

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ГРОЗНИНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени академика М.Д. Миллионщикова

ФИО: Минцаев Магомед Шавалович

Должность: Ректор

Дата подписания: 20.11.2023 18:59:12

Уникальный программный ключ:

236bcc35c296f119d6aafdc22836b21db52dbc07971a86865a5825f9fa4304cc

«УТВЕРЖДАЮ»

Первый проректор

И.Г. Гайрабеков



## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

### Дисциплины

### Сопротивление материалов

### Направление подготовки

### 15.03.02 Технологические машины и оборудование

### Профиль подготовки

### Машины и аппараты пищевых производств

### Оборудование нефтегазопереработки

### Машины и оборудование нефтяных и газовых промыслов

### Квалификация выпускника

### Бакалавр

## 1. Цели и задачи дисциплины

Сопротивление материалов – часть механики, в которой рассматриваются вопросы расчета элементов конструкции на прочность, жесткость и устойчивость.

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к вариативной части математического и естественнонаучного цикла. Для изучения курса **требуется знание:** математики, теоретической механики и инженерной графики.

В свою очередь, данный курс, помимо самостоятельного значения, является **предшествующей** дисциплиной для курсов: детали машин и основы конструирования; насосы и компрессоры; машины и аппараты нефтегазопереработки; монтаж и ремонт оборудования нефтегазопереработки; конструирование и расчет машин и аппаратов.

## 3. Требования к результатам освоения дисциплины

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

### **производственно-технологическая деятельность:**

- способностью обеспечивать технологичность изделий и оптимальность процессов их изготовления, умение контролировать соблюдение технологической дисциплины при изготовлении изделий(ПК-10).

- умение проверять техническое состояние и остаточный курс технологического оборудования, организовать профилактический осмотр и текущий ремонт технологических машин и оборудования (ПК-13).

### **В результате освоения дисциплины обучающийся должен**

**знать:** основы напряженного и деформированного состояния деталей и элементарного объема материала; сложное сопротивление: косой изгиб, внецентренное растяжение-сжатие, изгиб с кручением; устойчивость сжатых стержней; действие переменных нагрузок.

**уметь:** определять внутренние усилия и построение соответствующих эпюр; определять напряжения при растяжении-сжатии, кручении и изгибе, условия прочности; определять деформации, условия жесткости.

**владеть:** основными методами расчета статически определимых и неопределимых систем.

#### 4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы		Всего часов/з.е.		Семестры			
				4	5	4	5
		ОФО	ЗФО	ОФО	ОФО	ЗФО	ЗФО
<b>Контактная работа(всего)</b>		<b>116/3,2</b>	<b>30/0,83</b>	<b>48</b>	<b>68</b>	<b>14</b>	<b>16</b>
В том числе:							
Лекции		66/1,83	16/0,44	32/0,8	34/0,9	8/0,2	8/0,2
Практические занятия		50/1,38	14/0,39	16/0,4	34/0,9	6/0,2	8/0,2
<b>Самостоятельная работа (всего)</b>		<b>100/2,7</b>	<b>186/5,2</b>	<b>60/1,6</b>	<b>40/1,1</b>	<b>93/2,6</b>	<b>93/2,6</b>
В том числе:							
Расчетно-графические работы		84/2,3		50/1,3	34/0,9		
Контрольные работы			150/4,2			93/2,6	57/1,6
Подготовка к экзамену		16/0,4	36/1	10/0,2	6/0,16		36/1
<b>Вид отчетности</b>				<b>Зачет</b>	<b>Экзамен</b>	<b>Зачет</b>	<b>Экзамен</b>
<b>Общая трудоемкость дисциплины</b>	<b>Всего в часах</b>	<b>216</b>	<b>216</b>	<b>108</b>	<b>108</b>	<b>108</b>	<b>108</b>
	<b>Всего в зачетных единицах</b>	<b>6</b>	<b>6</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>3</b>

#### 5. Содержание дисциплины

##### 5.1. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины по семестрам	Лекц. зан. часы	Практ. зан. часы	Лаб. зан. часы	Всего часов
1	Простые виды деформаций, расчеты на прочность (4 семестр)	32	16		48
2	Сложные виды деформаций, расчеты на жесткость и устойчивость (5 семестр)	34	34		68

## 5.2. Лекционные занятия

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1	Простые виды деформаций, расчеты на прочность	Предмет сопротивление материалов. Основные понятия. Напряженно-деформированное состояние в точке. Центральное растяжение и сжатие. Кручение. Прямой изгиб.
2	Сложные виды деформаций, расчеты на жесткость и устойчивость	Сложное сопротивление. Перемещения при изгибе. Устойчивость сжатых стержней. Расчет статически неопределимых систем

## 5.3. Лабораторный практикум (нет)

## 5.4. Практические занятия

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1	Простые виды деформаций, расчеты на прочность	Расчет плоского напряженно-деформированного состояния. Расчет объемного напряженно-деформированного состояния. Геометрические характеристики плоских сечений. Расчет на прочность при растяжении и сжатии. Расчет на прочность при кручении. Расчет на прочность при прямом изгибе.
2	Сложные виды деформаций, расчеты на жесткость и устойчивость	Расчет на прочность при сложном сопротивлении. Определение перемещений при изгибе. Расчет на устойчивость сжатых стержней. Расчет статически неопределимых систем.

## 6. Самостоятельная работа студентов по дисциплине.

### 6.1 Темы заданий расчетно-графической работы

№№ п/п	Задания
1	Геометрические характеристики поперечных сечений бруса.
2	Кручение.

3	Изгиб.
4	Совместное действие изгиба и кручения.
5	Расчет статически неопределимых систем методом сил.
6	Устойчивость прямых стержней.

## 6.2. Примеры выполнения заданий

### Образец к заданию № 1

Для заданного поперечного сечения, состоящего из швеллера и равнобокого уголка или из двутавра и равнобокого уголка, или из швеллера и двутавра, требуется:

- 1) определить положение центра тяжести;
- 2) найти осевые и центробежные моменты инерции относительно случайных осей, проходящих через центр тяжести ( $z_c$  и  $y_c$ );
- 3) определить направление главных центральных осей ( $U$  и  $V$ );
- 4) найти значение моментов инерции относительно главных центральных осей;
- 5) вычертить сечение в масштабе 1:2 и указать на нем все размеры в числах и все оси.

Пусть данные задачи следующие: номер схемы 1; швеллер №33; равнобокий уголок – 100x100x12.

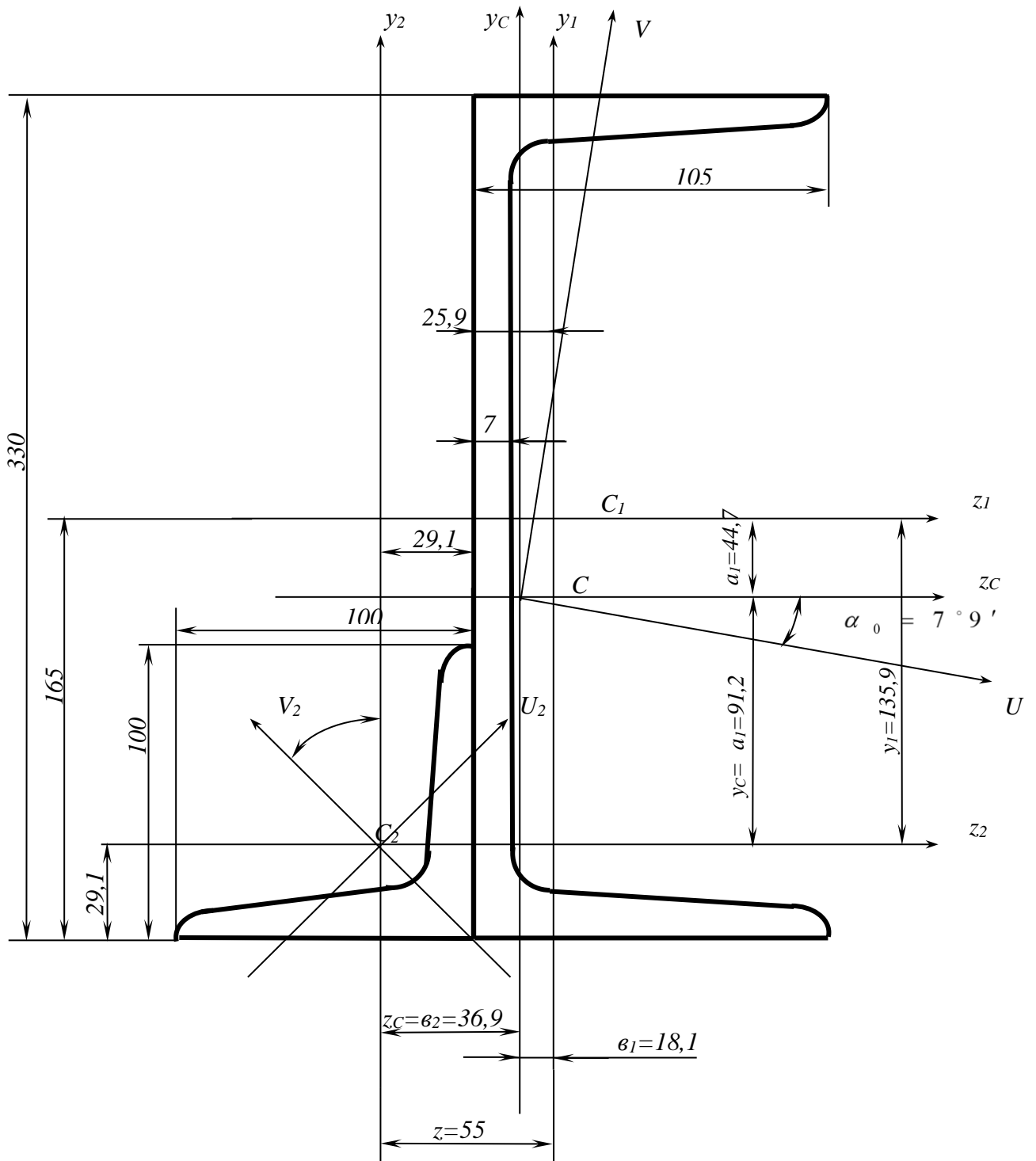
### Решение.

Вычерчиваем в масштабе 1:2 сложное сечение, проставляя размеры и обозначения осей.

На чертеже указываем главные центральные оси  $y_2$   $C_2$   $z_2$  уголка и главные центральные оси  $y_1$   $C_1$   $z_1$  швеллера. Основные размеры и необходимые для расчета геометрические характеристики выписываем из таблиц сортамента (Сборник задач по сопротивлению материалов под редакцией В.К. Качурина, стр. 418-429.).

Для швеллера находим по таблицам площадь его поперечного сечения, главные осевые моменты инерции:  $F_1 = 46,5\text{см}^2$ ;  $I_{z_1} = 7980\text{см}^4$ ;  $I_{y_1} = 410\text{см}^4$ .

Аналогично для уголка:  $F_2 = 22,8\text{см}^2$ ;  $I_{z_2} = I_{y_2} = 209\text{см}^4$ .



Определяем положение центра тяжести составного сечения в системе осей координат

$y_2 C_2 z_2$  :

$$y_C = \frac{S_z}{F} = \frac{F_1 y_1 + F_2 y_2}{F_1 + F_2} = \frac{46,5 \cdot 13,59 + 22,8 \cdot 0}{46,5 + 22,8} = 9,12 \text{ см};$$

$$z_C = \frac{S_y}{F} = \frac{F_1 z_1 + F_2 z_2}{F_1 + F_2} = \frac{46,5 \cdot 5,5 + 22,8 \cdot 0}{46,5 + 22,8} = 3,69 \text{ см}.$$

По полученным значениям  $y_C$  и  $z_C$  установим центр тяжести  $C$  сложного сечения.

Через точку  $C$  проведем центральные оси  $y_C C z_C$ . По формулам для случая параллельного переноса осей координат находим моменты инерции относительно осей

$y_C C z_C$ . Имеем:

$$I_z = I_{z_1} + a_1^2 F_1 + I_{z_2} + a_2^2 F_2 = 7980 + 4,47^2 \cdot 46,5 + 209 + 9,12^2 \cdot 22,8 = 11014,44 \text{ см}^4;$$

$$I_y = I_{y_1} + e_1^2 F_1 + I_{y_2} + e_2^2 F_2 = 410 + 1,81^2 \cdot 46,5 + 209 + 3,69^2 \cdot 22,8 = 1081,79 \text{ см}^4;$$

$$I_{zy} = I_{z_1 y_1} + a_1 e_1 F_1 + I_{z_2 y_2} + a_2 e_2 F_2$$

При этом, поскольку оси  $y_1 C_1 z_1$  для швеллера главные, то  $I_{z_1 y_1} = 0$ .

Находим центробежный момент инерции  $I_{z_2 y_2}$  уголка относительно осей  $y_2 C_2 z_2$ , которые для уголка не являются главными. В таблицах сортамента приведены главные оси  $V_2 C_2 U_2$  уголка:  $I_{V_2} = 331 \text{ см}^4$ ,  $I_{U_2} = 86,9 \text{ см}^4$ . Угол  $\alpha$ , определяющий положение осей  $y_2 C_2 z_2$

относительно осей  $V_2 C_2 U_2$ , будет от оси  $U_2$  откладываться по часовой стрелке, следовательно, он отрицательный:  $\alpha_2 = -45^\circ$ .

Тогда

$$I_{z_2 y_2} = I_{U_2 V_2} \cos 2\alpha_2 = \frac{1}{2} (I_{V_2} - I_{U_2}) \sin 2\alpha_2 = \frac{1}{2} (I_{V_2} - I_{U_2}) \sin(-90^\circ) = \frac{1}{2} (89,6 - 331) \cdot (-1) = 122,05 \text{ см}^4$$

При этом используем формулы для зависимостей между моментами инерции при повороте осей.

Вычисляем момент инерции составного сечения относительно центральных осей  $y_C C z_C$ :

$$I_{y_C z_C} = 0 + 4,47 \cdot 1,81 \cdot 46,5 + 122,05 + 19,12 \cdot 3,69 \cdot 22,8 = 1265,5 \text{ см}^4.$$

Находим угол  $\alpha_0$ , определяющий положение главных центральных осей  $UCV$  сложного сечения относительно осей  $y_C C z_C$ :

$$\text{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2I_{y_C z_C}}{I_{z_C} - I_{y_C}} = -\frac{2 \cdot 1265,5}{11014,44 - 1081,79} = -0,255;$$

$$2\alpha_0 = -14^\circ 18'; \alpha_0 = -7^\circ 9'.$$

Проводим через центр тяжести составного сечения  $C$  главные центральные оси  $UCV$ .

Находим главные моменты инерции относительно главных центральных осей  $UV$ .

$$I_U = \frac{1}{2} \left[ (I_{z_c} + I_{y_c}) \pm \sqrt{(I_{z_c} - I_{y_c})^2 + 4I_{y_c z_c}^2} \right];$$

$$I_V = \frac{1}{2} \left[ (I_{z_c} + I_{y_c}) \mp \sqrt{(I_{z_c} - I_{y_c})^2 + 4I_{y_c z_c}^2} \right];$$

причем верхние знаки следует брать при  $I_{z_c} > I_{y_c}$ , а нижние – при  $I_{z_c} < I_{y_c}$ .  
 Так как в нашем случае  $I_{z_c} > I_{y_c}$ , то после вычислений получаем  $I_U = 11173,16 \text{ см}^4$ ;  $I_V = 923,08 \text{ см}^4$ ;  $I_{UV} = 0$ , так как оси  $UV$  – главные.

### Образец к заданию № 2

К стальному валу приложены три известных момента:  $M_1, M_2, M_3$ .

Требуется:

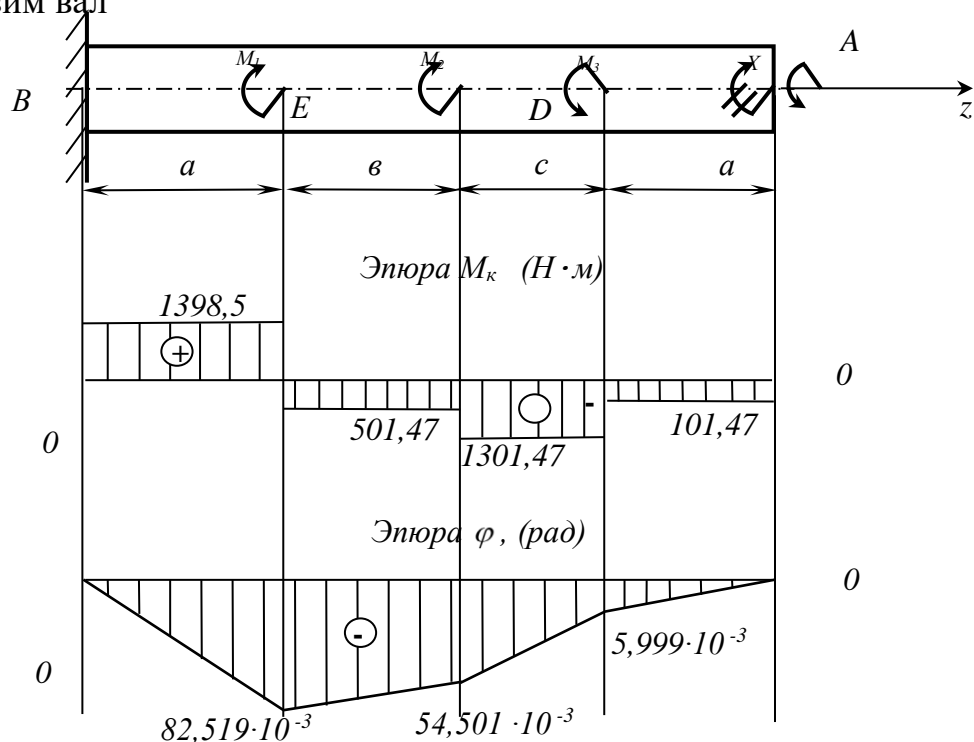
- 1) установить, при каком значении момента  $X$  угол поворота правого концевого сечения вала равен нулю;
- 2) для найденного значения  $X$  построить эпюру крутящих моментов;
- 3) при заданном значении  $[\tau]$  определить диаметр вала из расчета на прочность и округлить его значение до ближайшего большего, соответственно равного: 30, 35, 40, 45, 50, 60, 70, 80, 90, 100 мм;
- 4) построить эпюру углов закручивания;
- 5) найти наибольший относительный угол закручивания (на 1 м).

Пусть данные задачи следующие: схема – 2;  $a = 1,9 \text{ м}$ ;  $b = 1,8 \text{ м}$ ;  $c = 1,2 \text{ м}$ ;

$M_1 = 1900 \text{ Нм}$ ;  $M_2 = 800 \text{ Нм}$ ;  $M_3 = 1200 \text{ Нм}$ ;  $[\tau] = 80 \text{ МПа}$ .

Решение

Изобразим вал





Обозначим правый конец вала буквой  $A$ , левый – буквой  $B$ . Угол поворота сечения  $A$  по условию задачи равен нулю, угол поворота сечения  $B$  также равен нулю, поскольку это сечение заземлено. В заземленном сечении будет возникать реактивный момент  $M_A$ . Таким образом, имеем два неизвестных –  $X$  и  $M_A$ . В данной задаче имеем систему, для которой можно составить только одно уравнение равновесия:  $\sum M_Z = 0$ , где  $Z$  – ось вала. Таким образом, задача 1 раз статически неопределима.

Для раскрытия статической неопределимости к уравнению равновесия нужно добавить условие совместности деформаций, выражающее тот факт, что угол поворота одного концевое сечения относительно другого равен нулю. В данной задаче вал нагружен сосредоточенными крутящими моментами, поэтому эпюра на каждом участке вала будет постоянной.

Таким образом, вся эпюра  $M_K$  – кусочно постоянная функция. Следовательно, на каждом участке вала для вычисления углов поворота можно применить элементарный закон Гука при кручении. Если будем рассматривать вал слева направо, то крутящие моменты на каждом участке вала выразятся через неизвестный момент  $X$ . Учтем, что угол поворота одного торцевого сечения относительно другого торцевого сечения равен арифметической сумме углов закручивания для концевых сечений всех участков:

$$\varphi_{A-B} = \frac{X \cdot a}{GI_\rho} + \frac{(X - M_3)c}{GI_\rho} + \frac{(X - M_3 + M_2)e}{GI_\rho} + \frac{(X - M_3 + M_2 + M_1)a}{GI_\rho} = 0$$

Отсюда, сокращая на  $GI_\rho$ , получаем

$$X = \frac{M_3(a + e + c) - M_2(a + e) - M_1a}{2a + e + c} = \frac{1200(1,9 + 1,8 + 1,2) - 800(1,9 + 1,8) - 1900 \cdot 1,9}{2 \cdot 1,9 + 1,8 + 1,2} = -101,47H \cdot м$$

Знак (-) при полученном значении требует в правом торцевом сечении выбрать новое направление крутящего момента  $X$ , противоположное исходному.

Построим эпюру крутящих моментов  $M_K$ , как обычно с использованием метода сечений, разбивая вал на участки.

На участке AC:  $M_K = -X = -101,47H \cdot м$ ;

на участке CD:  $M_K = -X - M_3 = -101,47 - 1200 = -1301,47H \cdot м$ ;

на участке DE:  $M_K = -X - M_3 + M_2 = -101,47 - 1200 + 800 = -501,47H \cdot м$ ;

на участке BE:

$M_K = -X - M_3 + M_2 + M_1 = -101,47 - 1200 + 800 + 1900 = 1398,53H \cdot м$ .

Анализируя построенную эпюру  $M_K$ , видим, что опасным сечением будет весь участок  $BE$ , где есть наибольший крутящий момент. Таким образом,  $M_K^{\max} = 1398,53H \cdot м$ .

Из условия прочности при кручении получаем формулу для определения диаметра вала:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16M_K^{\max}}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 1398,53}{3,14 \cdot 80 \cdot 10^6}} = 0,0446м. = 4,46см$$

При этом полярный момент сопротивления круглого вала  $W_{\rho} = \frac{\pi d^3}{16}$ .

Принимаем диаметр вала равным  $d = 4,5 \text{ см}$ .

Строим эпюру углов закручивания, учитывая, что эпюра крутящих моментов – кусочно постоянная функция, поэтому на каждом участке можно применить элементарный закон Гука для углов закручивания:  $\varphi = \frac{M_{\kappa} l}{GI_{\rho}}$ , где

$$I_{\rho} = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 4,5^4}{32} = 40,24 \text{ см}^4, \text{ а } G = 8 \cdot 10^{10} \text{ Па}$$

$$\varphi_{C-A} = -\frac{101,47 \cdot 1,9}{8 \cdot 10^{10} \cdot 40,24 \cdot 10^{-8}} = -5,999 \cdot 10^{-3} \text{ рад};$$

$$\varphi_{D-C} = -\frac{1301,47 \cdot 1,2}{8 \cdot 10^{10} \cdot 40,24 \cdot 10^{-8}} = -48,502 \cdot 10^{-3} \text{ рад};$$

$$\varphi_{E-D} = -\frac{501,47 \cdot 1,8}{8 \cdot 10^{10} \cdot 40,24 \cdot 10^{-8}} = -28,018 \cdot 10^{-3} \text{ рад};$$

$$\varphi_{B-E} = \frac{1398,53 \cdot 1,9}{8 \cdot 10^{10} \cdot 40,24 \cdot 10^{-8}} = 82,519 \cdot 10^{-3} \text{ рад}.$$

Угол закручивания сечения А относительно сечения В по условию задачи должен быть равен нулю. Проверим правильность вычисления:

$$\varphi_{A-B} = \varphi_{C-A} + \varphi_{D-C} + \varphi_{E-D} + \varphi_{B-E} = (-5,999 - 48,502 - 28,018 + 82,519) \cdot 10^{-3} = 0.$$

Находим наибольший относительный угол закручивания. При этом использована формула  $\Theta = \frac{\varphi}{l}$ , где  $\varphi = \frac{M_{\kappa} l}{GI_{\rho}}$  – угол закручивания, вычисленный

для концевых сечений участка;  $l$  – длина участка. Тогда  $\Theta = \frac{M_{\kappa}}{GI_{\rho}}$ .

Учитывая относительный угол закручивания (угол поворота одного сечения вала относительно другого сечения вала, когда расстояние между сечениями равно единице длины), можно для определения  $\Theta$  использовать эпюру углов закручивания. Тогда относительный угол закручивания на участке  $C-A$

$$\Theta_{C-A} = -\frac{5,999 \cdot 10^{-3}}{1,9} = -3,146 \cdot 10^{-3} \text{ рад/м}. \text{ Аналогично на других участках:}$$

$$\Theta_{D-C} = -\frac{48,502 \cdot 10^{-3}}{1,2} = -40,418 \cdot 10^{-3} \text{ рад/м};$$

$$\Theta_{E-D} = -\frac{28,018 \cdot 10^{-3}}{1,8} = -15,565 \cdot 10^{-3} \text{ рад/м};$$

$$\Theta_{B-E} = \frac{82,519 \cdot 10^{-3}}{1,9} = 43,43 \cdot 10^{-3} \text{ рад/м}.$$

Наибольший относительный угол закручивания вала  $\Theta = 43,43 \cdot 10^{-3} \text{ рад/м}$ .

### Образец к заданию № 3

Для заданных двух схем балок составить уравнения поперечной силы  $Q$  и

изгибающего момента  $M$ , построить эпюры  $Q$  и  $M$ .

Подобрать по  $M_{max}$ :

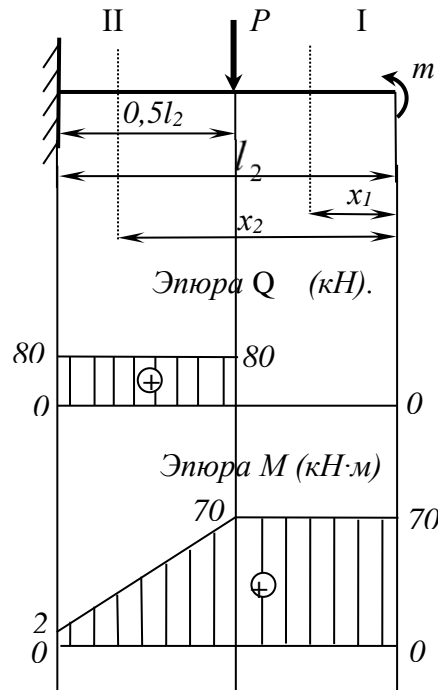
а) для консольной балки – диаметр деревянного бруса круглого поперечного сечения;

б) для двухопорной балки – номер стального стандартного двутавра с проверкой прочности по формуле Журавского. При расчетах принять  $[\sigma]_{дер} = 10 \text{ МПа}$ ;  $[\sigma]_{cm} = 160 \text{ МПа}$ ;  $[\tau]_{cm} = 100 \text{ МПа}$ .

Допустим, что данные задачи следующие:  $l_2 = 1,7 \text{ м}$ ;  $P = 80 \text{ кН}$ ;  $q = 40 \text{ кН/м}$ ;  $m = 70 \text{ кН}\cdot\text{м}$ .

Решение.

Рассмотрим консольную балку. На отдельном листе изобразим схему балки, проставим все необходимые данные. Разобьем балку на участки; запишем для каждого участка уравнения поперечной силы  $Q$  и изгибающего момента  $M$ ; определим по этим уравнениям числовые значения  $Q$  и  $M$ .



участок ( $0 \leq x_1 \leq 0,5l_2$ );  $Q_{x_1} = 0$ ;  $M_{x_1} = m = 70 \text{ кН}\cdot\text{м}$ .

участок ( $0,5l_2 \leq x_2 \leq l_2$ );  $Q_{x_2} = P = 80 \text{ кН}$ ;

$M_{x_2} = m - P\left(x_2 - \frac{l_2}{2}\right)$ . При  $x_2 = 0,5l_2$ ;  $M_{(x_2=0,5l_2)} = m - P(0,5l_2 - 0,5l_2) = m = 70 \text{ кН}\cdot\text{м}$ .

При  $x_2 = l_2$ ;

$$M_{(x_2=l_2)} = m - P \frac{l_2}{2} = 70 - 80 \cdot \frac{1,7}{2} = 70 - 68 = 2 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Строим эпюры поперечной силы  $Q$  и изгибающего момента  $M$ .  
По условию прочности при изгибе подбираем сечение балки по  $M_{\max}$ .

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} \leq [\sigma]_{\text{доп}}$$

$$W \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]_{\text{доп}}} = \frac{70 \cdot 10^6}{10} = 7 \cdot 10^6 \text{ мм}^3 = 7000 \text{ см}^3$$

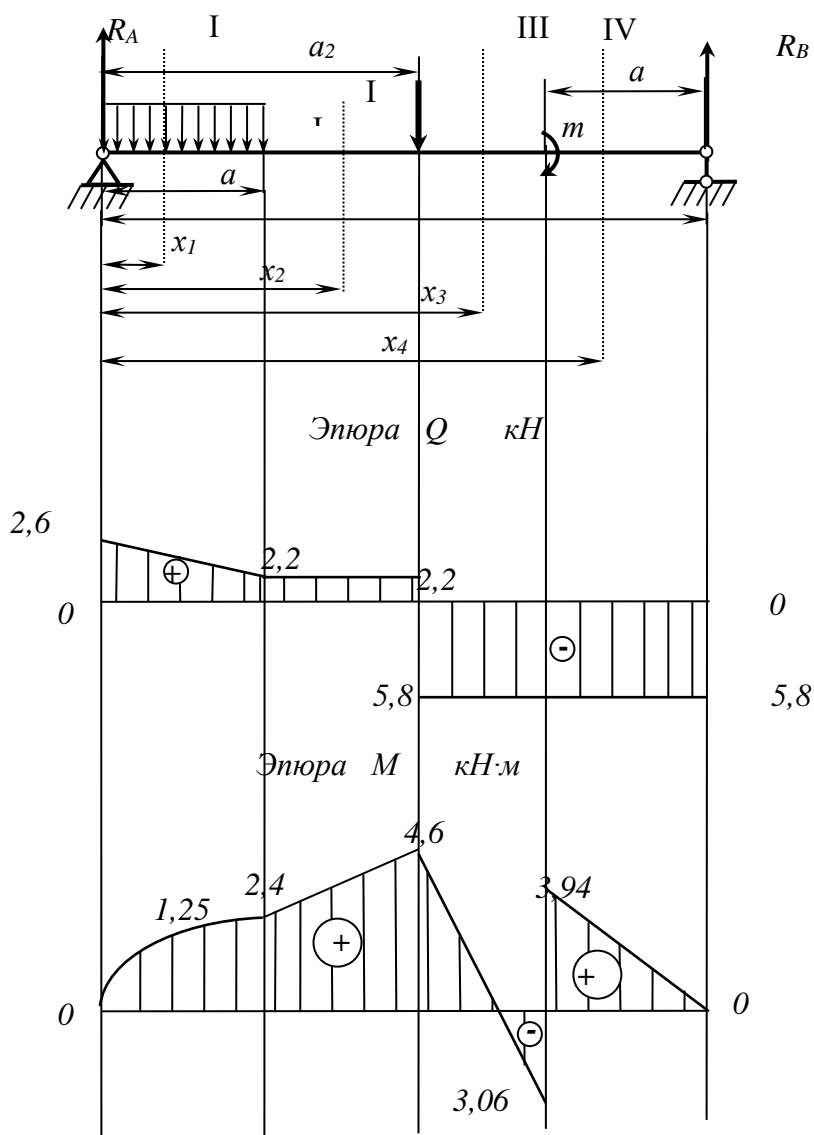
Если поперечное сечение круглое, осевой момент сопротивления  $W = \frac{\pi d^3}{32}$ ,

где  $d$  – диаметр сечения;  $d = \sqrt[3]{\frac{32W}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 7000}{3,14}} = 41,4 \text{ см}$ . Принимаем  $d = 42 \text{ см}$ .

Рассмотрим двухопорную балку (рис. 13). Изобразим схему балки и все необходимые данные. Допустим, что данные задачи следующие:

$$l_1 = 4 \text{ м}; q = 0,4 \text{ кН/м}; P = 8 \text{ кН}; a_1 = 1 \text{ м}; a_2 = 2 \text{ м}; a_3 = \frac{2}{3} \text{ м}; m = 7 \text{ кН} \cdot \text{м}; [\sigma]_{\text{см}} = 160 \text{ МПа}.$$

Решение.



Опорные реакции  $R_A$  и  $R_B$  определим по уравнения статики:

$$\sum M_A = 0;$$

$$-qa_1 \frac{a_1}{2} - Pa_2 - m + R_B l_1 = 0;$$

$$R_B = \frac{q \cdot \frac{a_1^2}{2} + Pa_2 + m}{l_1} = \frac{0,4 \cdot \frac{1^2}{2} + 8 \cdot 2 + 7}{4} = 5,8 \text{ кН}.$$

$$\sum M_B = 0;$$

$$-R_A l_1 + qa_1 \left( l_1 - \frac{a_1}{2} \right) + P(l_1 - a_2) - m = 0;$$

$$R_A = \frac{qa_1 \left( l_1 - \frac{a_1}{2} \right) + P(l_1 - a_2) - m}{l_1} = \frac{0,4 \cdot 1 \cdot \left( 4 - \frac{1}{2} \right) + 8 \cdot (4 - 2) - 7}{4} = 2,6 \text{ кН}$$

Проверка правильности вычисления реакций:

$$\sum Y = 0; \quad R_A + R_B - P - qa_1 = 2,6 + 5,8 - 8 - 0,4 \cdot 1 = 0; \text{ Реакции найдены верно.}$$

Разобьем балку на участки, запишем для каждого участка уравнения поперечной силы  $Q$  и изгибающего момента  $M$ .

Вычисляем величины  $Q$  и  $M$ .

**I участок** ( $0 \leq x_1 \leq a_1$ );  $Q_{x_1} = R_A - qx_1$ ;  $M_{x_1} = R_A x_1 - q \frac{x_1^2}{2}$ .

При  $x_1 = 0$ ;

$$Q_{(x_1=0)} = R_A = 2,6 \text{ кН}; \quad M_{(x_1=0)} = 0.$$

При  $x_1 = a_1$ ;

$$Q_{(x_1=a_1)} = R_A - qa_1 = 2,6 - 0,4 \cdot 1 = 2,2 \text{ кН};$$

$$M_{(x_1=a_1)} = R_A a_1 - q \frac{a_1^2}{2} = 2,6 \cdot 1 - 0,4 \cdot \frac{1^2}{2} = 2,4 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Поскольку уравнение  $M_{x_1}$  - парабола, вычислим его значение при  $x_1 = \frac{a_1}{2}$

(промежуточное значение):

$$M_{\left(x_1=\frac{a_1}{2}\right)} = R_A \frac{a_1}{2} - q \frac{\left(\frac{a_1}{2}\right)^2}{2} = 2,6 \cdot \frac{1}{2} - 0,4 \cdot \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2}{2} = 1,3 - 0,05 = 1,25 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

**II участок** ( $a_1 \leq x_2 \leq a_2$ );

$$Q_{x_2} = R_A - qa_1 = 2,6 - 0,4 \cdot 1 = 2,2 \text{ кН}.$$

$$M_{x_2} = R_A x_2 - qa_1 \cdot \left( x_2 - \frac{a_1}{2} \right).$$

При  $x_2 = a_1$ ;  $M_{(x_2=a_1)} = R_A a_1 - qa_1 \left( a_1 - \frac{a_1}{2} \right) = 2,6 \cdot 1 - 0,4 \cdot 1 \cdot \left( 1 - \frac{1}{2} \right) = 2,4 \text{ кН} \cdot \text{м}.$

При  $x_2 = a_2$ ;

$$M_{(x_2=a_2)} = R_A a_2 - qa_1 \left( a_2 - \frac{a_1}{2} \right) = 2,6 \cdot (2) - 0,4 \cdot 1 \cdot \left( 2 - \frac{1}{2} \right) = 5,2 - 0,6 = 4,6 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

**III участок** ( $a_2 \leq x_3 \leq l_1 - a_3$ );

$$Q_{x_3} = R_A - q \cdot a_1 - P = 2,6 - 0,4 \cdot 1 - 8 = -5,8 \text{ кН}.$$

$$M_{x_3} = R_A x_3 - qa_1 \left( x_3 - \frac{a_1}{2} \right) - P(x_3 - a_2).$$

При  $x_3 = a_2$ ;

$$M_{(x_3=a_2)} = R_A a_2 - qa_1 \left( a_2 - \frac{a_1}{2} \right) - P(a_3 - a_3) = 2,6 \cdot 2 - 0,4 \cdot 1 \cdot (2 - 0,5) - 0 = 5,2 - 0,6 = 4,6 \text{ кН}.$$

При  $x_3 = l_1 - a_3$ ;

$$\begin{aligned} M_{(x_3=l_1-a_3)} &= R_A (l_1 - a_3) - qa_1 \left( l_1 - a_3 - \frac{a_1}{2} \right) - P(l_1 - a_3 - a_2) = \\ &= 2,6 \cdot \left( 4 - \frac{2}{3} \right) - 0,4 \cdot 1 \cdot \left( 4 - \frac{2}{3} - \frac{1}{2} \right) - 8 \cdot \left( 4 - \frac{2}{3} - 2 \right) = 8,67 - 1,13 - 10,67 = -3,06 \text{ кН} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

**IV участок** ( $l_1 - a_3 \leq x_4 \leq l_1$ );

$$Q_{x_4} = R_A - qa_1 - P = -5,8 \text{ кН}.$$

$$M_{x_4} = R_A x_4 - qa_1 \left( x_4 - \frac{a_1}{2} \right) - P(x_4 - a_2) + m.$$

При  $x_4 = l_1 - a_3$ ;

$$\begin{aligned} M_{(x_4=l_1-a_3)} &= R_A (l_1 - a_3) - qa_1 \left( l_1 - a_3 - \frac{a_1}{2} \right) - P(l_1 - a_3 - a_2) + m = \\ &= 2,6 \cdot \left( 4 - \frac{2}{3} \right) - 0,4 \cdot 1 \cdot \left( 4 - \frac{2}{3} - \frac{1}{2} \right) - 8 \cdot \left( 4 - \frac{2}{3} - 2 \right) + 7 = 8,67 - 1,13 - 10,6 + 7 = 3,94 \text{ кН} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

При  $x_4 = l_1$ ;

$$\begin{aligned} M_{(x_4=l_1)} &= R_A l_1 - qa_1 \left( l_1 - \frac{a_1}{2} \right) - P(l_1 - a_2) + m = 2,6 \cdot 4 - 0,4 \cdot 1 \cdot \left( 4 - \frac{1}{2} \right) - 8(4 - 2) + 7 = \\ &= 10,4 - 1,4 - 16 + 7 = 0 \end{aligned}$$

По полученным значениям ординат Q и M строим эпюры поперечной силы  $Q_{(x)}$  и изгибающего момента  $M_{(x)}$ .

Проверяем правильность очертания эпюр по теореме  $Q = \frac{dM}{dx}$ .

Убедившись в правильности эпюр M и Q, подбираем сечение балки по максимальному моменту.  $M_{\max} = 4,6 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

Так как при построении эпюры  $M_{(x)}$  не был учтен вес самой балки (нагрузка от которого может оказаться достаточно значительной), добавим 5% к величине  $M_{\max}$ . Тогда  $M_{\max}^{\text{расч}} = 4,6 + 0,23 = 4,83 \text{ кН} \cdot \text{м}$ .

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}^{\text{расч}}}{W} \leq [\sigma]_{\text{ст}}$$

$$W \geq \frac{M_{\max}^{\text{расч}}}{[\sigma]_{\text{ст}}} = \frac{4,83 \cdot 10^6}{160} = 30,18 \cdot 10^3 \text{ мм}^3 = 30,18 \text{ см}^3$$

По таблицам сортамента прокатной стали примем двутавровое сечение №10, характеристики которого следующие:  
 $W_x = 39,7 \text{ см}^3$ ;  $I_x = 198 \text{ см}^4$ ;  $S_x = 23 \text{ см}^3$ ;  $\delta = 4,5 \text{ мм}$  - толщина стенки двутавра.

Проверим прочность балки по формуле Журавского:

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} \cdot S_x}{\delta I} = \frac{5,8 \cdot 10^3 \cdot 23 \cdot 10^3}{4,5 \cdot 198 \cdot 10^4} = 14,97 \text{ МПа} \leq 100 \text{ МПа}.$$

#### Образец к заданию № 4

Исходные данные: схема – 2;  $a = 0,3 \text{ м}$ ;  $b = 0,85 \text{ м}$ ;  $n = 650 \text{ об/мин}$ ;  
 $N = 80 \text{ л.с}$ ;  $\alpha_1 = 55^\circ$ ; гипотеза прочности 2 (1 л.с.  $\approx 750 \text{ Вт}$ ).

Изобразим на отдельном листе схему вала, проставим необходимые размеры, под схемой вала оставим место для построения эпюр (рис. 17).

1. Крутящий момент, передаваемый шкивом  $E$ :

$$M_{\text{кр}(E)} = \frac{N}{\omega} = \frac{30 \cdot 750 \text{ Вт}}{\pi n} = \frac{22500 \cdot 80}{3,14 \cdot 650} = 880 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Крутящий момент, передаваемый шкивами  $C$  или  $D$ :

$$M_{\text{кр}(C)} = \frac{N/2}{\omega} = \frac{22500 \cdot 80}{3,14 \cdot 650 \cdot 2} = 440 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

2. Строим эпюру крутящих моментов.

3. Определим усилия  $T_1$  и  $T_2$  в ветвях ремней:

$$T_1 = \frac{2M_{\text{кр}(E)}}{d_1} = \frac{2 \cdot 880}{1} = 1760 \text{ Н}; \quad T_2 = \frac{2M_{\text{кр}(C)}}{d_2} = \frac{2 \cdot 440}{0,6} = 1470 \text{ Н};$$

4. Определим силы, изгибающие вал.

В месте посадки шкива  $E$  вал нагружен наклонной силой

$$R_1 = 3T_1 = 3 \cdot 1760 = 5280 \text{ Н},$$

а в местах насадки шкивов  $C$  и  $D$  – наклонными силами

$$R_2 = 3T_2 = 3 \cdot 1470 = 4410 \text{ Н}.$$

В тех же сечениях действуют вертикальные силы, равные весу шкивов:

$$Q_1 = 2000 \text{ Н}. \quad Q_2 = 1000 \text{ Н}.$$

Разложим силы  $R_1$  и  $R_2$  на вертикальные и горизонтальные составляющие; вертикальные составляющие сложим с весами шкивов.

Вертикальная нагрузка от шкива  $E$ :

$$P'_1 = Q_1 + R_1 \cdot \sin 55^\circ = 2200 + 5280 \cdot 0,819 = 6320H.$$

Вертикальная нагрузка от шкивов  $C$  и  $D$ :

$$P'_2 = Q_2 + R_2 \cdot \sin 40^\circ = 1000 + 4410 \cdot 0,623 = 3750H.$$

Горизонтальная нагрузка от шкива  $E$ :

$$P''_1 = R_1 \cdot \cos 55^\circ = 5280 \cdot 0,574 = 3030H.$$

Горизонтальная нагрузка от шкивов  $C$  и  $D$ :

$$P''_2 = R_2 \cdot \cos 40^\circ = 4410 \cdot 0,766 = 3380H.$$

При этом нагрузки  $P''_1$  и  $P''_2$  будут направлены в противоположные стороны.

Вертикальная плоскость:

определим реакции опор в вертикальной плоскости:

$$\sum M'_A = 0;$$

$$-P'_2 - P'_1(a + \epsilon) + R'_B(2a + \epsilon) - P'_2 \cdot 2(a + \epsilon) = 0;$$

$$R'_B = \frac{P'_2 a + P'_1(a + \epsilon) + P'_2 \cdot 2(a + \epsilon)}{2a + \epsilon} = \frac{3750 \cdot 0,3 + 6320 \cdot 1,15 + 3750 \cdot 2,3}{1,45} = 11740H.$$

$$\sum M'_B = 0;$$

$$-R'_A(2a + \epsilon) + P'_2(a + \epsilon) + P'_1 a - P'_2 \epsilon = 0;$$

$$R'_A = \frac{P'_2(a + \epsilon) + P'_1 a - P'_2 \epsilon}{2a + \epsilon} = \frac{3750 \cdot 1,15 + 6320 \cdot 0,3 - 3750 \cdot 0,85}{1,45} = 2080H.$$

Проверим правильность вычисления реакций:

$$\sum y = 0; \quad -P'_2 - P'_1 - P'_2 + R'_A + R'_B = -3750 - 6320 - 3750 + 2080 + 11740 = 0.$$

Вычислим значения изгибающего момента в вертикальной плоскости:

$$M'_A = 0;$$

$$M'_C = R'_A a = 2080 \cdot 0,3 = 624H \cdot m;$$

$$M'_E = R'_A(a + \epsilon) - P'_2 \epsilon = 2080 \cdot 1,15 - 3750 \cdot 0,85 = -800H \cdot m;$$

$$M'_B = R'_A(2a + \epsilon) - P'_2(a + \epsilon) - P'_1 a = 2080 \cdot 1,45 - 3750 \cdot 1,15 - 6320 \cdot 0,3 = -3190H \cdot m;$$

$$M'_D = 0.$$

Горизонтальная плоскость:

определим реакции опор в горизонтальной плоскости:



$$\sum M_A'' = 0;$$

$$-P_2''a + P_1''(a + \epsilon) + R_B''(2a + \epsilon) - P_2'' \cdot 2(a + \epsilon) = 0,$$

$$R_B'' = \frac{P_2''a - P_1''(a + \epsilon) + P_2'' \cdot 2(a + \epsilon)}{2a + \epsilon} = \frac{3380 \cdot 0,3 - 3030 \cdot 1,15 + 3380 \cdot 2,3}{1,45} = 3660H.$$

$$\sum M_B'' = 0;$$

$$-R_A''(2a + \epsilon) + P_2''(a + \epsilon) - P_1''a - P_2''\epsilon = 0,$$

$$R_A'' = \frac{P_2''(a + \epsilon) - P_1''a - P_2''\epsilon}{2a + \epsilon} = \frac{3380 \cdot 1,15 - 3030 \cdot 0,3 - 3380 \cdot 0,85}{1,45} = 70H.$$

Проверка правильности вычисления реакций:

$$\sum x = 0; \quad -P_2'' - P_2'' + P_1'' + R_A'' + R_B'' = -3380 - 3380 + 3030 + 70 + 3660 = 0.$$

Вычислим значения изгибающих моментов на границах участков в горизонтальной плоскости:

$$M_A'' = 0;$$

$$M_C'' = R_A''a = 70 \cdot 0,3 = 21H \cdot м;$$

$$M_E'' = R_A''(a + \epsilon) - P_2''\epsilon = 70 \cdot 1,15 - 3380 \cdot 0,85 = -2790H \cdot м;$$

$$M_B'' = R_A''(2a + \epsilon) - P_2''(a + \epsilon) + P_1''a = 70 \cdot 1,45 - 3380 \cdot 1,15 + 3030 \cdot 0,3 = 2870H \cdot м;$$

$$M_D'' = 0.$$

Строим эпюры изгибающих моментов в вертикальной и горизонтальной плоскостях.

1 Результирующий изгибающий момент:

$$M_A = 0;$$

$$M_C = \sqrt{(M_C')^2 + (M_C'')^2} = \sqrt{624^2 + 21^2} = 625H \cdot м;$$

$$M_E = \sqrt{(M_E')^2 + (M_E'')^2} = \sqrt{800^2 + 2790^2} = 2910H \cdot м;$$

$$M_B = \sqrt{(M_B')^2 + (M_B'')^2} = \sqrt{3190^2 + 2870^2} = 4300H \cdot м;$$

$$M_D = 0.$$

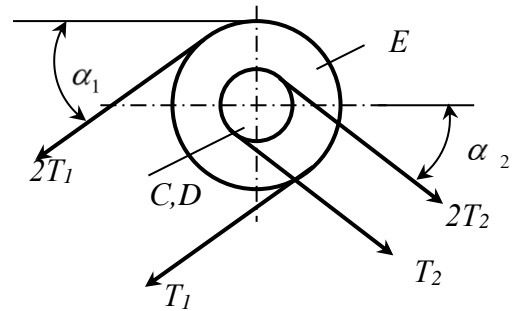
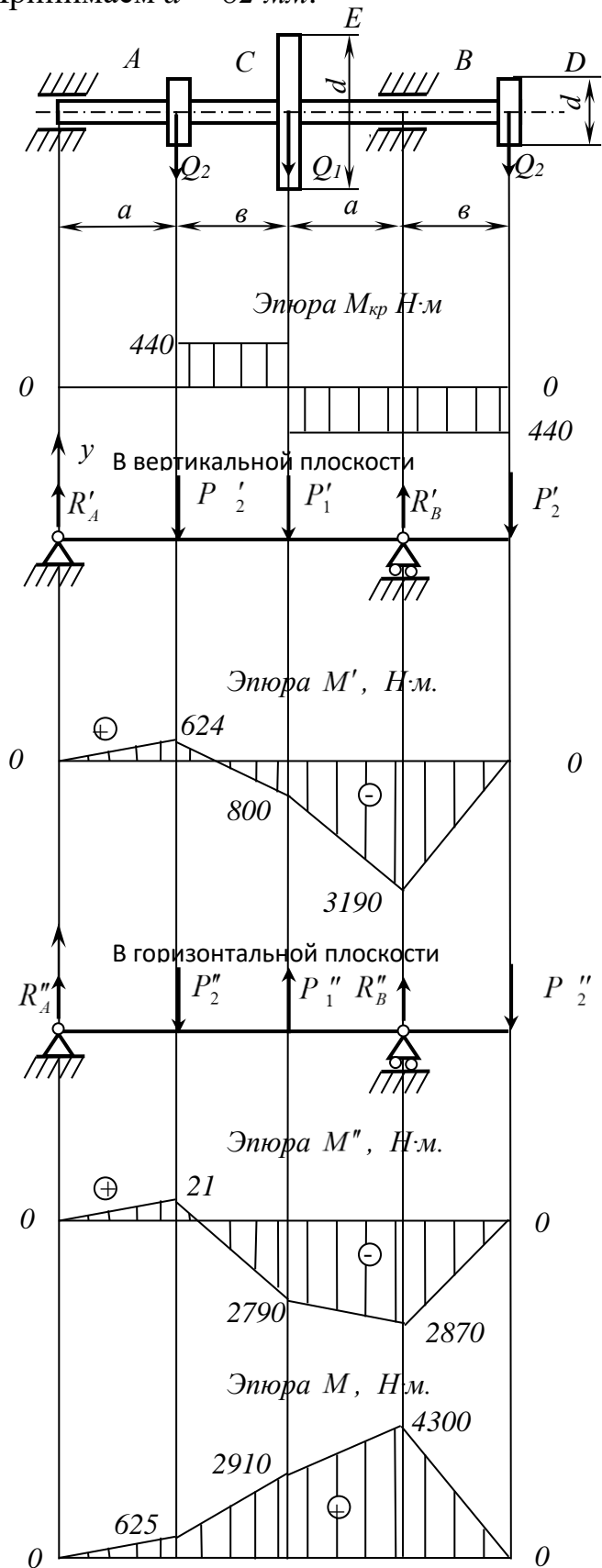
По полученным данным строим эпюру результирующего момента М. Хотя очертания этой эпюры между участками криволинейная зависимость, в силу того, что требуется только максимальные значения М на границах участков, в указанных местах условно проведены прямые линии.

7. Наибольшее значение результирующего изгибающего момента на эпюре в точке В:

8. Необходимый диаметр вала:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32M_{расч}}{\pi[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 4320}{3,14 \cdot 80 \cdot 10^6}} = 8,18 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 81,8 \text{ мм.}$$

Принимаем  $d = 82 \text{ мм.}$



## Образец к заданию № 5

Для статически неопределимых балок (таблица 5) с постоянными поперечными сечениями требуется построить эпюры изгибающих моментов  $M_x$  и поперечных сил  $Q_y$ .

Руководствуясь эпюрой изгибающих моментов  $M_x$  и условиями закрепления балки, изобразить вид упругой линии.

Исходные данные.

Для балки задано:  $l_1 = 2 \cdot l_2$ ,  $P = q \cdot l_1$ ,  $M = q \cdot l_1^2$ .

Требуется:

1. Определить степень статической неопределимости системы и составить уравнение совместимости деформаций.
2. Определить коэффициенты и решить каноническое уравнение метода сил.
3. Построить эпюры моментов  $M$  и поперечных сил  $Q$ .

Решение

1. Подсчитаем степень статической неопределимости по формуле

$$W = 3D - 2Ш - C,$$

где  $D = 1$  – число частей (дисков) системы;  $Ш = 0$  – количество шарниров в системе соединяющих «диски»;  $C = 4$  – число опорных стержней.

Получаем

$$W = 3 \cdot 1 - 2 \cdot 0 - 4 = -1,$$

следовательно, система один раз статически неопределима. Основную систему получим путём отбрасывания опоры в точке  $A$  и замены её действия неизвестным усилием  $X_1$ . Каноническое уравнение метода сил в данном случае запишется в следующем виде:

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \Delta_{1P} = 0.$$

2. От силы  $X_1$  строим эпюру  $M_1$ . Для определения величины  $\delta_{11}$  воспользуемся выражением

$$\delta_{ij} = \int_0^l \frac{M_i M_j}{EJ} dz, (i, j = 1, 2).$$

Фактически эпюру  $M_I$  нужно умножить саму на себя и проинтегрировать это произведение;

$$\delta_{11} = \frac{1}{EJ} \int_0^l M_1 M_1 dz = \frac{1}{EJ} \left( \frac{2l_2}{6} [2 \cdot (2l_2)^2] + \frac{l_2}{6} [2 \cdot (2l_2)^2] \right) = \frac{4l_2^3}{EJ}.$$

Для определения свободного коэффициента в каноническом уравнении строим в основной системе эпюру моментов  $M_P$  от внешней нагрузки (рис.19,в) и, используя способ Верещагина, получаем:

$$\begin{aligned} \Delta_{1P} &= \frac{1}{EJ} \int_0^l M_1 M_P dz = \\ &= -\frac{l_2}{6EJ} (2 \cdot 2l_2 \cdot 2ql_2^2 + 2ql_2^2 \cdot l_2) - \frac{l_2}{6EJ} (2 \cdot 2ql_2^2 \cdot 2l_2 + 2l_2 \cdot 4ql_2^2) + \frac{2}{3EJ} \cdot \frac{ql_2^2}{8} \cdot l_2 \cdot \frac{2l_2}{2} = -\frac{51}{12EJ} ql_2^4. \end{aligned}$$

При вычислении  $\Delta_{1P}$  было учтено, что эпюры  $M_I$  и  $M_P$  имеют разный знак, т.к. вызывают растяжение разных волокон – об этом говорит отрицательный знак при  $\Delta_{1P}$ . Кроме этого, криволинейный участок в эпюре  $M_P$  был представлен как разность трапеции и параболического сегмента.

Напишем уравнение совместимости деформаций в виде

$$EJ\delta_{11} \cdot X_1 + EJ\Delta_{1P} = 0,$$

и, подставляя найденные величины перемещений, получим:

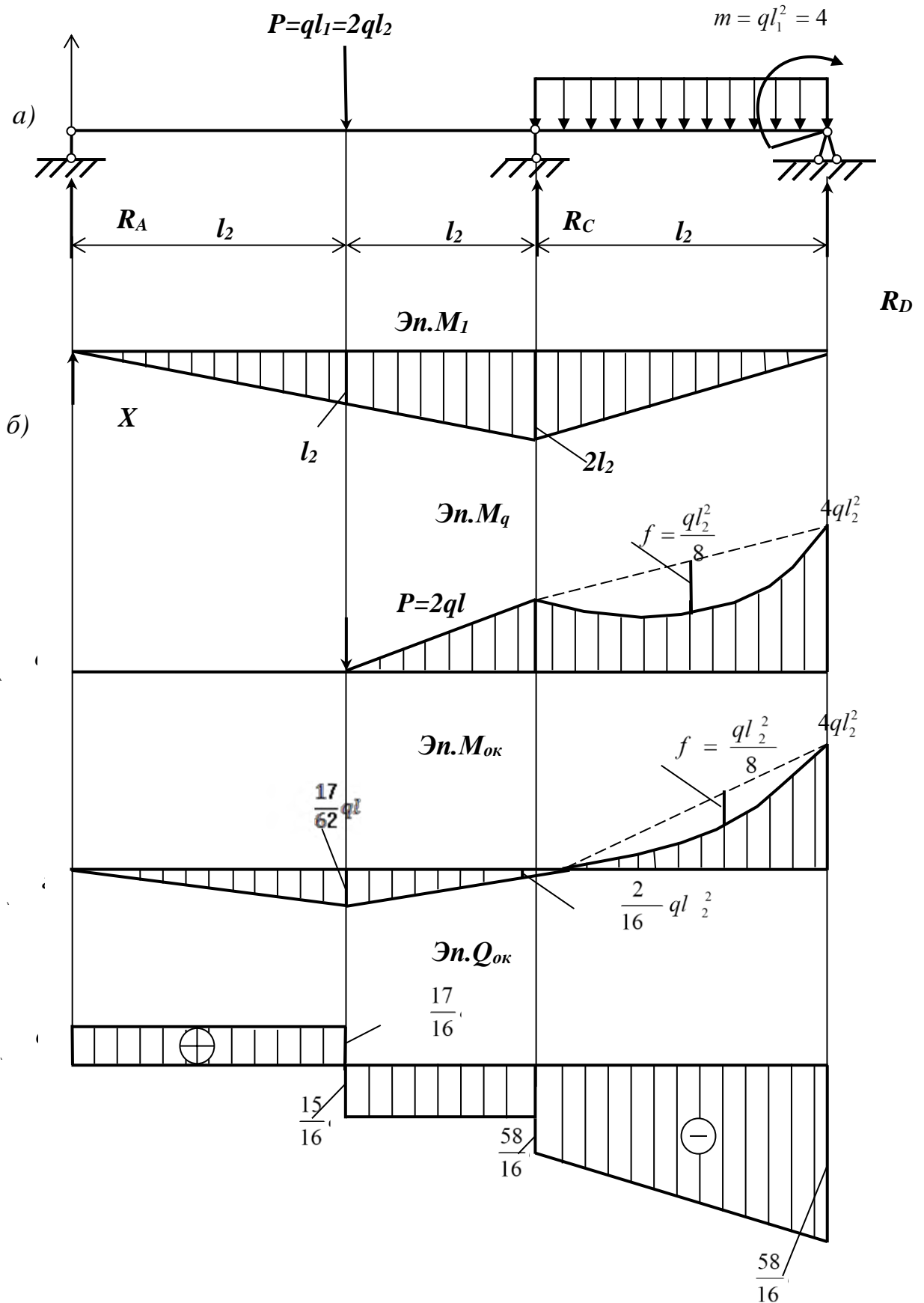
$$4l_2^3 \cdot X_1 = \frac{51}{12} ql_2^4, \text{ откуда } X_1 = \frac{17}{16} ql_2.$$

3. Окончательную эпюру изгибающих моментов получим по формуле:

$$M_{ок} = M_P + M_1 \cdot \frac{17}{16} ql_2.$$

Последнее формула означает, что окончательное значение момента в любом сечении определяется путём сложения значения момента в эпюре  $M_P$  с величиной момента в эпюре  $M_I$ , увеличенной на коэффициент  $\frac{17}{16} ql_2$  (рис.19,г). Эпюру  $Q_{ок}$  для заданной системы можно построить следующим образом. Заменив в заданной системе опорные реакции  $R_A$  на  $X_1$ , получим

статически определимую эквивалентную систему, тождественную заданной. Далее определяя остальные опорные реакции  $R_C$  и  $R_D$  и по методу сечений составляя аналитические выражения изменения поперечных сил на каждом участке, по ним определив ординаты в характерных сечениях, строится эпюра  $Q_{ок}$ .



### Образец к заданию № 6

Для стойки двутаврового поперечного сечения (ГОСТ 8239-72), одинаково закрепленной в обеих плоскостях центрально сжатой силой  $P$

Требуется:

1. Определить грузоподъемность  $P$ , указать положительные и отрицательные стороны конструкции колонны из двутавра.

2. Для найденной грузоподъемности  $P$  в целях лучшего использования материала заменить двутавр более рациональным сечением из двух двутавров или двух швеллеров, соединенными планками на сварке и вычертить в масштабе с указанием числовых размеров. Подобрать для нового варианта сечение, сравнить его по площади с первоначальным сечением и вычертить в масштабе с указанием числовых размеров.

Исходные данные.

Стойка двутаврового ( №30) поперечного сечения длиной  $L=3$  м. Из сортамента ГОСТ 8239-72, для двутавра №30 имеем:

площадь поперечного сечения -  $F = 46,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ ;

радиусы инерции сечения -  $i_x = 0,123 \text{ м}$  и  $i_y = 0,0269 \text{ м}$ ;

коэффициент приведения длины -  $\mu = 0,5$  (согласно рис.20);

расчетное сопротивление материала –  $R=190 \text{ Мпа}$ .

Требуется:

а) Рассчитать стойку на устойчивость, а также указать положительные и отрицательные стороны конструкции этой стойки;

б) Подобрать сечение из двух швеллеров (рис.21), вычертить его в масштабе с указанием числовых размеров и сравнить результаты по площади с сечением из двутавра.

Решение.

Определим максимальную гибкость стойки:

$$\lambda_{\max} = \frac{l_o}{i_{\min}} = \frac{\mu \cdot L}{i_y} = \frac{0,5 \cdot 3}{0,0269} = 55,76.$$

По таблице 5 находим коэффициент уменьшения расчетного сопротивления  $\varphi$  при  $\lambda_{\max} = 55,76$ ,

интерполируя до третьего знака после запятой:

$$\text{при } \lambda = 50 \rightarrow \varphi = 0,89;$$

$$\text{при } \lambda = 60 \rightarrow \varphi = 0,86.$$

Поэтому при  $\lambda = 55,76$

$$\varphi = 0,89 - \frac{0,89 - 0,86}{10} \cdot 5,76 = 0,873.$$

Определяем значение критической силы для данной стойки

$$P = \varphi \cdot F \cdot R = 0,873 \cdot 46,5 \cdot 10^{-4} \cdot 1,9 \cdot 10^5 = 771 \text{ кН}.$$

Преимуществом стойки из двутавра является простота конструкции и малая трудоемкость изготовления и монтажа, недостатком – неравная устойчивость в разных плоскостях.

Подбор составного сечения стойки будем производить путем последовательного приближения. Для этого зададимся произвольным значением коэффициента уменьшения расчетного сопротивления. Примем  $\varphi = 0,6$  и определим требуемую площадь поперечного сечения двух швеллеров:

$$F \geq 2 \cdot F_{ув} = \frac{P}{\varphi \cdot R} = \frac{771}{0,6 \cdot 1,9 \cdot 10^5} = 67,63 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \rightarrow F_{ув} = 3,38 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2.$$

По ГОСТ 8239-72 принимаем швеллер №24а, для которого: площадь поперечного сечения -  $F_{ув} = 0,00329 \text{ м}^2$ ; радиусы инерции сечения -  $i_x^{ув} = 0,0984 \text{ м}$  и  $i_y^{ув} = 0,0267 \text{ м}$ . Для принятого сечения из двух швеллеров определим максимальную гибкость:

$$\lambda = \frac{l_o}{i_{min}} = \frac{\mu \cdot L}{i_x^{ув}} = \frac{0,5 \cdot 3}{0,0984} = 15,24.$$

По таблице 8 находим коэффициент уменьшения расчетного сопротивления  $\varphi$  для полученной гибкости:

$$\text{при } \lambda = 10 \rightarrow \varphi = 0,99;$$

$$\text{при } \lambda = 20 \rightarrow \varphi = 0,97.$$

$$\text{Поэтому при } \lambda = 15,24 \rightarrow \varphi = 0,99 - \frac{0,99 - 0,97}{10} \cdot 5,24 = 0,979.$$

Площадь сечения  $F = 2 \cdot F_{\text{ув}} = 0,00658 \text{ м}^2$ .

Определяем напряжение в стойке:

$$\sigma = \frac{P}{\varphi \cdot F} = \frac{771}{0,979 \cdot 65,8 \cdot 10^{-4}} = 119700 \text{ кПа} \leq R.$$

Недонапряжение составляет

$$\frac{(190 - 119,7)}{190} \cdot 100 = 37 \% > 5\%.$$

Уменьшаем сечение стойки. Принимаем стойку из швеллеров №20

( $F_{\text{ув}} = 0,00234 \text{ м}^2$ ;  $i_x = 0,0807 \text{ м}$ ), гибкость, которой равна:

$$\lambda = \frac{l_o}{i_{\min}} = \frac{\mu \cdot L}{i_x^{\text{ув}}} = \frac{0,5 \cdot 3}{0,0807} = 18,59.$$

По таблице 8 для  $\lambda = 18,59$  находим:  $\varphi = 0,973$ ; и учитывая, что  $F = 0,00468 \text{ м}^2$ . тогда напряжение в стойке

$$\sigma = \frac{P}{\varphi \cdot F} = \frac{771}{0,973 \cdot 46,8 \cdot 10^{-4}} = 169300 \text{ кПа} \leq R.$$

$$\frac{(190 - 169,3)}{190} \cdot 100 = 10,9 \% > 5\%. \text{ — недонапряжение.}$$

Принимаем стойку из швеллеров №18 ( $F_{\text{ув}} = 0,00207 \text{ м}^2$ ;  $i_x = 0,0724 \text{ м}$ ), гибкость которой принимает значение:

$$\lambda = \frac{l_o}{i_{\min}} = \frac{\mu \cdot L}{i_x^{\text{ув}}} = \frac{0,5 \cdot 3}{0,0724} = 20,72.$$

По таблице 8 для  $\lambda = 20,72$  находим:  $\varphi = 0,969$ ;  $F = 0,00414 \text{ м}^2$ . тогда напряжение в стойке

$$\sigma = \frac{P}{\varphi \cdot F} = \frac{771}{0,969 \cdot 41,4 \cdot 10^{-4}} = 192200 \text{ кПа} > R.$$

Перенапряжение составляет

$$\frac{(192,2 - 190)}{190} \cdot 100 = 1,2 \% < 5\% \text{ — что допустимо.}$$

Окончательно принимаем стойку из двух швеллеров №18. Из сортамента ГОСТ 8240-72 выписываем необходимые данные:

$$I_x = 1090 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4, I_y = 86 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4, z_o = 0,0194 \text{ м}, h = 0,18 \text{ м}, b = 0,07 \text{ м}.$$



Определим расстояние между собственными осями швеллеров:

$$a = \sqrt{\frac{1,2 \cdot I_x^{шв} - I_y^{шв}}{0,25 \cdot F_{шв}}} = \sqrt{\frac{1,2 \cdot 1090 - 86}{0,25 \cdot 20,7} \cdot 10^{-4}} = 0,1537 \text{ м.}$$

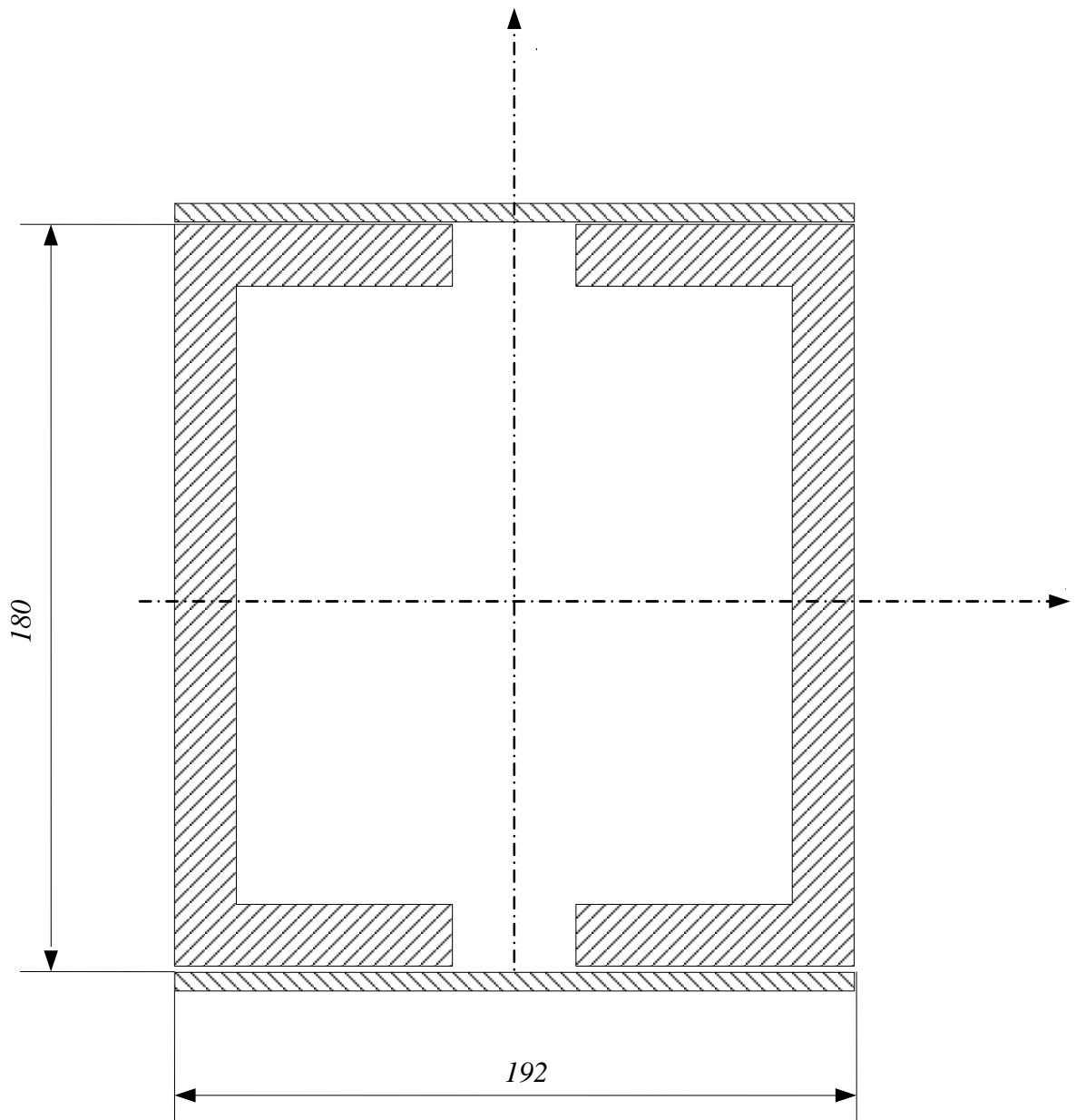
Монтажное расстояние между швеллерами будет

$$c = a + 2 \cdot z_o = 0,1537 + 2 \cdot 0,0194 = 0,1925 \text{ м.}$$

принимаем  $c = 0,192 \text{ м.}$

Таким образом, расход металла на стойку из двух швеллеров (не считая металла на соединительные планки) на  $\frac{46,5}{41,4} \cdot 100 = 12\%$  меньше чем на стойку из двутавра.

Покажем в масштабе 1:2 схему составного сечения стойки из двух швеллеров.



### **6.3. Учебно-методическое обеспечение:**

#### **М.А. Саидов Х.А. Трамв, СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ**

Методические указания для выполнения контрольных и самостоятельных заданий, ГГНТУ, 2011, 70с.

### **7. Фонды оценочных средств.**

#### **7.1. Вопросы к первой аттестации (4 семестр) по дисциплине**

##### **Растяжение-сжатие.**

1. В чем заключается метод сечения?
2. Что такое внутренняя сила?
3. Что называется напряжением в данной точке?
4. Что называется пределом пропорциональности, пределом текучести, пределом прочности?
5. Как формулируется закон Гука?
6. Как определяется деформация от действия собственного веса?
7. Что такое модуль Юнга?
8. Что называется коэффициентом поперечной деформации?
9. Какие задачи называются статически определимыми и статически неопределимыми?
10. Какой порядок решения статически неопределимых задач?
11. Как формулируется условие прочности?
12. Какие уравнения составляются при решении статически неопределимых задач?
13. Что такое условия совместности деформаций?

##### **Кручение.**

1. Какой вид деформации называется кручением?
2. Какие напряжения возникают в поперечных сечениях круглого вала при кручении?
3. Как строится эпюра крутящего момента?
4. Какой крутящий момент будет положительным, а какой – отрицательным?
5. Закон Гука при кручении круглого стержня.

6. Как рассчитывается на прочность круглый вал при кручении?
7. Как определяются касательные напряжения при кручении?
8. Как рассчитывается на прочность прямоугольный стержень, подверженный деформации кручения?

## 7.2. Вопросы ко второй аттестации (4 семестр) по дисциплине

### Геометрические характеристики плоских сечений.

1. Как определяется центр тяжести?
2. Что называется статическим моментом сечения относительно оси?
3. Что называется осевым, полярным и центробежными моментами инерции площадки относительно произвольно проведенной оси?
4. Какие единицы имеют статические, осевые, центробежные, полярные моменты плоской фигуры.
5. Чему равен статический момент относительно оси, проходящей через центр тяжести?
6. Как находят положение центра тяжести плоской области?
7. Что такое главные центральные оси?
8. Чему равны главные осевые моменты инерции для прямоугольника, круга, кольца?
9. Чему равен полярный момент инерции для круга и кольца?
10. Как читается теорема о зависимостях между моментами инерции относительно параллельных осей?
11. Каким свойством обладают главные моменты инерции?
12. Чему равна сумма осевых моментов инерции относительно взаимно перпендикулярных осей, проходящих через данную точку?
13. Зависимость между полярным и осевыми моментами инерции для круга.
14. Что такое осевой и полярный моменты сопротивления? Чему они равны для круга?
15. Как определяются моменты сопротивления для прямоугольника?
16. Что такое прокатные профили? Основные виды прокатных профилей. Как определяются основные механические и геометрические характеристики прокатных профилей?
17. Что такое оптимальный профиль? Как оптимально (по отношению к плоскости изгиба) расположить поперечное сечение двутавровой балки?
18. В каких случаях без вычислений можно установить положение главных центральных осей?
19. Как определить положение главных центральных осей для сечений с одной осью симметрии?

## **Изгиб.**

1. Что такое прямой и кривой изгибы?
2. Что такое чистый и поперечный изгибы?
3. Как вычисляются изгибающий момент и поперечная сила в данном сечении балки?
4. Что называется балкой?
5. Какая существует зависимость между изгибающим моментом и поперечной силой?
6. Что такое эпюры поперечных сил и изгибающих моментов?
7. Как подбирается поперечное сечение при изгибе?
8. Смысл теоремы Журавского. Как производят проверку на прочность по касательным напряжениям при изгибе ?
9. Что такое осевой момент инерции и момент сопротивления при изгибе?

### **7.3. Вопросы к первой аттестации (5 семестр) по дисциплине**

1. Что такое жесткость поперечного сечения при изгибе?
2. Как определяется прогибы балки при изгибе?
3. Как определяются углы поворотов сечений балки при изгибе?
4. Как вычисляются главные напряжения при плоском изгибе?
5. По какой формуле вычисляются нормальные напряжения при изгибе?
6. Какой вид имеет эпюра нормальных напряжений при плоском изгибе?
7. Какой вид имеет эпюра касательных напряжений при плоском изгибе?

### **7.4. Вопросы ко второй аттестации (5 семестр) по дисциплине**

1. Как определяются напряжения при кривом изгибе?
2. Как определяются нейтральная и силовая линии при кривом изгибе?
3. Как определяются напряжения при внецентренном растяжении-сжатии?
4. Как определяется нейтральная линия при внецентренном растяжении-сжатии?
5. Как находят ядро сечения?
6. Как определяют приведенные напряжения?
7. Как определяют приведенные моменты?
8. Как определяются напряжения при изгибе с кручением?
9. По каким формулам определяется критическая сила?

### **7.5. Вопросы к зачету и экзамену по дисциплине**

1. Задачи сопротивления материалов. Упругие и пластические деформации. Основные допущения сопротивления материалов. Закон Гука. Модуль продольной упругости.

2. Схематизация опорных устройств. Внешние и внутренние силы. Метод сечений.
3. Напряжения и деформации. Разложение вектора полного напряжения. Коэффициент запаса прочности. Выбор допускаемых напряжений.
4. Растяжение (сжатие). Определение внутренних усилий. Определение напряжений и деформаций при растяжении (сжатии). Эффект Пуассона. Коэффициент Пуассона.
5. Определение механических свойств материала при растяжении. Диаграмма напряжений. Механические характеристики материалов. Закон разгрузки и повторного нагружения.
6. Сдвиг. Определение внутренних сил, напряжений и деформаций при сдвиге. Модуль упругости при сдвиге. Расчет на прочность при сдвиге.
7. Геометрические характеристики плоских сечений. Площадь сечения. Статический момент площади. Определение центра тяжести сечения.
8. Моменты инерции сечений (осевой, центробежный и полярный моменты инерции сечения). Радиусы инерции сечения. Связь между осевыми и полярными моментами инерции сечения.
9. Зависимости между моментами инерции относительно параллельных осей. Моменты инерции простейших фигур.
10. Вычисление моментов инерций сложных фигур. Изменение моментов инерции сечений при повороте осей координат. Главные оси и главные моменты инерции. Моменты сопротивления площади.
11. Кручение. Внутренние силовые факторы при кручении. Напряжения и деформации при кручении бруса круглого поперечного сечения. Условия прочности и жесткости при кручении.
12. Основные понятия и определения (чистый изгиб, балка, плоский изгиб, плоскость изгиба, силовая плоскость, прямой изгиб). Плоский прямой изгиб.
13. Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. Дифференциальные зависимости между изгибающими моментами, поперечными силами и интенсивностью распределенных нагрузок.
14. Нормальные напряжения при чистом прямом изгибе (вывод формулы нормальных напряжений). Условия прочности при поперечном изгибе.
15. Касательные напряжения при плоском прямом изгибе. Вывод формулы Журавского. Потенциальная энергия деформации при изгибе.
16. Перемещения при изгибе. Дифференциальное уравнение упругой линии балки и его интегрирование.
17. Перемещения при изгибе. Определение перемещений с помощью интеграла Мора.
18. Перемещения при изгибе. Решение интеграла Мора с помощью способа Верещагина.

19. Расчет на прочность при сложном сопротивлении. Косой (двойной) изгиб. Определение напряжений при косом изгибе. Условие прочности при косом изгибе.
20. Сложное сопротивление. Внецентренное растяжение (сжатие). Определение напряжений при внецентренном растяжении (сжатии).
21. Изгиб с кручением. Гипотезы (теории) прочности.
22. Устойчивость сжатых стержней. Продольный изгиб. Определение критической силы. Формула Л. Эйлера. Устойчивость сжатых стержней за пределами упругости. Формула Ф.С. Ясинского.
23. Расчеты на прочность при напряжениях циклически изменяющихся во времени.
24. Расчет на прочность при заданных ускорениях.
25. Расчет на удар.
26. Свободные колебания упругих систем.
27. Вынужденные колебания систем с конечным числом степеней свободы.

### Пример экзаменационного билета

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
ГРОЗНЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ НЕФТЯНОЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

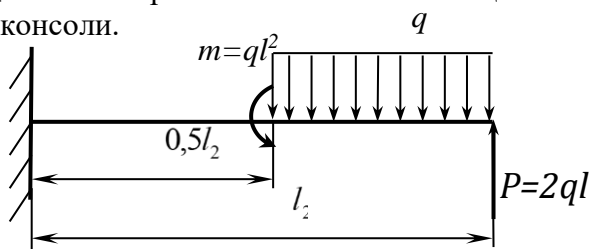
Утверждаю:  
Зав. кафедрой ПМиИГ

\_\_\_\_\_  
протокол № \_\_\_ от \_\_\_\_\_ г

### Билет № 1

Экзамен по сопротивлению материалов  
Специальности НП,НЗ,МАПП

1. Задачи сопротивления материалов. Упругие и пластические деформации. Основные допущения сопротивления материалов. Закон Гука. Модуль продольной упругости.
2. Основные понятия и определения (чистый изгиб, балка, плоский изгиб, плоскость изгиба, силовая плоскость, прямой изгиб). Плоский прямой изгиб.
3. Задача. Определить поперечные силы и изгибающие моменты. Определить прогиб конца консоли.



Преподаватель

## **8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

### **а) основная литература**

1. Кирсанова Э.Г. Сопротивление материалов : учебное пособие / Кирсанова Э.Г.. — Саратов : Ай Пи Эр Медиа, 2019. — 111 с. — ISBN 978-5-4486-0440-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/79814.html>

2. Щербакова Ю.В. Сопротивление материалов : учебное пособие / Щербакова Ю.В.. — Саратов : Научная книга, 2019. — 159 с. — ISBN 978-5-9758-1776-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/81048.html>

3. Асадулина Е.Ю. Сопротивление материалов. Практикум : учебное пособие / Асадулина Е.Ю.. — Челябинск, Саратов : Южно-Уральский институт управления и экономики, Ай Пи Эр Медиа, 2019. — 158 с. — ISBN 978-5-4486-0681-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/81495.html>

### **б) дополнительная литература**

4. Атапин В.Г. Механика. Теоретическая механика. Сопротивление материалов : учебник / Атапин В.Г.. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2019. — 378 с. — ISBN 978-5-7782-4019-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/98677.html>

5. Сопротивление материалов : учебное пособие / Е.В. Брюховецкая [и др.]. — Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2018. — 276 с. — ISBN 978-5-7638-3947-0. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop./100113.html>

### **в) программное и коммуникационное обеспечение**

1. Интернет-библиотека
2. Наборы диапозитивов (фолий) для лекционных занятий.
3. Набор плакатов.
4. Электронный конспект лекций
5. Тесты для компьютерного тестирования

## **9. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

1. Поточные лекционные аудитории, оснащенные современными техническими средствами обучения (ТСО).
2. Видеокласс с видеопроектором.
3. Компьютерный класс.
4. Специализированная лаборатория.

## **9. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

1. Поточные лекционные аудитории, оснащенные современными техническими средствами обучения (ТСО). Видеокласс с видеопроектором. Компьютерный класс. Специализированная лаборатория.

**Составитель:**

Ассистент кафедры «ПМ и ИГ»



/С. М. Ногамирзаев/

**СОГЛАСОВАНО:**

Зав. кафедрой «ПМ и ИГ»



/М. А. Саидов /

Зав. выпускающей каф. «ТМО»



/А. А. Эльмурзаев /

Директор ДУМР



/ М. А. Магомаева /