frac{1+e^x}{1-e^x}$  ; в)  $y = \cos^3 7x$  ; г)  $y = (2x^2 - 5) \cdot e^{5x}$  ; д)  $(\sin u)' = \cos u \cdot u'$  ;
3. Вычислить пределы, применяя правило Лопиталя  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos 6x}$
4. Найти значение выражения  $z''_{yy} + 2z''_{yx}$  для функции  $z = e^{x^2 - 4y^2}$  в точке (2; 1).

БИЛЕТ № 15

1. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в замкнутой области.

2. Найти производные данных функций: а)  $y = 7x^5 - \frac{8}{x^2} + \sqrt[7]{x^4} - \ln e$ ; б)  $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ ;  
 в)  $y = 6^{\operatorname{tg} x}$ ; д); е)  $y = \cos^8 5x$ ; ж)  $y = \operatorname{arctg} \sqrt{2x-1}$ ;

3. Вычислить предел, применяя правило Лопиталя:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{x}$

4. Найти значение выражения  $2z''_{xx} - z''_{xy}$  для функции  $z = \ln(x^2 + 2y^2)$  в точке  $(-1; 0)$ .

### Критерии оценки (в рамках промежуточной аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» ответ студента на экзамене оценивается по 5-бальной шкале.

#### Критерий оценки ответа на экзамене:

– **5 баллов** получает студент, продемонстрировавший полное владение знаниями в соответствии с требованиями учебной программы, т.е. решивший все задания без ошибок в логических рассуждениях и в обосновании решения;

– **4 балла** получает студент, который при полном владении знаниями в соответствии с требованиями учебной программы допустил отдельные несущественные ошибки либо приведенные им решения недостаточно обоснованы;

– **3 балла** получает студент при неполном изложении полученных знаний, допустивший при этом отдельные существенные ошибки;

– **2 балла** получает студент при бессистемном изложении материала, допускающий существенные ошибки, которые могут препятствовать усвоению дальнейшей учебной информации.

## ТРЕТИЙ СЕМЕСТР

### ВОПРОСЫ ДЛЯ СОБЕСЕДОВАНИЯ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ)

#### Раздел: «Интегральное исчисление функций одной переменной»

1. Понятие первообразной. Неопределённый интеграл и его свойства. Таблица неопределённых интегралов.
2. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование, метод интегрирования подведением под знак дифференциала, метод замены переменной
3. Интегрирование по частям в неопределённом интеграле.
4. Комплексные числа. Алгебраическая форма записи комплексного числа. Модуль и аргумент. Действия над комплексными числами. Тригонометрическая форма записи комплексного числа.
5. Разложение многочлена на линейные и квадратные множители. Интегрирование рациональных дробей. Типы простейших дробей и их интегрирование.
6. Интегрирование рациональных дробей методом разложения на простейшие дроби. Интегрирование простейших иррациональных функций.
7. Интегрирование тригонометрических функций, универсальная тригонометрическая подстановка.
8. Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла. Определённый интеграл и его свойства.
9. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определённом интеграле.
10. Формула интегрирования по частям для определённого интеграла.
11. Приложения определённого интеграла: вычисление площадей плоских фигур, вычисление длины дуги кривой, объёмов тел.
12. Несобственные интегралы. Интегралы с бесконечными пределами интегрирования.

### 13. Интегралы от неограниченных функций.

#### Критерии оценки (в рамках текущей аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 10 баллов за текущую аттестацию. Критерии оценки разработаны, исходя из деления баллов: 5 баллов за освоение теоретических вопросов дисциплины, 5 баллов – за выполнение домашних заданий.

#### Критерии оценки ответов на теоретические вопросы:

- 5 баллов выставляется студенту, если он изложил содержание вопроса в объеме, предусмотренном программой, при этом изложил материал грамотным языком, точно используя математическую терминологию и символику, в определенной логической последовательности;
- 4 балла выставляются студенту, если при достаточно полном и грамотном освещении вопроса он допустил небольшие неточности, не искажающие математического содержания ответа;
- 3 балла выставляются студенту при неполном раскрытии содержания вопроса (содержание вопроса изложено фрагментарно, не всегда последовательно), но показано общее понимание вопроса; допущены ошибки при использовании математической терминологии;
- 2 балла получает студент, продемонстрировавший обрывочные знания и допустивший ошибки в определении понятий и при использовании математической терминологии.

### КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РУБЕЖНЫЙ КОНТРОЛЬ)

#### ПЕРВАЯ АТТЕСТАЦИЯ

##### Вариант 1

1. Найти интегралы: а)  $\int_1^2 \left( x^2 + \frac{5}{x^4} - \sqrt[3]{x^2} \right) dx$ ; б)  $\int e^{1-3x} dx$ ; в)  $\int_{-1}^3 (3x+1) e^x dx$ ; г)  $\int \frac{xdx}{\sqrt{4-x^2}}$ ; д)  $\int \frac{(x-5) dx}{26+2x+x^2}$ ; е)  $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt[4]{x^3+\sqrt{x}}}$ ; ж)  $\int \cos 3x \cos 9x dx$ ; з)  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{(x+2)^3}$ .

##### Вариант 2

1. Найти интегралы: а)  $\int_1^3 \left( 3x^2 - 2\sqrt[3]{x} - \frac{1}{x} \right) dx$ ; б)  $\int \sqrt{4x-1} dx$ ; в)  $\int \frac{x^2 dx}{1+x^3}$ ; г)  $\int_0^2 (4-3x) e^{-3x} dx$ ; д)  $\int \frac{(2x-1) dx}{x^2-x+1}$ ; е)  $\int \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}$ ; ж)  $\int \cos^5 x \sin x dx$ ; з)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x^2+4}}$ .

##### Вариант 3

1. Найти интегралы: а)  $\int_1^2 \left( 4\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} + x^7 \right) dx$ ; б)  $\int \frac{3dx}{1-7x}$ ; в)  $\int_0^{\pi/2} x \cos x dx$ ; г)



$$\int \frac{dx}{\arctg^2 x (1+x^2)} ; \text{д)} \int \frac{(3x-2) dx}{x^2+x+1} ; \text{е)} \int \frac{\sqrt[6]{x} dx}{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}} ; \text{ж)} \int \cos^4 x dx ; \text{з)} \int_2^5 \frac{dx}{x^2-4} .$$

#### Вариант 4

$$\begin{aligned} 1. \text{ Найти интегралы: а)} \int_1^3 \left( 4x - \sqrt[5]{x^2} - \frac{1}{x^3} \right) dx ; \text{б)} \int \frac{dx}{\sqrt{4-5x}} ; \text{в)} \int \frac{\ln x dx}{x} ; \\ \text{г)} \int_1^e (x^2 - 4x) \ln x dx ; \text{д)} \int \frac{dx}{3x^2 - 2x + 2} ; \text{е)} \int \frac{dx}{2 + \sqrt{x+1}} ; \text{ж)} \int \sin^3 x dx ; \text{з)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x dx}{x^2 + 4} . \end{aligned}$$

#### Вариант 5

$$\begin{aligned} 1. \text{ Найти интегралы: а)} \int_1^2 \left( 4x^5 - \sqrt[5]{x^3} - \frac{3}{x^4} \right) dx ; \text{б)} \int \sin(3-5x) dx ; \text{в)} \int xe^{-x^2} dx ; \\ \text{г)} \int \arctg 3x dx ; \text{д)} \int \frac{(x+1) dx}{2+2x+x^2} ; \text{е)} \int_1^4 \frac{\sqrt{x} dx}{x(x+1)} ; \text{ж)} \int \operatorname{tg}^3 x dx ; \text{з)} \int_{-\infty}^0 x e^x dx . \end{aligned}$$

#### Вариант 6

$$\begin{aligned} 1. \text{ Найти интегралы: а)} \int_1^2 \left( \sqrt[5]{x^4} - \frac{3}{\sqrt{x}} + 5x^2 \right) dx ; \text{б)} \int 5^{3-2x} dx ; \text{в)} \int (x^2+1)^5 x dx ; \\ \text{г)} \int \ln(1+x^2) dx ; \text{д)} \int \frac{(4x-3) dx}{x^2+4x+9} ; \text{е)} \int_0^3 \frac{dx}{1+\sqrt{x+1}} ; \text{ж)} \int \sin^5 x \cos x dx ; \text{з)} \int_{-1}^{\infty} \frac{dx}{4x+7} . \end{aligned}$$

#### Вариант 7

$$\begin{aligned} 1. \text{ Найти интегралы: а)} \int_1^e \left( \frac{2}{x^3} - \frac{1}{x} - \sqrt[3]{x} \right) dx ; \text{б)} \int e^{5x-3} dx ; \text{в)} \int (5-6x) \sin 4x dx ; \text{г)} \int \frac{3x dx}{10+3x^2} ; \\ \text{д)} \int \frac{dx}{x^2+7x+11} ; \text{е)} \int_3^8 \frac{dx}{x\sqrt{x+1}} ; \text{ж)} \int \sin^4 8x \cos 8x dx ; \text{з)} \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}} . \end{aligned}$$

#### Вариант 8

$$\begin{aligned} 1. \text{ Найти интегралы: а)} \int_{-2}^1 (3x^2+4x-1) dx ; \text{б)} \int \cos(10x-7) dx ; \text{в)} \int \frac{xdx}{\sqrt{9x^2+2}} ; \\ \text{г)} \int_1^e x^2 \ln x dx ; \text{д)} \int \frac{dx}{2x^2+6x+3} ; \text{е)} \int \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x+1}} ; \text{ж)} \int \sqrt[5]{\sin^4 x} \cos x dx ; \text{з)} \int_{13}^{\infty} \frac{dx}{x \ln x} . \end{aligned}$$

#### Вариант 9

1. Найти интегралы: а)  $\int_1^8 (\sqrt[3]{x} - x - 4) dx$ ; б)  $\int \frac{dx}{2x+9}$ ; в)  $\int (2-5x) \sin x dx$ ; г)  $\int \frac{xdx}{\sqrt{15-3x^2}}$ ; д)  $\int \frac{(x+5) dx}{x^2+x-2}$ ; е)  $\int_3^{15} \frac{x dx}{\sqrt{x+1}}$ ; ж)  $\int \sin 7x \cos x dx$ ; з)  $\int_{-\infty}^0 \cos 3x dx$ .

### Вариант 10

1. Найти интегралы: а)  $\int_0^4 (\sqrt{x} - 3x + 2) dx$ ; б)  $\int (1-4x)^8 dx$ ; в)  $\int \frac{3xdx}{8+2x^2}$ ; г)  $\int_0^{\pi/2} (x-1) \cos x dx$ ; д)  $\int \frac{(x+6) dx}{3x^2+x+1}$ ; е)  $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x-1}}$ ; ж)  $\int \frac{dx}{8+4 \cos x}$ ; з)  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2+x}$ .

### Вариант 11

1. Найти интегралы: а)  $\int_1^2 \left( \sqrt{x} - \frac{1}{x^3} + 3x^4 \right) dx$ ; б)  $\int (2-5x)^7 dx$ ; в)  $\int \frac{xdx}{9-2x^2}$ ; г)  $\int_0^1 x 3^x dx$ ; д)  $\int \frac{dx}{2x^2-2x+1}$ ; е)  $\int \frac{1+\sqrt[4]{x}}{x \cdot \sqrt{x}} dx$ ; ж)  $\int \frac{dx}{5+4 \sin x}$ ; з)  $\int_{-\infty}^0 x \cos x dx$ .

### Вариант 12

1. Найти интегралы: а)  $\int_1^2 \left( 4x - \frac{2}{x^2} + \sqrt[3]{x} \right) dx$ ; б)  $\int e^{5-7x} dx$ ; в)  $\int \frac{xdx}{\sqrt{18-9x^2}}$ ; г)  $\int_0^1 x e^{-x} dx$ ; д)  $\int \frac{dx}{x^2-4x+10}$ ; е)  $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$ ; ж)  $\int \sin^2 x \cos^2 x dx$ ; з)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$ .

### Вариант 13

1. Найти интегралы: а)  $\int \left( 2\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x^3}} + 4x \right) dx$ ; б)  $\int e^{6x-4} dx$ ; в)  $\int_0^{1/4} \frac{dx}{x \ln x}$ ; г)  $\int x e^{x+3} dx$ ; д)  $\int \frac{(x+4) dx}{2x^2-6x-8}$ ; е)  $\int_4^9 \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x}-1}$ ; ж)  $\int \frac{\sqrt[3]{\operatorname{ctg}^2 x}}{\sin^2 x} dx$ ; з)  $\int_0^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx$ .

### Вариант 14

1. Найти интегралы: а)  $\int \left( 1-3x^2 + \sqrt[4]{x} - \frac{5}{x^2} \right) dx$ ; б)  $\int \sin(5x-6) dx$ ; в)  $\int \frac{3xdx}{4x^2+1}$ ; г)  $\int_1^3 x \ln x dx$ ; д)  $\int \frac{(5x-2) dx}{2x^2-5x+2}$ ; е)  $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$ ; ж)  $\int \cos^3 4x \sin 4x dx$ ; з)  $\int_0^{\infty} 2x \sin x dx$ .

### Вариант 15

1. Найти интегралы: а)  $\int_2^3 (6x^2 - 5x + 4) dx$ ; б)  $\int \frac{dx}{3x-2}$ ; в)  $\int \frac{2x dx}{\sqrt{3x^2-2}}$ ;  
 г)  $\int (x+1) \sin 4x dx$ ; д)  $\int \frac{dx}{x^2-6x+8}$ ; е)  $\int_1^4 \frac{x dx}{1+\sqrt{x}}$ ; ж)  $\int \sin^2 3x \cos 3x dx$ ; з)  $\int_0^\infty \frac{xdx}{x^2+4}$ .

## ВТОРАЯ АТТЕСТАЦИЯ

### Вариант 1

1. Решить дифференциальные уравнения:

а)  $2y' \sqrt[3]{x} = y^2$ ; б)  $xy' = 2y \ln \frac{y}{x}, y(1) = e$ ; в)  $y' - \frac{4y}{x} = 2x^3$ ; г)  $y'' = x^2 - e^{2x}$ ;  
 д)  $xy'' + 2y' = 0$ ; е)  $y'' y^3 + 1 = 0, y(1) = -1, y'(1) = -1$ ; ж)  $y'' - 6y' + 10y = x + 4$ .

### Вариант 2

1. Решить дифференциальные уравнения:

а)  $xy' + 3y = 1$ ; б)  $y' = \frac{y^2}{x^2} + 3\frac{y}{x} + 2$ ; в)  $y' - \frac{y}{x} = x^2, y(1) = 0$ ; г)  $y'' = \frac{x}{e^x}$ ;  
 д)  $xy = y'$ ; е)  $y'' = 2y^3, y'(-1) = y(-1) = 1$ ; ж)  $y'' - 3y' + 2y = (1-2x)e^x$ .

### Вариант 3

1. Решить дифференциальные уравнения:

а)  $y' = \frac{y+3}{x^2}$ ; б)  $y' = \frac{y^2}{x^2} + 5\frac{y}{x} + 4$ ; в)  $xy' - 2y = 3x^3$ ; г)  $y = 3x + \cos 5x$ ; д)  $xy'' + y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$ ; е)  $y'' y^3 + 64 = 0, y(0) = 4, y'(0) = 2$ ; ж)  $y'' - 4y' + 4y = -e^{2x}$ .

### Вариант 4

1. Решить дифференциальные уравнения:

а)  $y' = 7y^5$ ; б)  $y' = \frac{x+2y}{2x-y}, y(1) = 0$ ; в)  $y' + y \cos x = \cos x$ ; г)  $xy'' - y' = e^x \cdot x^2$ ; д)  $y'' = \frac{1}{\sin^2 2x}$ ; е)  $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4}, y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$ ; ж)  $4y \cdot 8y' + 5y = x^3$ .

### Вариант 5

1. Решить дифференциальные уравнения:

а)  $2yy' + 3x = 0$ ; б)  $y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{y}{x} - 9, y(1) = 4$ ; в)  $y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3}$ ;

г)  $y'' = \cos x + e^{-x}$ ; д)  $x y'' + 2 y' = 0$ ; е)  $y'' = 1 - (y')^2$ ; ж)  $y'' + 2 y' = x^2 + 2$ .

### Вариант 6

1. Решить дифференциальные уравнения:

а)  $xy' = 3y^2$ ; б)  $y' = \frac{y}{x} - 3 \frac{x}{y}$ ,  $y(-1) = 4$ ; в)  $xy' + y = -\frac{2}{x}$ ; г)  $y'' = \frac{1}{x^2}$ ; д)  $y'' = 24y^3$ ; е)  $x^3 y'' + x^2 y' = \sqrt{x}$ ; ж)  $y'' - 6y' + 8y = 3x^2 - 1$ .

### Вариант 7

1. Решить дифференциальные уравнения:

а)  $y' = \frac{y^3}{3x+1}$ ; б)  $y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x} + 1$ ; в)  $y' + \frac{3y}{x} = x^4$ ; г)  $y'' \operatorname{tg} x = y' + 1$ ; д)  $y(1) = 2$ ,  $y'(1) = 0$ ; е)  $y'' = 30y^3$ ; ж)  $y'' - 4y' + 8y = 6e^{4x}$ .

### Вариант 8

1. Решить дифференциальные уравнения:

а)  $y' = y^2 \operatorname{tg} x$ ,  $y(\pi) = 3$ ; б)  $y' = 2 \frac{y^3}{x^3} + \frac{y}{x}$ ; в)  $y' - \frac{y}{x} = x \sin x$ ; г)  $y = \sin 5x + \cos 2x$ ; д)  $y'' \operatorname{tg} 5x = 5y'$ ; е)  $4y^3 y'' = y^4 - 1$ ,  $y(0) = \sqrt{2}$ ,  $y'(0) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ ; ж)  $y'' + 2y' + 5y = 5x$ .

### Вариант 9

1. Решить дифференциальные уравнения:

а)  $y \sqrt{4+x^2} dy = dx$ ; б)  $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$ ,  $y(e) = 0$ ; в)  $y' - \frac{y}{x} = -2 \frac{\ln x}{x}$ ; г)  $y'' = \frac{1}{x^3} + 4x$ ; д)  $xy'' = y'$ ; е)  $y^3 y'' = y^4 - 16$ ,  $y(0) = 2\sqrt{2}$ ,  $y'(0) = \sqrt{2}$ ; ж)  $y'' - 6y' + 10y = x + 4$ .

### Вариант 10

1. Решить дифференциальные уравнения:

а)  $y' = \frac{y+3}{x^2}$ ; б)  $y' = \frac{y^2}{x^2} - 7 \frac{y}{x} + 2$ ; в)  $y' - \frac{4y}{x} = 2x^3$ ; г)  $y'' = x - \ln x$ ; д)  $y'' = (y')^2$ ; е)  $y'' = \frac{y'}{x} \left( 1 + \ln \frac{y'}{x} \right)$ ;  $y(1) = \frac{1}{2}$ ,  $y'(1) = 1$ ; ж)  $y'' + 2y' + 5y = x - 2$ .

### Вариант 11

1. Решить дифференциальные уравнения:

а)  $2y' \sqrt[3]{x} = y^2$ ; б)  $y' = \frac{x-y}{x}$ ; в)  $y' - \frac{y}{x} = x^2$ ,  $y(1) = 0$ ; г)  $y'' = \arctg x$ ;  
 д)  $x y'' + 2y' = 0$ ; е)  $y'' = 72y^3$ ,  $y(2) = 1$ ,  $y'(2) = 6$ ; ж)  $y'' - 6y' + 10y = x + 4$ .

### Вариант 12

1. Решить дифференциальные уравнения:

а)  $y' = 3y^2$ ; б)  $x y' = \sqrt{2x^2 + y^2} + y$ ; в)  $y' - \frac{3y}{x} = -\frac{5}{x^4}$ ; г)  $x^4 y'' + x^3 y' = 4$ ;  
 д)  $y'' = \sin 5x$ ; е)  $y'' y^3 + 36 = 0$ ,  $y(0) = 3$ ,  $y'(0) = 2$ ; ж)  $y'' - 4y' + 4y = x^2 + 3x$ .

### Вариант 13

1. Решить дифференциальные уравнения:

а)  $y(4 + e^x) dy = e^x dx$ ; б)  $y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x} + 4$ ; в)  $y' + \frac{3y}{x} = x^4$ ; г)  $y'' = e^{2x} - 3x$ ;  
 д)  $y'' x \ln x = y'$ ; е)  $y'' = 8y^3$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 2$ ; ж)  $y'' + 2y' + 5y = x$ .

### Вариант 14

1. Решить дифференциальные уравнения:

а)  $2yy' + 3x = 0$ ; б)  $xy' = y \ln \frac{y}{x}$ ; в)  $y' + y \cos x = \cos x$ ; г)  $y'' = x^3 + \cos 4x$ ;  
 д)  $x y'' = y'$ ; е)  $y'' = 32y^3$ ,  $y(4) = 1$ ,  $y'(4) = 4$ ; ж)  $y'' - y' - 2y = 6x + 1$ .

### Вариант 15

1. Решить дифференциальные уравнения:

а)  $xy' + 3y = 0$ ; б)  $y' = \frac{y^2}{x^2} + 5\frac{y}{x} + 6$ ; в)  $y' + \frac{y}{2x} = 3x$ ; г)  $y'' = \frac{1}{x^2} + x$ ; д)  $y''(e^x + 1) + y' = 0$ ;  
 е)  $y'' y^3 + 16 = 0$ ,  $y(1) = 2$ ,  $y'(1) = 2$ ; ж)  $y'' - 2y' - 3y = 4x$ .

### Критерии оценки письменной контрольной работы (в рамках рубежной аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 25 баллов за выполнение рубежной контрольной работы. Каждое задание, входящее в контрольную, оценивается преподавателем определенным количеством баллов. Итоговый балл за контрольную работу получается суммированием баллов за все задания.

#### Критерий оценки одного задания:

– обучающийся правильно решил задачу; при этом логично, последовательно и аргументированно изложил решение задачи – максимальное количество баллов;

- обучающийся в основном правильно решил задачу, допустив при этом незначительные неточности и погрешности – 80% от максимального количества баллов;
- обучающийся не полностью решил задачу, но не менее 50%, допустив при этом не более одной грубой ошибки – 60% от максимального количества баллов;
- обучающийся привел неполное решение задачи (степень полноты – от 30% до 50%), допустив при этом значительные недочеты – 40% от максимального количества баллов;
- обучающийся привел не более 30% решения задачи, допустив при этом грубые ошибки и недочеты – 20% от максимального количества баллов;
- обучающийся не приступил к решению задачи – 0 баллов.

## ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ БИЛЕТЫ

### БИЛЕТ № 1

1. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
2. Вычислить интегралы:

$$\begin{array}{cccc}
 \text{а) } \int (\sqrt[3]{x} - x - 4) dx & ; & \text{б) } \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 4x dx & ; & \text{в) } \int_0^1 x 3^x dx & ; & \text{г) } \int \frac{dx}{1 + \sqrt{x+1}} .
 \end{array}$$

3. Решить дифференциальные уравнения:

$$\begin{array}{cccc}
 \text{а) } y' = \frac{y+3}{x^2} & ; & \text{б) } y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{y}{x} + 4 & ; & \text{в) } xy' - 2y = 3x^3 & ; & \text{г) } y - 7y' + 6y = e^{\sqrt{8x}} .
 \end{array}$$

### БИЛЕТ № 2

1. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.
2. Вычислить интегралы:

$$\begin{array}{cccc}
 \text{а) } \int (3x^2 + \sqrt[4]{x^3} - 1) dx & ; & \text{б) } \int \frac{dx}{4x+7} & ; & \text{в) } \int_0^1 x e^{-x} dx & ; & \text{г) } \int_4^9 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1} dx .
 \end{array}$$

3. Решить дифференциальные уравнения:

$$\begin{array}{cccc}
 \text{а) } y' = 3y^2 & ; & \text{б) } y' = \frac{x+y}{x-y} & ; & \text{в) } y' + y \cos x = \cos x & ; & \text{г) } xy = y' \} \{ \dot{.}
 \end{array}$$

### БИЛЕТ № 3

1. Дифференциальные уравнения второго порядка.
2. Вычислить интегралы:

$$\begin{array}{cccc}
 \text{а) } \int \left( 3x^2 + \frac{1}{x^4} \right) dx & ; & \text{б) } \int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos 3x dx & ; & \text{в) } \int (3x+1) e^x dx & ; & \text{г) } \int_0^1 \frac{\sqrt{x}}{1+x} dx .
 \end{array}$$

3. Решить дифференциальные уравнения:

а)  $2y' \sqrt[3]{x} = y^2$ ; б)  $xy' = y \ln \frac{y}{x}$ ; в)  $y' - \frac{4y}{x} = 2x^3$ ; г)  $y = 3^x + \cos^2 x$  {6}

БИЛЕТ № 4

1. Дифференциальное уравнение 1-го порядка: определение; общее и частное решения.
2. Вычислить интегралы:

а)  $\int \left( \frac{2}{x^3} - \frac{1}{x} \right) dx$ ; б)  $\int_0^2 \frac{x dx}{x^2+1}$ ; в)  $\int (x-1) \cos x dx$ ; г)  $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$ .

3. Решить дифференциальные уравнения:

а)  $xy' + 3y = 0$ ; б)  $y' = e^{\frac{y}{x}} + \frac{y}{x}$ ; в)  $y' - \frac{y}{x} = x^2$ , при  $x=1, y=0$ ; г) {6}

БИЛЕТ № 5

1. Задача, приводящая к понятию определенного интеграла и его определение.
2. Вычислить интегралы:

а)  $\int \left( \sqrt{x} - \frac{1}{x^3} \right) dx$ ; б)  $\int_0^1 \frac{3 dx}{4+5x}$ ; в)  $\int x \ln x dx$ ; г)  $\int_1^4 \frac{x dx}{1+\sqrt{x}}$ .

3. Решить дифференциальные уравнения:

а)  $2yy' + 3x = 0$ ; б)  $y' = \frac{y-x}{x}$ ; в)  $y' + \frac{3y}{x} = x^4$ ; г)  $4y - 8y' + 5y = 3x$  {6}

БИЛЕТ № 6

1. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решения.
2. Вычислить интегралы:

а)  $\int \left( 6x^2 - \frac{5}{x^3} + 4 \right) dx$ ; б)  $\int_3^4 \frac{x dx}{x^2-4}$ ; в)  $\int_1^e x^2 \ln x dx$ ; г)  $\int \frac{\sqrt{x} dx}{x(x+1)}$ .

3. Решить дифференциальные уравнения:

а)  $xy' = 3y^2$ ; б)  $y' = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ ; в)  $y' - \frac{y}{x} = x \sin x$ ; г)  $2y'' + 2y' + 5y = \sin x$  {6}

БИЛЕТ № 7

1. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка и способы их решения.
2. Вычислить интегралы:

а)  $\int (\sqrt{x} - 3x + 2) dx$ ; б)  $\int \frac{\ln x dx}{x}$ ; в)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$ ; г)  $\int_3^{15} \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$ .

3. Решить дифференциальные уравнения:

а)  $y' - y^2 \operatorname{tg} x = 0$ ; б)  $y' = 2 \frac{y^3}{x^3} + \frac{y}{x}$ ; в)  $y' - 3y = 2e^{5x}$ ; г)  $y - 5y' + 6y = 2x - 5$  {6.

БИЛЕТ № 8

1. Неоднородные линейные ДУ 2-го порядка: теорема о структуре общего решения
2. Вычислить интегралы:

а)  $\int \left( 4x - \frac{2}{x^2} \right) dx$ ; б)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx$ ; в)  $\int (3+x) e^x dx$ ; г)  $\int_3^8 \frac{dx}{x\sqrt{x+1}}$ ;

3. Решить дифференциальные уравнения:

а)  $y' = \frac{y^3}{3x+1}$ ; б)  $y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x} + 1$ ; в)  $xy' + y = -\frac{2}{x}$ ; г)  $y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x} + 1$ .

БИЛЕТ № 9

1. Теорема существования и единственности решения для ДУ 1-го порядка.
2. Найти интегралы:

1)  $\int \left( 2\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x^3}} + 4x \right) dx$ ; 2)  $\int_1^2 \frac{x dx}{\sqrt{3+x^2}}$ ; 3)  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (5-2x) \sin 4x dx$ ; 4)  $\int \frac{1+x}{x+\sqrt{x}} dx$ .

3. Решить дифференциальные уравнения:

1)  $\sqrt{5-y^2} dx = y dy$ ; 2)  $3y' = \frac{x-2y}{x}$ ; 3)  $x y'' + 2y' = 0$ ; 4)  $y'' - 2y' - 3y = 4x$

БИЛЕТ № 10

1. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.
2. Найти интегралы:

1)  $\int_1^2 \left( 4x^5 - \sqrt[4]{x^3} + 2e^x - \frac{1}{x} \right) dx$ ; 2)  $\int_0^1 \frac{3x dx}{1+2x^2}$ ; 3)  $\int (x^6 - 4x) \ln x dx$ ; 4)  $\int \sin^2 3x dx$ ;

3. Решить дифференциальные уравнения:

1)  $y' = \frac{7y+3}{2x^4}$ ; 2)  $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y$ ; 3)  $y'' = \frac{3}{x^3} + \cos 4x$ ; 4)  $y'' - 4y' + 4y = x^2 + 3x$

БИЛЕТ № 11

1. Линейные ДУ 2-го порядка: неоднородные и однородные уравнения.
2. Найти интегралы:

1)  $\int_1^2 \left( 4\sqrt[3]{x} - \frac{1}{\sqrt{x^5}} + x \right) dx$ ; 2)  $\int \frac{4 dx}{1-9x}$ ; 3)  $\int \cos^3 x dx$ ; 4)  $\int \frac{\sqrt{x}}{x-1} dx$ .

3. Решить дифференциальные уравнения:



$$1) 2y' \sqrt{x} = 7y^2, y(4) = 3; \quad 2) xy' = y \ln \frac{y}{x}; \quad 3) xy'' = y'; \quad 4) y'' - 6y' + 10y = x + 4$$

БИЛЕТ № 12

1. Дифференциальные уравнения: определение, порядок ДУ, решение ДУ.

2. Найти интегралы:

$$1) \int_0^4 (\sqrt{x} - 3x + 2) dx; \quad 2) \int \frac{3x dx}{4x^2 + 1}; \quad 3) \int_1^3 x \ln x dx; \quad 4) \int_0^4 \frac{dx}{1 + \sqrt{x}}.$$

3. Решить дифференциальные уравнения:

$$1) 2yy' + 3x = 0; \quad 2) y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3}; \quad 3) xy'' + 2y' = 0; \quad 4) y'' + 2y' + 5y = x - 2$$

БИЛЕТ № 13

1. ДУ с разделяющимися переменными: определение и порядок решения.

2. Найти интегралы:

$$1) \int_1^2 \left( 3x^2 - 2\sqrt[3]{x} + 4 - \frac{1}{x} \right) dx; \quad 2) \int_2^3 \frac{x^2 dx}{1 - 2x^3}; \quad 3) \int (4 - 3x)e^{2x} dx; \quad 4) \int \frac{(x+1)dx}{x\sqrt{x-2}}.$$

3. Решить дифференциальные уравнения:

$$1) y dy = e^x y^3 dx; \quad 2) y' - \frac{4y}{x} = 5x^8; \quad 3) y'' = 2x + \sin 3x; \quad 4) y'' - 4y' + 8y = 6e^{4x}.$$

БИЛЕТ № 14

1. Характеристическое уравнение и структура общего решения ДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами

2. Найти интегралы:

$$1) \int \left( \sqrt[5]{x^4} - \frac{3}{\sqrt{x}} + 5x^2 \right) dx; \quad 2) \int_0^1 5^{3-2x} dx; \quad 3) \int_0^3 \frac{dx}{1 + \sqrt{x+1}}; \quad 4) \int \sin^5 x \cos x dx;$$

3. Решить дифференциальные уравнения:

$$1) y' = y^2 - 3; \quad 2) y' - \frac{y}{x} = x^2; \quad 3) y'' = (y')^2; \quad 4) y'' - 6y' + 8y = 3x^2 - 1$$

БИЛЕТ № 15

1. Линейные однородные ДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.

2. Найти интегралы:

$$1) \int \left( 4x^5 - \sqrt[5]{x^3} - \frac{3}{x^4} \right) dx ; 2) \int xe^{-x^2} dx ; 3) \int_1^4 \frac{\sqrt{x} dx}{x(x+1)} ; 4) \int \operatorname{arctg} x dx ;$$

3. Решить дифференциальные уравнения:

$$1) 2yy' + 3x = 0 ; 2) y' = \frac{y^2}{x^2} + 5\frac{y}{x} + 6 ; 3) xy'' = -2y' ; 4) y \cdot 8y' + 5y = x$$

### Критерии оценки (в рамках промежуточной аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» ответ студента на экзамене оценивается по 5-бальной шкале.

### Критерий оценки ответа на экзамене:

- **5 баллов** получает студент, продемонстрировавший полное владение знаниями в соответствии с требованиями учебной программы, т.е. решивший все задания без ошибок в логических рассуждениях и в обосновании решения;
- **4 балла** получает студент, который при полном владении знаниями в соответствии с требованиями учебной программы допустил отдельные несущественные ошибки либо приведенные им решения недостаточно обоснованы;
- **3 балла** получает студент при неполном изложении полученных знаний, допустивший при этом отдельные существенные ошибки;
- **2 балла** получает студент при бессистемном изложении материала, допускающий существенные ошибки, которые могут препятствовать усвоению дальнейшей учебной информации.

## ЧЕТВЕРТЫЙ СЕМЕСТР

### ВОПРОСЫ ДЛЯ СОБЕСЕДОВАНИЯ (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ)

## **Раздел: «Основы теории вероятностей и математической статистики»**

1. Классификация событий: достоверные, невозможные, случайные события. События: совместимые и несовместимые; равновозможные; зависимые и независимые; противоположные; полная группа событий.
2. Классическое определение вероятности события; его свойства.
3. Элементы комбинаторики. Основные правила комбинаторики:  
а) правило произведения; б) правило суммы.
4. Перестановки, размещения, сочетания. Их число. Гипергеометрическая формула.
5. Относительная частота события. Статистическая вероятность события.
6. Алгебра событий. Условная вероятность. Произведение и сумма событий.
7. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.
8. Формула Бернулли.
9. Формулы Лапласа.
10. Формула Пуассона.
11. Случайные величины: дискретные (ДСВ) и непрерывные (НСВ).  
Числовые характеристики случайных величин:  $M(X)$ ;  $D(X)$ ;  $\sigma(X)$ .
12. Биномиальное распределение ДСВ.
13. Функция распределения и плотность вероятностей НСВ.
14. Нормальное распределение НСВ.
15. Доверительные интервалы для оценки математического ожидания.

### **Критерии оценки (в рамках текущей аттестации)**

*Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 10 баллов за текущую аттестацию. Критерии оценки разработаны, исходя из разделения баллов: 5 баллов за освоение теоретических вопросов дисциплины, 5 баллов – за выполнение домашних заданий.*

### **Критерии оценки ответов на теоретические вопросы:**

- **5 баллов** выставляется студенту, если он изложил содержание вопроса в объеме, предусмотренном программой, при этом изложил материал грамотным языком, точно используя математическую терминологию и символику, в определенной логической последовательности;
- **4 балла** выставляются студенту, если при достаточно полном и грамотном освещении вопроса он допустил небольшие неточности, не искажающие математического содержания ответа;
- **3 балла** выставляются студенту при неполном раскрытии содержания вопроса (содержание вопроса изложено фрагментарно, не всегда последовательно), но показано общее понимание вопроса; допущены ошибки при использовании математической терминологии;
- **2 балла** получает студент, продемонстрировавший обрывочные знания и допустивший ошибки в определении понятий и при использовании математической терминологии.

## **КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РУБЕЖНЫЙ КОНТРОЛЬ)**

### **ПЕРВАЯ АТТЕСТАЦИЯ**

**Вариант 1**

1. Написать пять первых членов ряда, если  $a_n = \frac{n}{2^n(n+1)}$ .  
 $\frac{1}{\ln 2} + \frac{1}{\ln 3} + \frac{1}{\ln 4} + \frac{1}{\ln 5} \dots$
2. Найти формулу для общего члена ряда

3. Исследовать на сходимость ряды:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{n}}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n+2}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^5}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{4n+1}}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} x^n/10^n$$

4. Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} x^n/10^n$ .

**Вариант 2**

1. Написать пять первых членов ряда, если  $a_n = (-1)^{n+1}/n$ .  
 $1 + \frac{1}{8} + \frac{1}{27} + \frac{1}{64} + \frac{1}{125} \dots$
2. Найти формулу для общего члена ряда

3. Исследовать на сходимость ряды:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{n-2}}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{2^n n}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{(n-1)!}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+3}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n}{2n+1}.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$$

4. Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}$ .

**Вариант 3**

1. Написать пять первых членов ряда, если  $a_n = 1/(4n^2-1)$ .  
 $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \dots$
2. Найти формулу для общего члена ряда

3. Исследовать на сходимость ряды:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3+2}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5 \cdot 3^n}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n n!}{n^n}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{3^n}.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-4)^n x^n.$$

4. Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (-4)^n x^n$ .

**Вариант 4**

1. Написать пять первых членов ряда, если  $a_n = (2n-1)/4^{n-1}$ .  
 $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{11} + \frac{1}{18} + \frac{1}{27} + \dots$
2. Найти формулу для общего члена ряда

3. Исследовать на сходимость ряды:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n^5}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{3^n}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2}; \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n}.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} x^{2n}/9^n$$

4. Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} x^{2n}/9^n$ .

**Вариант 5**

1. Написать пять первых членов ряда, если  $a_n = (-1)^{n-1} / \sqrt[3]{n}$ .

$$1 + \frac{2}{2} - \frac{3}{4} + \frac{4}{8} - \frac{5}{16} + \dots$$

2. Найти формулу для общего члена ряда

3. Исследовать на сходимость ряды:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n+1}}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 5^n}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg n}{1+n^2}; \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n}{2n+1}.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (x-1)^n / n^2$$

4. Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (x-1)^n / n^2$ .

### Вариант 6

1. Написать пять первых членов ряда, если  $a_n = n! / n^n$ .

$$\frac{\sqrt{2}}{1 \cdot 2} - \frac{\sqrt{3}}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{\sqrt{4}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} - \dots$$

2. Найти формулу для общего члена ряда

3. Исследовать на сходимость ряды:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 2^n}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n^3}; \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2n}{3n+2}.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} 10^n \cdot x^n / \sqrt{n}$$

4. Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} 10^n \cdot x^n / \sqrt{n}$ .

### Вариант 7

1. Написать пять первых членов ряда, если  $a_n = 3^n / n!$ .

$$1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^3} - \frac{1}{4^4} + \dots$$

2. Найти формулу для общего члена ряда

3. Исследовать на сходимость ряды:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n^2}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{4^n}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{(2n-1)^2}}; \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot \sqrt[3]{n}}.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} x^n / (n(n+1))$$

4. Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} x^n / (n(n+1))$ .

### Вариант 8

1. Написать пять первых членов ряда, если  $a_n = (-1)^{n+1} / (5n+1)$ .

$$\frac{1}{2+5} - \frac{1}{4+5} + \frac{1}{8+5} - \frac{1}{16+5} + \dots$$

2. Найти формулу для общего члена ряда

3. Исследовать на сходимость ряды:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{n+5}}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4 \cdot 5^n}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{3^n}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{(n-1)!}; \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \cdot 5^n}.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (x+8)^n/n^2$$

4. Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (x+8)^n/n^2$ .

### Вариант 9

1. Написать пять первых членов ряда, если  $a_n = n!/n^2$ .

$$\frac{1}{2 \cdot 2} + \frac{2}{4 \cdot 3} + \frac{3}{8 \cdot 4} + \frac{4}{16 \cdot 5} + \frac{5}{32 \cdot 6} + \dots$$

2. Найти формулу для общего члена ряда

3. Исследовать на сходимость ряды:

$$\text{а)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3+7^n}; \text{ б)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{7^n}; \text{ в)} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3n^2+4n+5}{6n^2+3n-1} \right)^n; \text{ г)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!}; \text{ д)} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}n}{2n+1}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} x^{3n}/8^n$$

4. Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} x^{3n}/8^n$ .

### Вариант 10

1. Написать пять первых членов ряда, если  $a_n = (-1)^n/\sqrt[5]{n}$ .

$$1 + \frac{1}{\sqrt[5]{4}} + \frac{1}{\sqrt[5]{7}} + \frac{1}{\sqrt[5]{10}} + \frac{1}{\sqrt[5]{13}} + \dots$$

2. Найти формулу для общего члена ряда

3. Исследовать на сходимость ряды:

$$\text{а)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4+8^n}; \text{ б)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{(n+1)^{n^2}}; \text{ в)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n^5}; \text{ г)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{(n-1)!}; \text{ д)} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot \sqrt[3]{n}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} x^n/\sqrt{n}$$

4. Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} x^n/\sqrt{n}$ .

### Вариант 11

1. Написать пять первых членов ряда, если  $a_n = n!/2^n$ .

$$\frac{1}{101} + \frac{2}{104} + \frac{3}{109} + \frac{4}{116} + \dots$$

2. Найти формулу для общего члена ряда

3. Исследовать на сходимость ряды:

$$\text{а)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 5^n}; \text{ б)} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n-1}{2n} \right)^{n^2}; \text{ в)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}; \text{ г)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg^2 n}{1+n^2}; \text{ д)} \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2n}{3n+2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} x^n/\sqrt{n+6}$$

4. Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} x^n/\sqrt{n+6}$ .

### Вариант 12

1. Написать четыре первых членов ряда, если  $a_n = 5^n/n!$ .

$$1 + \frac{4}{2} + \frac{9}{6} + \frac{16}{24} + \frac{25}{120} + \frac{36}{720} + \dots$$

2. Найти формулу для общего члена ряда

3. Исследовать на сходимость ряды:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^{n+3}}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left( \sin \frac{\pi}{3} \right)^{2n}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{e^n}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} x^n / 2^{n-1}$$

4. Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \dots$ .

### Вариант 13

1. Написать пять первых членов ряда, если  $a_n = (-1)^{n+1} / (2n-3)$ .

$$\frac{2}{5} + \frac{2^2 \cdot 2^2}{5^2} + \frac{2^3 \cdot 3^2}{5^3} + \frac{2^4 \cdot 4^2}{5^4} + \dots$$

2. Найти формулу для общего члена ряда

3. Исследовать на сходимость ряды:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3+2}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3n+1}{2n} \right)^{n^2}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}; \quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{2n+1}.$$

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{(n-1)^2}.$$

4. Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=2}^{\infty} \dots$ .

### Вариант 14

1. Написать пять первых членов ряда, если  $a_n = 1 / (2^n(n+3))$ .

$$\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{4}{5} + \dots$$

2. Найти формулу для общего члена ряда

3. Исследовать на сходимость ряды:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{n-1}}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{4^n}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left( \frac{n}{n+1} \right)^{n^2}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2n-1}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{3^n}.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{5^{n-1}}.$$

4. Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \dots$ .

### Вариант 15

1. Написать пять первых членов ряда, если  $a_n = (-1)^n / (n^2+1)$ .

$$\frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \frac{6}{27} + \frac{8}{81} + \dots$$

2. Найти формулу для общего члена ряда

3. Исследовать на сходимость ряды:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^{n+2}}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{e^n}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{2n} \right)^{n^2}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \cdot n^2}{2^n}; \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[4]{n^5}}.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} x^n.$$

4. Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \dots$ .

## ВТОРАЯ АТТЕСТАЦИЯ

### Вариант 1

1. На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил три из них. Найдите вероятность того, что ему попадет выученный вопрос.

2. В корзине 8 белых и 7 чёрных шаров. Наудачу берут 4 шаров. Какова вероятность того, что из них 2 белые и 2 чёрные?

3. На сборочный цех поступают генераторы с трех заводов в соотношении 3:5:7. Вероятности качественного изготовления изделий на этих заводах равны соответственно 0,8; 0,85; 0,95. Какова вероятность того, что взятый для сборки случайным образом генератор окажется качественным?

4. В городе три коммерческих банка, оценки надёжности которых (вероятности, что они не обанкротятся) – 0,95; 0,9 и 0,85 соответственно. Найти вероятность события «в течение года обанкротятся все три банка».

Вариант 2

1. Подбрасывают два игральных кубика. Какова вероятность того, что на обоих кубиках выпадет одинаковое число очков.

2. В ящике находится 7 бракованных и 16 годных деталей. Найти вероятность того, что среди трех наудачу извлеченных деталей окажется хотя бы одна годная.

3. В магазин поступают лампы из трех заводов: 45% с первого завода; 40% - со второго и 15% - с третьего. Продукция первого завода содержит 70% стандартных ламп, второго – 80%, третьего 90%. Найдите вероятность того, что лампа, купленная в магазине, окажется стандартной.

4. В городе три коммерческих банка, оценки надёжности которых (вероятности, что они не обанкротятся) – 0,95; 0,9 и 0,85 соответственно. Найти вероятность события «обанкротятся только два банка».

Вариант 3

1. В урне 8 белых и 6 чёрных шаров. Из урны извлекают один шар; этот шар оказался белым. После этого из урны извлекают ещё один шар. Какова вероятность того, что этот шар тоже будет белым?

2. В ящике 25 деталей, из которых 10 - со скрытым дефектом. Из ящика наудачу берут 4 детали. Какова вероятность того, что 3 детали из них качественные, а одна - дефектная?

3. В магазине продается обувь определенного размера и фасона: 60 пар произведено на первой фабрике; 40 пары – на второй и 50 пар – на третьей. Известно, что 90% обуви, произведенной на первой фабрике качественная; для обуви второй и третьей фабрики – 80% и 70% обуви качественны. Покупатель купил одну пару обуви, какова вероятность, что она оказалось качественной.

4. В городе три коммерческих банка, оценки надёжности которых (вероятности, что они не обанкротятся) – 0,95; 0,9 и 0,85 соответственно. Найти вероятность события «обанкротится только один банк».

Вариант 4

1. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу взятого жетона не содержит цифру 3.

2. В корзине находятся шары: 5 синих, 3 красных и 2 белых. Наудачу извлекают три шара.

Найти вероятность того, что эти шары разного цвета.

3. 20% приборов собирает специалист высокой квалификации; 50% - специалист средней квалификации и 30% - молодой специалист. Надежность работы прибора, собранного специалистом высокой квалификации равна 0,98; собранного специалистом средней квалификации - 0,84; собранного молодым специалистом - 0,72. Какова вероятность того, что наудачу взятый для проверки прибор оказался надежным?

4. Трое студентов сдают экзамен. Вероятности сдачи экзамена для них 0,7; 0,6 и 0,2 соответственно. Какова вероятность сдачи экзамена только одним студентом?

Вариант 5



1. Всего в чемпионате по бадминтону участвует 76 спортсмена, среди которых 16 участников из России, в том числе Игорь Чаев. Найти вероятность того, что в первом туре Игорь будет играть с соотечественником, если участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия.
2. В ящике 15 шаров, из которых 5 синих и 10 красных. Извлекаются 6 шаров. Найти вероятность того, что среди шаров 2 синих и 4 красных.
3. В бригаде три трактора, которые исправны с вероятностями 0,5; 0,8 и 0,9 соответственно. Какова вероятность того, что на день проверки все три трактора окажутся исправными?
4. Трое студентов сдают экзамен. Вероятности сдачи экзамена для них 0,7; 0,6 и 0,2 соответственно. Какова вероятность сдачи экзамена двумя студентами?

#### Вариант 6

1. На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил три из них. Найдите вероятность того, что ему попадет выученный вопрос.
2. В корзине 8 белых и 7 чёрных шаров. Наудачу берут 4 шаров. Какова вероятность того, что из них 2 белые и 2 чёрные?
3. На сборочный цех поступают генераторы с трех заводов в соотношении 3:5:7. Вероятности качественного изготовления изделий на этих заводах равны соответственно 0,8; 0,85; 0,95. Какова вероятность того, что взятый для сборки случайным образом генератор окажется качественным?
4. Трое студентов сдают экзамен. Вероятности сдачи экзамена для них 0,7; 0,6 и 0,2 соответственно. Какова вероятность сдачи экзамена хотя бы одним студентом?

#### Вариант 7

1. Подбрасывают два игральных кубика. Какова вероятность того, что на обоих кубиках выпадет одинаковое число очков.
2. В ящике находится 7 бракованных и 16 годных деталей. Найти вероятность того, что среди трех наудачу извлеченных деталей окажется хотя бы одна годная.
3. В магазин поступают лампы из трех заводов: 45% с первого завода; 40% - со второго и 15% - с третьего. Продукция первого завода содержит 70% стандартных ламп, второго – 80%, третьего 90%. Найдите вероятность того, что лампа, купленная в магазине, окажется стандартной.
4. В первой бригаде 6 тракторов, а во второй бригаде 9. В каждой бригаде один трактор требует ремонта. Из каждой бригады выбирают по одному трактору. Найти вероятность события «оба трактора исправны».

#### Вариант 8

1. В урне 8 белых и 6 чёрных шаров. Из урны извлекают один шар; этот шар оказался белым. После этого из урны извлекают ещё один шар. Какова вероятность того, что этот шар тоже будет белым?
2. В ящике 25 деталей, из которых 10 - со скрытым дефектом. Из ящика наудачу берут 4 детали. Какова вероятность того, что 3 из них качественные, а одна - дефектная?
3. В магазине продается обувь определенного размера и фасона: 60 пар произведено на первой фабрике; 40 пары – на второй и 50 пар – на третьей. Известно, что 90% обуви, произведенной на первой фабрике качественная; для обуви второй и третьей фабрики – 80% и 70% обуви качественны. Покупатель купил одну пару обуви, какова вероятность, что она оказалось качественной.
4. В первой бригаде 6 тракторов, а во второй бригаде 9. В каждой бригаде один трактор требует ремонта. Из каждой бригады выбирают по одному трактору. Найти вероятность события – «один трактор требует ремонта».

#### Вариант 9

1. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу взятого жетона не содержит цифру 3.
2. В корзине находятся шары: 5 синих, 3 красных и 2 белых. Наудачу извлекают три шара. Найти

вероятность того, что эти шары разного цвета.

3. 20% приборов собирает специалист высокой квалификации; 50% - специалист средней квалификации и 30% - молодой специалист. Надежность работы прибора, собранного специалистом высокой квалификации равна 0,98; собранного специалистом средней квалификации - 0,84; собранного молодым специалистом - 0,72. Какова вероятность того, что наудачу взятый для проверки прибор оказался надежным?

4. В первой бригаде 6 тракторов, а во второй бригаде 9. В каждой бригаде один трактор требует ремонта. Из каждой бригады выбирают по одному трактору. Найти вероятность события «трактор из второй бригады исправен».

#### Вариант 10

1. Всего в чемпионате по бадминтону участвует 76 спортсмена, среди которых 16 участников из России, в том числе Игорь Чаев. Найти вероятность того, что в первом туре Игорь будет играть с соотечественником, если участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия.

2. В ящике 15 шаров, из которых 5 синих и 10 красных. Извлекаются 6 шаров. Найти вероятность того, что среди шаров 2 синих и 4 красных.

3. В бригаде три трактора, которые исправны с вероятностями 0,5; 0,8 и 0,9 соответственно. Какова вероятность того, что на день проверки все три трактора окажутся исправными?

4. На сборочный цех поступают генераторы с трех заводов в соотношении 3:5:7. Вероятности качественного изготовления изделий на этих заводах равны соответственно 0,8; 0,85; 0,95. Какова вероятность того, что взятый для сборки случайным образом генератор окажется качественным?

#### Вариант 11

1. В урне 8 белых и 6 чёрных шаров. Из урны извлекают один шар; этот шар оказался белым. После этого из урны извлекают ещё один шар. Какова вероятность того, что этот шар тоже будет белым?

2. В ящике 25 деталей, из которых 10 - со скрытым дефектом. Из ящика наудачу берут 4 детали. Какова вероятность того, что 3 из них качественные, а одна - дефектная?

3. В магазине продается обувь определенного размера и фасона: 60 пар произведено на первой фабрике; 40 пары - на второй и 50 пар - на третьей. Известно, что 90% обуви, произведенной на первой фабрике качественная; для обуви второй и третьей фабрики - 80% и 70% обуви качественны. Покупатель купил одну пару обуви, какова вероятность, что она оказалось качественной.

4. Трое студентов сдают экзамен. Вероятности сдачи экзамена для них 0,9; 0,6 и 0,4 соответственно. Какова вероятность сдачи экзамена только одним студентом?

#### Вариант 12

1. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу взятого жетона не содержит цифру 3.

2. В корзине находятся шары: 5 синих, 3 красных и 2 белых. Наудачу извлекают три шара. Найти вероятность того, что эти шары разного цвета.

3. 20% приборов собирает специалист высокой квалификации; 50% - специалист средней квалификации и 30% - молодой специалист. Надежность работы прибора, собранного специалистом высокой квалификации равна 0,98; собранного специалистом средней квалификации - 0,84; собранного молодым специалистом - 0,72. Какова вероятность того, что наудачу взятый для проверки прибор оказался надежным?

4. В городе три коммерческих банка, оценки надёжности которых (вероятности, что они не обанкротятся) - 0,95; 0,9 и 0,85 соответственно. Найти вероятность события «обанкротится только один банк».

#### Вариант 13

1. На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил три из них. Найдите вероятность того, что ему попадет выученный вопрос.
2. В корзине 8 белых и 7 чёрных шаров. Наудачу берут 4 шаров. Какова вероятность того, что из них 2 белые и 2 чёрные?
3. На сборочный цех поступают генераторы с трех заводов в соотношении 3:5:7. Вероятности качественного изготовления изделий на этих заводах равны соответственно 0,8; 0,85; 0,95. Какова вероятность того, что взятый для сборки случайным образом генератор окажется качественным?
4. В городе три коммерческих банка, оценки надёжности которых (вероятности, что они не обанкротятся) – 0,95; 0,9 и 0,85 соответственно. Найти вероятность события «не обанкротится ни один банк».

#### Вариант 14

1. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 100. Найти вероятность того, что номер первого наудачу взятого жетона содержит цифру 1.
2. Студент выучил 15 вопросов из 30 экзаменационных. Какова вероятность сдать экзамен, если достаточно ответить на 2 вопроса из трёх заданных?
3. В магазин поступили телевизоры от трёх фирм в отношении 1:4:5. Известно, что телевизоры этих фирм прослужат гарантийный срок с вероятностями 0,98; 0,92 и 0,88 соответственно. Найти вероятность того, что купленный в этом магазине телевизор прослужит гарантийный срок.
4. В бригаде три трактора, которые исправны с вероятностями 0,4; 0,8 и 0,9 соответственно. Какова вероятность того, что на день проверки только два трактора окажутся исправными?

#### Вариант 15

1. В урне 8 белых и 6 чёрных шаров. Из урны извлекают один шар; этот шар оказался белым. После этого из урны извлекают ещё один шар. Какова вероятность того, что этот шар тоже будет белым?
2. В партии из 20 изделий 6 изделий имеют скрытый дефект. Какова вероятность того, что из взятых наудачу 4 изделий 2 являются дефектными?
3. В трёх ящиках находятся шары. В первом ящике – 6 синих и 4 красных; во втором ящике – 8 синих и 2 красных; в третьем – 3 синих и 7 красных. Наудачу выбирается ящик и из него извлекается шар. Какова вероятность того, что извлечённый шар окажется синим?
4. На трёх станках производятся подшипники. Вероятность брака для первого станка равна 0,02; для второго – 0,03; для третьего – 0,04. Производительности этих станков находятся в соотношении 1:2:6. Какова вероятность того, что взятый наудачу подшипник оказался бракованным?

#### **Критерии оценки письменной контрольной работы (в рамках рубежной аттестации)**

*Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 25 баллов за выполнение рубежной контрольной работы. Каждое задание, входящее в контрольную, оценивается преподавателем определенным количеством баллов. Итоговый балл за контрольную работу получается суммированием баллов за все задания.*

#### **Критерий оценки одного задания:**

- обучающийся правильно решил задачу; при этом логично, последовательно и

- аргументированно изложил решение задачи – максимальное количество баллов;
- обучающийся в основном правильно решил задачу, допустив при этом незначительные неточности и погрешности – 80% от максимального количества баллов;
  - обучающийся не полностью решил задачу, но не менее 50%, допустив при этом не более одной грубой ошибки – 60% от максимального количества баллов;
  - обучающийся привел неполное решение задачи (степень полноты – от 30% до 50%), допустив при этом значительные недочеты – 40% от максимального количества баллов;
  - обучающийся привел не более 30% решения задачи, допустив при этом грубые ошибки и недочеты – 20% от максимального количества баллов;
  - обучающийся не приступил к решению задачи – 0 баллов.

## ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ БИЛЕТЫ

### БИЛЕТ № 1

1. Сходимость степенных рядов, теорема Абеля.
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3+7^n}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{3^n}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3n^2+4n+5}{6n^2+3n-1} \right)^n; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)!}; \quad 5) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}n}{2n+1}.$$

3. В партии из 15 деталей 10 стандартных. Найти вероятность того, что среди пяти взятых наудачу деталей три стандартных.

4. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти а) плотность вероятности  $f(x)$ ; б) математическое ожидание  $M(X)$ ; в) дисперсию  $D(X)$ ; г) среднее

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < -1 \\ \frac{x+1}{2}, & \text{при } -1 \leq x < 1 \\ 1, & \text{при } x \geq 1 \end{cases}$$

квадратическое отклонение  $\sigma(X)$ .

### БИЛЕТ № 2

1. Числовые ряды, частичная сумма ряда, понятие сходимости и расходимости числового ряда.
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4+8^n}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{(n+1)^{n^2}}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{n^5}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{(n-1)!}; \quad 5) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n \cdot \sqrt[3]{n}}.$$

3. В ящике находится 7 бракованных и 16 годных деталей. Найти вероятность того, что среди трех наудачу извлеченных деталей окажется хотя бы одна годная.

4. Найти а)  $M(X)$  б)  $D(X)$ ; в)  $\sigma(X)$ , если ряд распределения дискретной случайной величины  $X$ :

$X$	2	5	6	7
$P$	0,4	0,2	0,8	0,2

БИЛЕТ № 3

1. Необходимое условие сходимости.

2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 5^n}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n-1}{2n} \right)^{n^2}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} n}{1+n^2}; \quad 5) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} 2n}{3n+2}.$$

3. Дана дискретная случайная величина  $X$ . Найти: а) математическое ожидание; б) дисперсию; в) среднеквадратическое отклонение.

$x$	-1	1	2	4	5
$p$	0,3	0,2	0,1	0,2	0,2

4. В урне 5 синих 8 красных шаров, одинаковых по размерам и весу. Из урны извлекают один шар и откладывают в сторону, этот шар оказался красным. Найти вероятность того, что следующий шар окажется тоже красным.

БИЛЕТ № 4

1. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.

2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n + 3}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \sin \frac{\pi}{n^3} \right)^{2n}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{e^n}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2}; \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

3. Дана дискретная случайная величина  $X$ . Найти: а) математическое ожидание; б) дисперсию; в) среднеквадратическое отклонение.

$x$	1	2	3	4	5
$p$	0,2	0,3	0,2	0,1	0,2

4. Вероятность успешной сдачи экзамена по первому, второму и третьему предметам у данного студента соответственно равны 0,6; 0,7; 0,75. Найти вероятность того, что он успешно сдаст все экзамены.

БИЛЕТ № 5

1. Сформулировать признаки сравнения (перечислить табличные ряды).

2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 + 2}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3n+1}{2n} \right)^{n^2}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}; \quad 4) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}; \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{n}{2n+1}.$$

3. Найти а)  $M(X)$  б)  $D(X)$ ; в)  $\sigma(X)$ , если ряд распределения дискретной случайной величины  $X$ :

$X$	2	4	6	8
$P$	0,4	0,2	0,2	0,2

4. Среди 20 студентов группы, в которой 7 девушек, разыгрывается 6 билетов в кино. Найти вероятность того, что среди обладателей билетов окажется хотя бы одна девушка.

БИЛЕТ № 6

1. Сформулировать признаки Даламбера, Коши.
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{n-1}}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{4^n}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left( \frac{n}{n+1} \right)^{n^2}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^{n-1}}; \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{3^n}.$$

3. Сколькими способами можно выбрать людей на 4 одинаковые должности из 15 кандидатов.

4. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти а) плотность

вероятности  $f(x)$ ; б)  $M(X)$ ; в)  $D(X)$ ; г)  $\sigma(X)$ .  $F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ x^2/49, & \text{при } 0 < x \leq 7 \\ 1, & \text{при } x > 7 \end{cases}$

БИЛЕТ № 7

1. Достаточный признак сходимости знакопеременных рядов.
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^{n+2}}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{e^n}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{2n} \right)^{n^2}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n \cdot n^2}{2^n}; \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[4]{n^5}}.$$

3. В ящике 20 шаров, из которых 8 красных, 7 синих и 5 зеленых. Наугад выбирают 5 шаров.

Найти вероятность того, что среди них 1 зеленый, 2 синих и 2 красных шара.

4. Дана дискретная случайная величина  $X$ . Найти: а) математическое ожидание; б) дисперсию; в) среднеквадратическое отклонение.

$x$	-2	2	3	4	5
$p$	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

БИЛЕТ № 8

1. Признак Даламбера.
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{n+5}}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{7^n}{8^n \cdot n^7}; \quad 3) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2^{n+2}}{(n-2)!}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n^2+5n+8}{3n-2} \right)^n; \quad 5) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \cdot 5^n}.$$

3. В партии из 12 деталей 8 стандартных. Найти вероятность того, что среди пяти взятых наудачу деталей три стандартных

4. Имеются 2 урны. В первой 7 белых шаров и 3 чёрных, во второй – 3 белых и 4 чёрных. Из первой урны во вторую переложили 2 шара, затем из второй урны наудачу взяли один шар. Какова вероятность того, что этот шар белый?

БИЛЕТ № 9

1. Знакопеременные и знакочередующиеся ряды.
2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+3n}}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \arctg \frac{1}{5^n} \right)^n; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{2^{2n}}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+6}; \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

3. В урне 5 синих 8 красных шаров, одинаковых по размерам и весу. Из урны извлекают один шар и откладывают в сторону, этот шар оказался красным. Найти вероятность того, что

следующий шар окажется тоже красным.

4. В мешочке 5 одинаковых кубиков. На всех гранях каждого из кубиков написана одна из следующих букв: о, п, р, с, т. Найти вероятность того, что на вынутых по одному и расположенных в порядке вынимания «в одну линию» кубиках будет получаться слово «спорт».

#### БИЛЕТ № 10

1. Числовые ряды, понятие сходимости и расходимости числового ряда.

2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+2}}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \operatorname{tg} \frac{\pi}{5^n} \right)^{3n}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot (n+2)!}{n^5}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[5]{3n-1}}; \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^2}.$$

3. В ящике 20 шаров, из которых 8 красных, 7 синих и 5 зеленых. Наугад выбирают 5 шаров. Найти вероятность того, что среди них 1 зеленый, 2 синих и 2 красных шара.

4. На трёх станках производятся подшипники. Вероятность брака для первого станка равна 0,02; для второго – 0,03; для третьего – 0,04. Производительности этих станков находятся в соотношении 1:2:6. Какова вероятность того, что взятый наудачу подшипник оказался бракованным?

#### БИЛЕТ № 11

1. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов.

2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 2^n}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(2n)!}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{(2n-1)^2}}; \quad 5) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\ln n}.$$

3. Дана дискретная случайная величина  $X$ . Найти: а) математическое ожидание; б) дисперсию; в) среднеквадратическое отклонение.

$$p \quad 0,2 \quad 0,2 \quad 0,2 \quad 0,2 \quad 0,2$$

4. В ящике находится 7 бракованных и 16 годных деталей. Найти вероятность того, что среди трех наудачу извлеченных деталей одна годная.

#### БИЛЕТ № 12

1. Свойства абсолютно сходящихся рядов.

2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n^5}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+1))^{2n}}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{n^3}; \quad 5) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{2n+1}}.$$

3. Наудачу выбрано натуральное число, не превосходящее число 30. Какова вероятность того, что это число является делителем 30?

4. Дана дискретная случайная величина  $X$ . Найти: а) математическое ожидание; б) дисперсию; в) среднеквадратическое отклонение.

$$\begin{array}{l} x \quad 1 \quad 4 \quad 6 \quad 7 \quad 8 \\ p \quad 0,1 \quad 0,1 \quad 0,1 \quad 0,1 \quad 0,6 \end{array}$$

#### БИЛЕТ № 13

1. Признаки Коши.

2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^{n-1}}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(\ln(n+3))^n}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{9}{10}\right)^n \cdot n^7; \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^{\sqrt[3]{n}}}.$$

3. Брошены две игральные кости. Найти вероятность, что сумма выпавших очков равна восьми.

4. Непрерывная случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти: а) плотность вероятности  $f(x)$ ; б) математическое ожидание  $a$ ; в) дисперсию  $D$ , если

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ 1 - \cos x, & \text{при } 0 \leq x \leq \pi/2, \\ 1, & \text{при } x > \pi/2. \end{cases}$$

#### БИЛЕТ № 14

1. Интервал и радиус сходимости степенного ряда

2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=4}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n-3}}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{4n}\right)^{3n}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{3^n}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n n!}{n^n}; \quad 5) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\ln n}.$$

3. Дана дискретная случайная величина  $X$ . Найти: а) математическое ожидание; б) дисперсию; в) среднеквадратическое отклонение.

$x$	1	4	6	7	8
$p$	0,1	0,1	0,3	0,1	0,6

4. Сколькими способами можно выбрать людей на 4 одинаковые должности из 15 кандидатов.

#### БИЛЕТ № 15

1. Признак Лейбница.

2. Исследовать на сходимость ряды:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3+2}}; \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{tg} \frac{\pi}{5^n}\right)^{3n}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot (n+2)!}{n^5}; \quad 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[5]{3n-1}}; \quad 5) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^2}.$$

3. В партии из 15 деталей 10 стандартных. Найти вероятность того, что среди пяти взятых наудачу деталей три стандартных.

4. Непрерывная случайная величина  $X$  задана функцией распределения  $F(x)$ . Найти: а) плотность вероятности  $f(x)$ ; б) математическое ожидание  $a$ ; в) дисперсию  $D$ , если

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0, \\ x^3/8, & \text{при } 0 \leq x \leq 2, \\ 1, & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

**Критерии оценки** (в рамках промежуточной аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» ответ студента на



*экзамене оценивается по 5-бальной шкале.*

**Критерий оценки ответа на экзамене:**

– **5 баллов** получает студент, продемонстрировавший полное владение знаниями в соответствии с требованиями учебной программы, т.е. решивший все задания без ошибок в логических рассуждениях и в обосновании решения;

– **4 балла** получает студент, который при полном владении знаниями в соответствии с требованиями учебной программы допустил отдельные несущественные ошибки либо приведенные им решения недостаточно обоснованы;

– **3 балла** получает студент при неполном изложении полученных знаний, допустивший при этом отдельные существенные ошибки;

– **2 балла** получает студент при бессистемном изложении материала, допускающий существенные ошибки, которые могут препятствовать усвоению дальнейшей учебной информации.