

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Минцков Методьев Шарлотин

Должность: Ректор

Дата подписания: 25.11.2025 14:58:02

Уникальный программный ключ:

236bcc35c296f119d6aaf7c20876b21df53dbc07971a86865a5825f9fa4204cc1

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Уфимский государственный нефтяной технический университет»
(ФГБОУ ВО «УГНТУ»)

Филиал ФГБОУ ВО УГНТУ в г. Салавате

Кафедра «Информационных технологий»

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В НАУЧНОЙ И ПРАКТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

**учебно-методическое пособие для самостоятельной
и практической работы**

Салават
2019

Учебно-методическое пособие содержит тематику практических и самостоятельных занятий, перечень основных понятий и категорий, список рекомендуемой литературы, примерный перечень вопросов для промежуточной аттестации по дисциплине «Информационные технологии в научно-исследовательской и практической деятельности».

Материалы пособия предназначены для магистрантов направления подготовки 09.04.01 Информатика и вычислительная техника.

Публикуется в авторской редакции.

Составитель: Родионов А.С., канд. физ.-мат. наук, доц. каф. ИнТех

Рецензенты: Левина Т.М., канд. техн. наук, доц. каф. ИнТех

Ишмухаметова А.А., канд. физ.-мат. наук, доц. каф. ИнТех

СОДЕРЖАНИЕ

Практическая работа №1. Статистический анализ данных	4
Практическая работа №2. Основы Python	Ошибка! Закладка не определена. 6
Самостоятельная работа № 1. Анализ данных в MS Excel	Ошибка! Закладка не определена. 2
Список литературы.....	Ошибка! Закладка не определена. 3

Практическая работа №1

Статистический анализ данных

Цель работы: научиться обрабатывать статистические данные в электронных таблицах с помощью встроенных функций; изучить возможности Пакета анализа в MS Excel и его некоторые инструменты: Генерация случайных чисел, Гистограмма, Описательная статистика.

1 Теоретическая часть

Очень часто для обработки данных, полученных в результате обследования большого числа объектов или явлений (статистических данных), используются методы математической статистики.

Современная математическая статистика подразделяется на две обширные области: описательную и аналитическую статистику. Описательная статистика охватывает методы описания статистических данных, представления их в форме таблиц, распределений и пр.

Аналитическая статистика называется также теорией статистических выводов. Ее предметом является обработка данных, полученных в ходе эксперимента, и формулировка выводов, имеющих прикладное значение для самых различных областей человеческой деятельности

Полученный в результате обследования набор чисел называется статистической совокупностью.

Выборочной совокупностью (или выборкой) называется совокупность случайно отобранных объектов. Генеральной совокупностью называется совокупность объектов, из которой производится выборка. Объемом совокупности (генеральной или выборочной) называется число объектов этой совокупности.

Для статистической обработки результаты исследования объектов представляют в виде чисел x_1, x_2, \dots, x_k . Если значение x_1 наблюдалось n_1 раз, значение x_2 наблюдалось n_2 раз, и т.д., то наблюдаемые значения x_i называются

вариантами, а числа их повторений n_i называются частотами. Процедура подсчета частот называется группировкой данных.

Объем выборки n равен сумме всех частот n_i :

$$n = \sum_{i=1}^k n_i = n_1 + \dots + n_k. \quad (1)$$

Относительной частотой значения x_i называется отношение частоты этого значения n_i к объему выборки n :

$$w_i(n) = \frac{n_i}{n}. \quad (2)$$

Статистическим распределением частот (или просто распределением частот) называется перечень вариант и соответствующих им частот, записанных в виде таблицы.

Распределением относительных частот называется перечень вариант и соответствующих им относительных частот.

1.1 Основные статистические характеристики

Современные электронные таблицы имеют огромный набор средств для анализа статистических данных. Наиболее часто используемые статистические функции встраиваются в основное ядро программы, то есть эти функции доступны с момента запуска программы. Другие более специализированные функции входят в дополнительные подпрограммы. В частности, в Excel, такая подпрограмма называется **Пакетом анализа**. Команды и функции пакета анализа называются **Инструментами анализа**. Мы ограничимся изучением нескольких основных встроенных статистических функций и наиболее полезных инструментов анализа из пакета анализа в электронной таблице Excel.

Среднее значение

Функция СРЗНАЧ вычисляет выборочное (или генеральное) среднее, то есть среднее арифметическое значение признака выборочной (или генеральной) совокупности. Аргументом функции СРЗНАЧ является набор чисел, как правило, задаваемый в виде интервала ячеек, например, =СРЗНАЧ (A3:A201).

Дисперсия и среднее квадратическое отклонение

Для оценки разброса данных используются такие статистические характеристики, как дисперсия D и среднее квадратическое (или стандартное) отклонение σ . Стандартное отклонение есть квадратный корень из дисперсии: $D = \sqrt{\sigma}$. Большое стандартное отклонение указывает на то, что значения измерения сильно разбросаны относительно среднего, а малое – на то, что значения сосредоточены около среднего.

В Excel имеются функции, отдельно вычисляющие выборочную дисперсию D_v и стандартное отклонение σ_v и генеральные дисперсию D_r и стандартное отклонение σ_r . Поэтому, прежде чем вычислять дисперсию и стандартное отклонение, следует четко определиться, являются ли ваши данные генеральной совокупностью или выборочной. В зависимости от этого нужно использовать для расчета D_r и σ_r , D_v и σ_v .

Для вычисления выборочной дисперсии D_v и выборочного стандартного отклонения σ_v имеются функции ДИСП) и СТАНДОТКЛОН. Аргументом этих функций является набор чисел, как правило, заданный диапазоном ячеек, например, =ДИСП (B1:B48).

Для вычисления генеральной дисперсии D_r и генерального стандартного отклонения σ_r имеются функции ДИСПР и СТАНДОТКЛОНП, соответственно.

Аргументы этих функций такие же как и для выборочной дисперсии.

Объем совокупности

Объем совокупности выборочной или генеральной – это число элементов совокупности. Функция СЧЕТ определяет количество ячеек в заданном диапазоне, которые содержат числовые данные. Пустые ячейки или ячейки, содержащие текст, функция СЧЕТ пропускает. Аргументом функции СЧЕТ является интервал ячеек, например: =СЧЕТ (С2:С16).

Для определения количества непустых ячеек, независимо от их содержимого, используется функция СЧЕТЗ. Ее аргументом является интервал ячеек.

Мода и медиана

Мода – это значение признака, которое чаще других встречается в совокупности данных. Она вычисляется функцией МОДА. Ее аргументом является интервал ячеек с данными.

Медиана – это значение признака, которое разделяет совокупность на две равные по числу элементов части. Она вычисляется функцией МЕДИАНА. Ее аргументом является интервал ячеек.

Размах варьирования. Наибольшее и наименьшее значения

Размах варьирования R – это разность между наибольшим x_{\max} и наименьшим x_{\min} значениями признака совокупности (генеральной или выборочной): $R=x_{\max}-x_{\min}$. Для нахождения наибольшего значения x_{\max} имеется функция МАКС (или MAX), а для наименьшего x_{\min} – функция МИН (или MIN). Их аргументом является интервал ячеек. Для того, чтобы вычислить размах варьирования данных в интервале ячеек, например, от A1 до A100, следует ввести формулу: =МАКС (A1:A100)-МИН (A1:A100).

Отклонение случайного распределения от нормального

Нормально распределенные случайные величины широко распространены на практике, например, результаты измерения любой физической величины подчиняются нормальному закону распределения. Нормальным называется распределение вероятностей непрерывной случайной величины, которое описывается плотностью

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}},$$

где σ – дисперсия, \bar{x} – среднее значение случайной величины x .

Для оценки отклонения распределения данных эксперимента от нормального распределения используются такие характеристики как асимметрия A и эксцесс E . Для нормального распределения $A=0$ и $E=0$.

Асимметрия показывает, насколько распределение данных несимметрично относительно нормального распределения: если $A>0$, то большая часть данных имеет значения, превышающие среднее \bar{x} ; если $A<0$, то большая часть данных имеет значения, меньшие среднего \bar{x} . Асимметрия вычисляется функцией СКОС. Ее аргументом является интервал ячеек с данными, например, =СКОС (A1:A100).

Эксцесс оценивает «крутость», т.е. величину большего или меньшего подъема максимума распределения экспериментальных данных по сравнению с максимумом нормального распределения. Если $E>0$, то максимум экспериментального распределения выше нормального; если $E<0$, то максимум экспериментального распределения ниже нормального. Эксцесс вычисляется функцией ЭКСЦЕСС, аргументом которой являются числовые данные, заданные, как правило, в виде интервала ячеек, например: =ЭКСЦЕСС (A1:A100).

1.2 Инструменты статистического анализа: Генерация случайных чисел, Гистограмма, Описательная статистика

Загрузка Пакета анализа

Пакет анализа без дополнительных установок автоматически не загружается при запуске Excel. Он входит в так называемую Надстройку – набор дополнительных подпрограмм, к которым относятся, например, уже известные вам Мастер диаграмм и Мастер функций. Для загрузки Пакета анализа необходимо:

1. в Основном меню выбрать пункт Сервис;
2. выбрать пункт Надстройки;
3. в появившемся списке Надстроек активизировать переключатель Пакет Анализа-VBA и нажать ОК.

После этого в меню Сервис добавится пункт Анализ данных. К этому пункту следует обращаться для вызова Пакета анализа.

Инструмент: Генерация случайных чисел

В Excel имеется встроенная функция СЛЧИСЛ для генерации равномерно распределенных случайных чисел в интервале $[0,1]$.

Пакет анализа позволяет генерировать случайные числа с различными типами распределений: равномерное, нормальное, Бернулли, биномиальное, Пуассона и дискретное (определенное пользователем). Для генерации случайных чисел следует:

1. в меню Сервис выбрать команду Анализ данных;
2. в появившемся диалоговом окне Анализ данных в группе Инструменты анализа выбрать пункт Генерация случайных величин и нажать ОК
3. в появившемся диалоговом окне Генерация случайных чисел следует заполнить поля ввода:

- в полях *Число переменных* и *Число случайных чисел* указать нужное количество столбцов и сколько чисел вы хотите получить в каждом столбце;
- в поле *Распределение* следует выбрать один из имеющихся типов распределения случайных чисел
- в группе *Параметры* следует указать диапазон чисел, т.е. *min* и *max* числа распределения для *Равномерного* распределения; или среднее значение и стандартное отклонение для *Нормального* распределения и т.д
- поле *Случайное рассеивание* заполняется только в том случае, если вам необходимо несколько раз воспроизводить одну и ту же последовательность случайных чисел;
- в поле *Выходной интервал* указывается место, куда следует поместить последовательность чисел, как правило, это интервал ячеек (или столбец целиком).

Инструмент: Гистограмма

Графическое представление результатов обработки статистических данных обычно оформляется в виде гистограммы. Совокупность данных разбивается на частичные интервалы, называемые нормальными. Интервалы разбиения могут быть любой ширины, но обязательно они должны следовать в порядке возрастания. Интервалы разбиения откладываются по оси абсцисс гистограммы. На оси ординат гистограммы откладывается число значений, попавших в интервал разбиения. Это число значений признака совокупности называется частотой.

Для построения гистограммы:

1. в начале следует задать частичные интервалы разбиения;
2. затем в меню *Сервис* выбрать команду *Анализ данных* и указать инструмент анализа – *Гистограмма* и нажать *ОК*;

3. в диалоговом окне Гистограмма следует указать:

- в группе Входные данные в поле Входной интервал – интервал ячеек с данными, а в поле Интервал карманов – интервал ячеек с частичными интервалами разбиения;
- в группе Параметры вывода указывается интервал ячеек для вывода частот и отмечается галочкой переключатель Вывод графика

После нажатия ОК инструмент Гистограмма выводит два столбца: карман и частота. Сама гистограмма выводится правее столбца частот. Форматирование гистограммы производится так же, как и любой диаграммы в Excel (см. лабораторную работу №6).

Инструмент: Описательная статистика

В пакете анализа Excel содержится инструмент Описательная статистика, который создает таблицу основных статистических характеристик для совокупности данных. В этой таблице будут содержаться следующие характеристики: среднее, стандартная ошибка, дисперсия, стандартное отклонение, мода, медиана, размах варьирования интервала, максимальное и минимальное значения, асимметрия, эксцесс, объем совокупности, сумму всех элементов совокупности, доверительный интервал (уровень надежности). Инструмент Описательная статистика существенно упрощает статистический анализ тем, что нет необходимости вызывать каждую функцию для расчета статистических характеристик отдельно.

Для того, чтобы вызвать Описательную статистику, следует:

1. в меню Сервис выбрать команду Анализ данных;
2. в списке Инструменты анализа диалогового окна Анализ данных выбрать инструмент
Описательная статистика и нажать ОК;

3. в появившемся диалоговом окне **Описательная статистика** необходимо:
- если первая строка во входном диапазоне содержит заголовок столбца, то в поле **Метки** в первой строке следует поставить галочку;
 - активизировать переключатель (поставить галочку) **Итоговая статистика**, если нужен полный список характеристик;
 - активизировать переключатель **Уровень надежности** и указать надежность в %, если необходимо вычислить доверительный интервал.

2 Практическая часть

Задание 1. Применение статистических функций

Одним и тем же вольтметром было измерено 25 раз напряжение на участке цепи. В результате опытов получены следующие значения напряжения в вольтах: 32, 32, 35, 37, 35, 38, 32, 33, 34, 37, 32, 32, 35, 34, 32, 34, 35, 39, 34, 38, 36, 30, 37, 28, 30. Найдите выборочные среднюю, дисперсию, стандартное отклонение, размах варьирования, моду, медиану. Проверить отклонение от нормального распределения, вычислив асимметрию и эксцесс.

1. Наберите результаты эксперимента в столбец А.

2. В ячейку В1 наберите «Среднее», в В2 – «выборочная дисперсия», в В3 – «стандартное отклонение», в В4 – «Максимум», в В5 – «Минимум», в В6 – «Размах варьирования», в В7 – «Мода», в В8 – «Медиана», в В9 – «Асимметрия», в В10 – «Эксцесс». Выровняйте ширину этого столбца с помощью Автоподбора ширины.

3. Выделите ячейку С1 и нажмите на знак « \Rightarrow » в строке формул. С помощью Мастера функций в категории Статистические найдите функцию СРЗНАЧ, затем выделите интервал ячеек с данными и нажмите Enter.

4. Выделите ячейку C2 и нажмите на знак « \Rightarrow » в строке формул. С помощью Мастера функций в категории Статистические найдите функцию ДИСП, затем выделите интервал ячеек с данными и нажмите Enter.

5. Прделайте самостоятельно аналогичные действия для вычисления стандартного отклонения, максимума, минимума, моды, медианы, асимметрии и эксцесса.

6. Для вычисления размаха варьирования в ячейку C6 следует ввести формулу: $\text{=МАКС}(A1:A25)\text{-МИН}(A1:A25)$.

Задание 2. Инструменты пакета анализа Excel

Сгенерировать 500 случайных чисел, распределенных нормально. Построить гистограмму и полный список статистических характеристик с помощью инструмента Описательная статистика.

1. Выполните команду Сервис→Анализ данных→Генерация случайных чисел;
2. В диалоговом окне Генерация случайных чисел введите в поле число переменных: 1; в поле Число случайных чисел 500; выберите Распределение Нормальное; задайте любое среднее значение (желательно около 100) и небольшое стандартное отклонение (не больше 10); в поле Выходной интервал укажите абсолютный адрес столбца \$A\$2. Нажмите ОК.
3. Теперь постройте гистограмму по совокупности случайных чисел. Сначала нужно задать интервалы решения. Пусть длины интервалов будут одинаковыми и равны 3. Для автоматического составления интервалов разбиения наберите в ячейку B2 начальное число, например, 75 для наших случайных чисел. Затем выполните команду Правка→Заполнить→Прогрессия. В появившемся диалоговом окне

заполните данные:

- в группе переключателей поле Расположение установите по столбцам;
- в поле Шаг наберите 3;
- в поле Предельное значение наберите 125;
- в группе переключателей Тип установите арифметическая и нажмите ОК.

В результате столбец В будет содержать интервалы разбиения (карманы).

1. Выполните команду Сервис→Анализ данных→Гистограмма. В появившемся диалоговом окне Гистограмма заполните

- входной интервал появится, если щелкнуть мышью по столбцу А;
- интервал карманов появится, если щелкнуть мышью по столбцу В;
- поставьте галочку в поле метки;
- укажите столбец С в поле Выходной интервал;
- активизируйте переключатель *Вывод графика*; если это поле не содержит галочки, нажмите ОК.

2. Построение гистограммы займет от 5 до 10 минут. В результате вычисления получатся столбец под названием Карман, который дублирует ваш столбец интервалов разбиения, и столбец под названием Частота с рассчитанными частотами. После того, как появилась гистограмма, измените ее размеры с помощью мыши так, чтобы хорошо были видны все столбцы и подписи.

3. Теперь осталось получить таблицу статистических характеристик с помощью Описательной статистики. Выполните команду Сервис→Анализ данных→Описательная статистика. В появившемся диалоговом окне Описательная статистика укажите:

- в поле Входной интервал появится адрес, если выделить мышью интервал сданными или с клавиатуры набрать адрес \$A\$2: \$A\$501;
- в поле Группирование активизировать переключатель по столбцам;
- активизировать переключатель Метки в первой строке;
- в группе Параметры вывода укажите Выходной интервал, щелкнув мышью по какой-либо пустой ячейке ниже столбца частот, например, по С 25;
- активизируйте переключатель Итоговая статистика (если в этом поле нет галочки);
- активизируйте переключатель Уровня надежности и установите 95%;
- снимите галочки с полей наименьший и наибольший и нажмите ОК.

Результаты покажите преподавателю.

Практическая работа №2

Основы Python

Задание 1

1. Даны три действительных числа. Возвести в квадрат те из них, значения которых неотрицательны, и в четвёртую степень – отрицательные.
2. Даны две точки $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$. Составить алгоритм, определяющий, которая из точек находится ближе к началу координат.
3. Даны действительные числа x и y , не равные друг другу. Меньшее из этих двух чисел заменить половиной их суммы, а большее – их удвоенным произведением.
4. На плоскости XOY задана своими координатами точка A . Указать, где она расположена (на какой оси или в каком координатном угле).
5. Заданы три стороны треугольника a , b и c . Определить является ли этот треугольник прямоугольным, и какая сторона служит гипотенузой.
6. Определить результат гадания на ромашке – «любит – не любит», взяв за исходное данное количество лепестков n .
7. Заданы радиус круга R и сторона квадрата A . Определить, можно ли вписать квадрат в круг.
8. Заданы два натуральных числа. Определить, является ли среднее арифметическое этих чисел целым числом.
9. Заданы три положительных числа a , b и c . Определить являются ли они последовательно стоящими элементами арифметической прогрессии. Если являются, то определить разность прогрессии.
10. Записать программу, которая на ввод времени суток выводит соответствующее пожелание доброго утра, доброго дня, доброго вечера и спокойной ночи.

Задание 2

1. Вывести таблицу умножения на любое число, введенное с клавиатуры.
2. Вывести таблицу значений функции $y=\sin(x)$ в интервале $0..1$
3. Вывести 4 надписи: «На окне сидело n кошек», $1 \leq n \leq 4$.

4. В интервале $[0,20]$ подсчитать количество четных чисел и чисел, которые делятся на 3.
5. Вычислить сумму натурального ряда чисел от 1 до n .
6. Вычислить сумму чисел $s=1/(p+2)+2/(p+2)+3/(p+2)+\dots+p/(p+2)$.
7. Вычислить произведение чисел кратных 5 ряда от 1 до n .
8. Вычислить сумму чисел $s=(1+3+5+\dots+2*n-1)^3-(2+4+6+\dots+2*n)^2$.
9. Составить программу для проверки утверждения: «Результатами вычислений по формуле x^2+x+17 при $0\leq x\leq 15$ являются простые числа». Все результаты вывести на экран (простое число – число которое делится только на себя и на единицу).
10. Вычислить сумму чисел $s=1/(p+2)+2/(p+2)+3/(p+2)+\dots+p/(p+2)$.
11. Вычислить сумму чисел $s=(1+3+5+\dots+2*n-1)^3-(2+4+6+\dots+2*n)^2$.
12. Составить программу для проверки утверждения: «Результатами вычислений по формуле x^2+x+17 при $0\leq x\leq 15$ являются простые числа». Все результаты вывести на экран (простое число – число которое делится только на себя и на единицу).
13. В интервале $[0,20]$ подсчитать количество четных чисел и чисел, которые делятся на 3.

Задание 3

Во всех заданиях уточнить действительные корни уравнений с заданной точностью ε методом половинного деления и методом Ньютона.

1. $x = \sin x, x_0 \in \left[-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{6}\right], \varepsilon = 10^{-3}$

2. $x = \sin x, x_0 \in \left[-\frac{\pi}{5}, \frac{\pi}{3}\right], \varepsilon = 10^{-3}$

3. $x = \sin x, x_0 \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right], \varepsilon = 10^{-3}$

4. $x = \cos x, x_0 \in \left[\frac{\pi}{6}, \pi \right], \varepsilon = 10^{-3}$
5. $x = \operatorname{tg} x, x_0 \in \left[-\frac{\pi}{5}, \frac{\pi}{3} \right], \varepsilon = 10^{-3}$
6. $3\operatorname{tg}^2 x - 8\operatorname{tg} x + 5 = 0, x_0 \in \left[\frac{\pi}{6}, \pi \right], \varepsilon = 10^{-3}$
7. $3\operatorname{tg}^2 x - 8\operatorname{tg} x + 5 = 0, x_0 \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \right], \varepsilon = 10^{-3}$
8. $\operatorname{tg}^2 x - 5\operatorname{tg} x - 6 = 0, x_0 \in \left[-\pi, -\frac{\pi}{6} \right], \varepsilon = 10^{-3}$
9. $\operatorname{tg} x = 2\sin x, x_0 \in \left[\frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \right], \varepsilon = 10^{-3}$
10. $\operatorname{tg} x = 2\sin x, x_0 \in \left[\frac{4\pi}{3}, \frac{8\pi}{3} \right], \varepsilon = 10^{-3}$
11. $x + \lg x = 0,5, x_0 \in [0,6,0,7], \varepsilon = 10^{-3}$
12. $x^3 + 5x^2 - 15x - 7 = 0, x_0 \in [2,4,2,5], \varepsilon = 10^{-3}$
13. $x^3 + 3x^2 - 1 = 0, x_0 \in [-3, -2], \varepsilon = 10^{-3}$
14. $x^3 - 0,4x + 0,08 = 0, x_0 \in [0,15,0,25], \varepsilon = 10^{-3}$
15. $e^{0,424x} - 2,831x = 0, x_0 \in [0,45,0,55], \varepsilon = 10^{-3}$

Задание 4

Найти предел функции с помощью SciPy.

№	lim	№	lim
1	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\operatorname{tg}3x - 6\operatorname{tg}x}{3\operatorname{arctg}x - \operatorname{arctg}3x}$	2	$\lim_{x \rightarrow +0} (x^x - 1)\ln x$

3	$\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\pi - 2 \arcsin \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}})$	4	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \arcsin x^2}{x \cos x - \sin x}$
5	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 9x - 4}{3x^4 + 5x^3 + 3x^2 + 3x + 2}$	6	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5x^3 - x} - 2x}{\sqrt[5]{x^2} - 1}$
7	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{\arcsin x - \ln(1 - x)}$	8	$\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sin^2 x})$
9	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x) - x}{\operatorname{tg}^2 x}$	10	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(ch(x))}{\sqrt[m]{chx} - \sqrt[n]{chx}}$

Задание 5

Найти производную функции с помощью SciPy.

№	$f(x)$
1	$f(x) = \begin{cases} x ^\alpha \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0 \end{cases}$
2	$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1; \\ \alpha x + \beta, & x > 1 \end{cases}$
3	$f(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg} \alpha x, & x < 1; \\ \beta \operatorname{sgn} x + \frac{x-1}{2}, & x \geq 1 \end{cases}$
4	$f(x) = \begin{cases} 1 - x, & x < 1; \\ (\alpha - x)(\beta - x), & x \geq 1 \end{cases}$
5	$f(x) = \begin{cases} x, & x < 0; \\ \ln(\alpha + \beta x), & x \geq 0 \end{cases}$

6	$f(x) = \begin{cases} \alpha x + \beta, & x < 0; \\ \alpha \cos x + \beta \sin x, & x \geq 0 \end{cases}$
7	$f(x) = \begin{cases} (\alpha + x)e^{-\beta x} & x < 0; \\ \alpha x^2 + \beta x + 1, & x \geq 0 \end{cases}$
8	$f(x) = \begin{cases} \alpha - \beta(\operatorname{tg} x + \cos x), & x < 0; \\ 2 - 2x, & x \geq 0 \end{cases}$
9	$f(x) = \begin{cases} x - 1, & x < 0; \\ \alpha \sin x + \beta, & x \geq 0 \end{cases}$
10	$f(x) = \begin{cases} (x+1)^2, & x < 0; \\ \alpha \sin x + \beta, & x \geq 0 \end{cases}$
11	$f(x) = \begin{cases} \alpha \cos^2 x - \beta \sin x - 1, & x < 0; \\ 2 + x^2, & x \geq 0 \end{cases}$
12	$f(x) = \begin{cases} x ^\alpha \sin \frac{1}{ x ^\beta}, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0 \end{cases}$
13	$f(x) = \begin{cases} \alpha x - \beta, & x < 0; \\ 2 + x^2, & x \geq 0 \end{cases}$
14	$f(x) = \begin{cases} \alpha x^2 + \beta x, & x \leq 2; \\ \frac{1}{\pi} \arcsin \frac{1}{x}, & x > 2 \end{cases}$
15	$f(x) = \begin{cases} \alpha + \beta x^2, & x \leq 1; \\ \frac{1}{ x }, & x > 1 \end{cases}$

16	$f(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg} \alpha x, & x < -1; \\ \beta \operatorname{sgn} x + \frac{x-1}{2}, & x \geq -1 \end{cases}$
17	$f(x) = \begin{cases} 2x-2, & x < 1; \\ \alpha(x-1)(x-2), & x \geq 1 \end{cases}$
18	$f(x) = \begin{cases} \alpha(x-1)(x-2)(x-\beta), & x < 2; \\ \alpha x + \beta, & x \geq 2 \end{cases}$
19	$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 2; \\ \alpha x + \beta, & x > 2 \end{cases}$
20	$f(x) = \begin{cases} \cos x, & x \leq \frac{\pi}{3}; \\ \alpha x + \beta, & x > \frac{\pi}{3} \end{cases}$

Задание 6

Найти интеграл функции с помощью SciPy.

$$1 \int \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} dx;$$

$$6 \int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx;$$

$$2 \int \sin^2 x \cdot \cos^3 x dx;$$

$$7 \int \frac{\sqrt{\operatorname{tg} 5x}}{\cos^2 5x} dx;$$

$$3 \int \cos^2 x dx;$$

$$8 \int \frac{dx}{\cos^4 3x};$$

$$4 \int \sin 3x \cdot \cos 5x dx;$$

$$9 \int \sin^{1/3} x \cdot \cos^5 x dx;$$

$$5 \int \operatorname{tg}^4 x dx.$$

Самостоятельная работа № 3

Анализ данных в MS Excel

Цель практической работы: овладение практическими приемами решения оптимизационных задач и использование Пакета анализа для группировки данных и определения показателей вариации.

Теоретическое обоснование работы. В состав MS Excel входит набор дополнительных средств, называемых надстройками.

По умолчанию в Excel надстройки отключены. Чтобы активизировать их в Excel 2007, щелкните значок Кнопка Microsoft Office, щелкните Параметры Excel, а затем выберите категорию Надстройки. В поле Управление выберите значение Надстройки Excel и нажмите кнопку Перейти. В поле Доступные надстройки установите флажок рядом с пунктами Пакет анализа, Пакет анализа-VBA, Поиск решения и нажмите кнопку ОК.

В Excel 2003 выберите команду Сервис/Надстройки, в появившемся диалоговом окне Надстройки установите флажок Пакет анализа и Поиск решения и щелкните на кнопке ОК. Если вслед за этим на экране появится диалоговое окно с предложением подтвердить ваши намерения, щелкните на кнопке Да.

Поиск решения

Мощным средством анализа данных MS Excel является надстройка Поиск решения (Solver). С ее помощью можно определить, при каких значениях указанных влияющих ячеек формула в целевой ячейке принимает нужное значение (минимальное, максимальное или равное какой-либо величине). Для расчета заданного значения применяются различные математические методы поиска. Вы можете установить режим, в котором полученные значения переменных автоматически заносятся в таблицу. Кроме того, результаты работы программы могут быть оформлены в виде отчета.

Использование данного инструмента предполагает знакомство с основами линейного программирования.

Задача оптимизации – это математическая модель определенного процесса производства продукции, её распределение, хранение, переработки, транспортирования, покупки или продажи, выполнение комплекса сервисных услуг и т.д. Это обычная математическая задача типа: Дано/Найти/При условии, но которая имеет множество возможных решений. Таким образом, задача оптимизации – задача выбора из множества возможных вариантов наилучшего, оптимального.

Решение такой задачи называют планом или программой, например, говорят – план производства или программа реконструкции. Другими словами, это те неизвестные, которые нам надо найти, например, количество продукции, которое даст максимальную прибыль. Задача оптимизации – поиск экстремума, то есть максимального или минимального значения определенной функции, которую называют целевой функцией, например, это может быть функция прибыли – выручка минус затраты. Так как и всё в мире ограничено (время, деньги, природные и человеческие ресурсы), то в задачах оптимизации всегда есть определенные ограничения, например, количество металла, рабочих и станков на предприятии по изготовлению деталей.

Для решения подобных задач в MS Excel предварительно необходимо записать систему уравнений или неравенств (ограничений) и критерий оптимальности. После этого следует приступать к решению. Можно выделить несколько этапов решения задач оптимизации в MS Excel:

- для каждой переменной (неизвестной) следует отвести одну ячейку и определить для нее имя. Ячейки переменных размещаются в ряд, в них будет размещаться результат решения задачи. В ячейках сверху записываются их имена. Следует использовать имена ячеек x_1 , x_2 и т.д.;
- отвести ячейку для критерия оптимальности и записать его в виде формулы, например, $=x_1+4*x_2-3*x_3$. Ячейке, содержащей критерий

оптимальности, также можно присвоить имя, например, прибыль, затраты и т.д.;

- отвести на каждое ограничение одну ячейку (желательно размещать их одну под другой). В эти ячейки следует ввести левые части ограничений в виде формул, например, $=x_1+3*x_2+x_3-x_4-2*x_5$;
- вызвать инструмент Поиск решения. В диалоговом окне потребуется:
- указать ячейку, где находится критерий оптимальности;
- указать диапазон ячеек, где будет сформирован результат (ячейки переменных);
- указать ячейки, где записаны ограничения, и задать для каждого ограничения операцию сравнения и правую часть;
- как правило, также задают ограничение на неотрицательность переменных. Для удобства их целесообразно ввести в виде одного ограничения, указав диапазон, где записаны переменные, а не перечислять переменные по одной;
- изменить, если это необходимо, параметры расчетов (точность, время расчета, число итераций и др.);
- нажать кнопку Выполнить;
- оформить полученное решение в виде отчета. При решении реальных задач целесообразно сформировать и другие виды отчетов (они перечислены в меню). Каждый отчет записывают на новый лист рабочей книги;
- проанализировать результат, при необходимости внести поправки в ограничения и/или в критерий оптимальности и повторить расчеты.

Задача 1

Фирма производит два вида продукции (товар А и товар Б) по определенной цене. На производство товаров требуется четыре вида ресурсов (ресурс 1, ресурс 2, ресурс 3, ресурс 4), которые есть в наличии на фирме в определенном количестве

(Запас). Также имеется информация сколько нужно каждого ресурса на производство единицы продукции, соответственно товара А и товара Б (таблица 3.1).

	А	В	С	Д
1		Товар А	Товар Б	Запас
2	Ресурс 1	0,5	0,4	120
3	Ресурс 2	1	2	200
4	Ресурс 3	1,7	2	240
5	Ресурс 4	0,05	0,04	70
6	Цена	1,15	1,44	

Таблица 3.1 – Исходные данные

Нужно найти количество товара А и товара Б (план), которое максимизирует доход (выручку).

Методические указания к решению задачи 1

1. Добавьте дополнительный столбец Е (Использовано) и дополнительную строку 7 (План).
2. В столбце Использовано вводим формулу =СУММПРОИЗВ(Норма;План). Норма – это затраты определенного ресурса на производство единицы продукции товара А и Б, а План – количество продукции, которое мы ищем. Конкретизация записи формулы для каждого ресурса представлена в табл. 3.2.
3. В ячейку Доход вводим формулу =СУММПРОИЗВ(Цена;План). Таблица должна приобрести вид 3.2 (в столбце Использовано вы увидите числа, полученные в результате расчета по формулам).

Таблица 3.2 – Расчетная таблица

	А	В	С	Д	Е
		Товар А	Товар Б	Запас	Использовано
Ресурс 1	0,5	0,4	120	=СУММПРОИЗВ(B2:C2;\$B\$7:\$C\$7)	
Ресурс 2	1	2	200	=СУММПРОИЗВ(B3:C3;\$B\$7:\$C\$7)	
Ресурс 3	1,7	2	240	=СУММПРОИЗВ(B4:C4;\$B\$7:\$C\$7)	
Ресурс 4	0,05	0,04	70	=СУММПРОИЗВ(B5:C5;\$B\$7:\$C\$7)	
Цена	1,15	1,44	Доход =	=СУММПРОИЗВ(B6:C6;\$B\$7:\$C\$7)	
План	0	0			

4. Выполните поиск оптимального решения с помощью команды Сервис – Поиск Решения (MS Excel 2003) или Данные – Поиск Решения (MS Excel 2007).

5. Целевая ячейка Доход должна принимать максимальное значение, поскольку цель – максимизировать выручку.

Изменяемые данные – планируемое количество товаров, которое максимизирует выручку (ячейки В7:С7).

Оптимизационные задачи предполагают введение ограничений. В данной задаче ограничены ресурсы запасом на складе. Следовательно, вводим следующие ограничения:

- объем затрат ресурса 1 должен быть не более 120 ($E2 \leq 120$);
- объем затрат ресурса 2 должен быть не более 200 ($E3 \leq 200$);
- объем затрат ресурса 3 должен быть не более 240 ($E4 \leq 240$);
- объем затрат ресурса 4 должен быть не более 70 ($E5 \leq 70$);

- количество выпускаемых товаров не может быть отрицательным ($B7:C7 \geq 0$);
- количество выпускаемых товаров должно быть целым числом ($B7:C7 = \text{целое}$).

6. В диалоговом окне поиска решения нажмите на кнопку Параметры, выберите Линейную модель, нажмите ОК.
7. Нажмите кнопку Выполнить.
8. Оцените полученные результаты и сравните с контрольными, приведенными в таблице 3.3.

Таблица 3.3 – Результаты решения задачи

	Товар А	Товар Б	Запас	Использовано
Ресурс 1	0,5	0,4	120	56,8
Ресурс 2	1	2	200	200
Ресурс 3	1,7	2	240	239,2
Ресурс 4	0,05	0,04	70	5,68
Цена	1,15	1,44	Доход =	168,08
План	56	72		

Контрольное задание 1

Фабрика производит продукцию двух типов для реализации. При их изготовлении используются 6 видов ресурсов. На момент планирования столовая располагает следующими недельными запасами: ресурс 1 – 20 ед., ресурс 2 – 60 ед., ресурс 3 – 10 ед., ресурс 4 – 10 ед., ресурс 5 – 15 ед., ресурс 6 – 5 ед.

Реализация продукции предполагается по следующим ценам: продукт 1 – 120 руб/шт, продукт 2 – 200 руб/шт. Нормы расхода продуктов приводятся в таблице 3.4. Определить оптимальный план выпуска продукции, реализация которого

позволит получить максимальную выручку. Предполагается, что вся изготовленная продукция будет реализована по плановым ценам.

Таблица 3.4

Вид ресурса	Продукт 1	Продукт 2
Ресурс 1	150	0
Ресурс 2	150	250
Ресурс 3	30	20
Ресурс 4	30	30
Ресурс 5	0	70
Ресурс 6	30	10

Задача 2

Начальник отдела должен распределить работы между 6 сотрудниками. Необходимо выполнить 5 видов работ. Требуется назначить на каждый вид работы одного сотрудника. Требуется определить, как это сделать, чтобы общее время, затраченное на выполнение работ сотрудниками, было минимальным. Время выполнения работ сотрудниками показаны в таблице 3.5.

Работник	Время выполнения, час				
	Работа 1	Работа 2	Работа 3	Работа 4	Работа 5
Иванов	25	16	15	14	13
Петров	25	17	18	23	15
Сидоров	30	15	20	19	14
Фролов	27	20	22	25	12
Ильин	29	19	17	32	10

Таблица 3.5

Решение.

Экономико-математическая модель задачи

Переменные:

$$x_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{если работник } i \text{ не назначен на работу } j; \\ 1, & \text{если работник } i \text{ назначен на работу } j \end{cases} \quad (i = \overline{1, 5}; j = \overline{1, 5}).$$

Целевая функция — суммарное время, необходимое для завершения всех видов работ, которое необходимо минимизировать:

$$f(X) = 25x_{11} + 16x_{12} + 15x_{13} + 14x_{14} + 13x_{15} + 25x_{21} + 17x_{22} + 18x_{23} + \\ + 23x_{24} + 15x_{25} + 30x_{31} + 15x_{32} + 20x_{33} + 19x_{34} + 14x_{35} + 27x_{41} + 20x_{42} + \\ + 22x_{43} + 25x_{44} + 12x_{45} + 29x_{51} + 19x_{52} + 17x_{53} + 32x_{54} + 10x_{55} \rightarrow \min.$$

Функциональные ограничения:

- по работам

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} = 1, \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} = 1, \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} = 1, \\ x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} = 1, \\ x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} + x_{55} = 1; \end{cases}$$

- по работникам

$$\begin{cases} x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51} = 1, \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} + x_{52} = 1, \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} + x_{53} = 1, \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} + x_{54} = 1, \\ x_{15} + x_{25} + x_{35} + x_{45} + x_{55} = 1. \end{cases}$$

Вид расчетной таблицы в MS Excel показан на рис. 3.1.

	A	B	C	D	E	F	G
1		Время выполнения, час					
2	Работник	Работа 1	Работа 2	Работа 3	Работа 4	Работа 5	
3	Иванов	25	16	15	14	13	
4	Петров	25	17	18	23	15	
5	Сидоров	30	15	20	19	14	
6	Фролов	27	20	22	25	12	
7	Ильин	29	19	17	32	10	
8							
9		Назначения на работы					
10	Работник	1	2	3	4	5	
11	Иванов						0
12	Петров						0
13	Сидоров						0
14	Фролов						0
15	Ильин						0
16		0	0	0	0	0	0

Рисунок 3.1

Значения переменных x_{ij} располагаются в блоке ячеек B11:F15. В ячейку G16 введена формула для вычисления значения целевой функции =СУММПРОИЗВ(B3:F7;B11:F15).

В ячейки G11:G15 введены формулы вычисления количества выполненных работ сотрудникам. На эти значения при поиске решения будут наложены ограничения равенства 1, т.к. каждый сотрудник занят только на одной работе. В ячейке G11 формула =СУММ(B11:F11), которая протягивается на ячейки G12:G15.

В ячейки B16:F16 аналогично введены формулы количества занятых на выполнении работ сотрудников. На эти значения при поиске решения будут наложены ограничения равенства 1, т.к. каждая работа выполняется только одним сотрудником.

Параметры поиска решения показаны на рис. 3.2. На рис. 3.3 показаны результаты поиска решения.

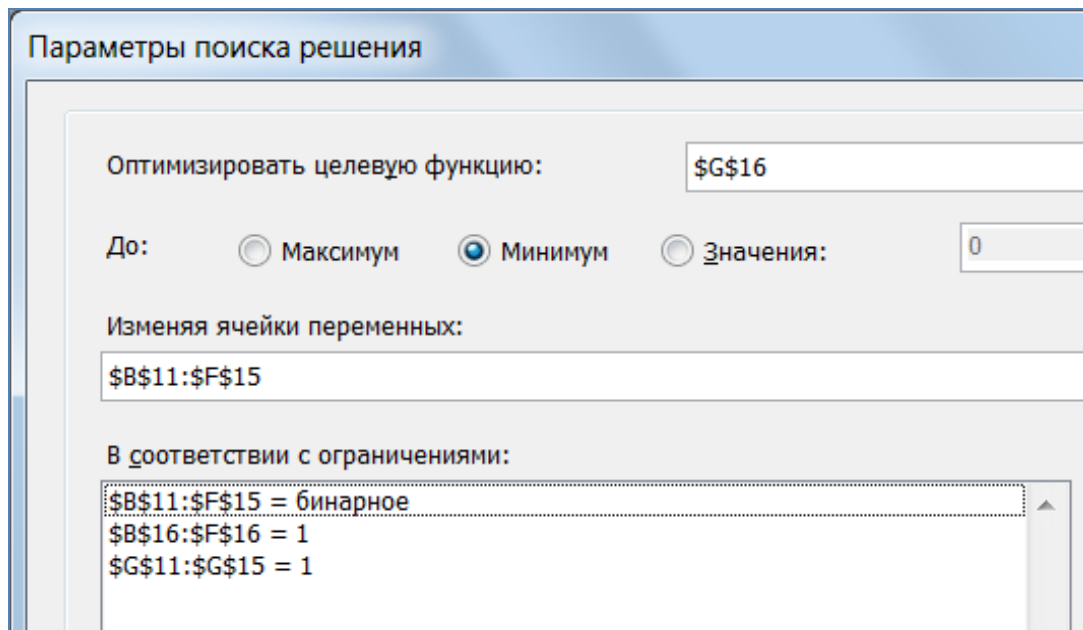


Рисунок 3.2

G16		f _{ис} =СУММПРОИЗВ(B3:F7;B11:F15)					
	A	B	C	D	E	F	G
2	Работник	Работа 1	Работа 2	Работа 3	Работа 4	Работа 5	
3	Иванов	25	16	15	14	13	
4	Петров	25	17	18	23	15	
5	Сидоров	30	15	20	19	14	
6	Фролов	27	20	22	25	12	
7	Ильин	29	19	17	32	10	
8							
9	Работник	Назначения на работы					
10		1	2	3	4	5	
11	Иванов	0	0	0	1	0	1
12	Петров	1	0	0	0	0	1
13	Сидоров	0	1	0	0	0	1
14	Фролов	0	0	0	0	1	1
15	Ильин	0	0	1	0	0	1
16		1	1	1	1	1	83

Рисунок 3.3

Анализ результатов показывает, что для минимизации затрат суммарного времени выполнения всех работ на работу 1 нужно назначить Петрова, на работу 2 – Сидорова, на работу 3 – Ильина, на работу 4 – Иванова, на работу 5 – Фролова. Суммарные затраты времени при этом составят 83 часа.

Контрольное задание

В распоряжении некоторой компании имеется 6 торговых точек и 6 продавцов. Из опыта известно, что эффективность работы продавцов в различных торговых точках неодинакова. Коммерческий директор оценил деятельность каждого продавца в каждой торговой точке при условии, что назначение первого продавца на четвертую торговую точку недопустимо; результаты этой оценки представлены в таблице.

<i>Продавец</i>	<i>Объем продаж по торговым точкам</i>					
	<i>I</i>	<i>II</i>	<i>III</i>	<i>IV</i>	<i>V</i>	<i>VI</i>
<i>A</i>	68	72	75	83	75	69
<i>B</i>	56	60	58	63	61	59
<i>C</i>	35	38	40	45	25	27
<i>D</i>	40	42	47	45	53	36
<i>E</i>	62	70	68	67	69	70
<i>F</i>	65	63	69	70	72	68

Как коммерческий директор должен осуществить назначение продавцов по торговым точкам, чтобы достичь максимального объема продаж?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Сеть разработчиков Microsoft [электронный ресурс]
<https://msdn.microsoft.com/ru-ru/dn308572.aspx>
2. Студеникина Л.И. Метод наименьших квадратов: методические указания и индивидуальные задания по выполнению лабораторной работы №15 / Юго-Зап. гос. ун-т; сост.: Л.И.Студеникина, Т.В.Шевцова. Курск, 2011. 52 с.: табл. 4. Библиогр.: с.52.
3. Материалы сайта <http://www.matlab.ru/>
4. Материалы сайта фирмы-разработчика <http://www.mathworks.com/>