

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Минцаев Магомед Шавалович

Должность: Ректор

Дата подписания: 29.02.2024 08:07:06

Уникальный программный ключ:

236bcc35c2961170baafdc22830021db52dbcc07971a86805a5825f91a4304cc

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ГРОЗНЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НЕФТЯНОЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ АКАДЕМИКА М.Д.МИЛЛИОНЩИКОВА»

ВЫСШАЯ И ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА

УТВЕРЖДЕН

на заседании кафедры
« 01 » 09 2022 г., протокол № 1
Заведующий кафедрой



А. М. Гачаев

(подпись)

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

МАТЕМАТИКА

Направление подготовки

35.03.10 *Ландшафтная архитектура*

Направленность (профиль)

«Садово-парковое строительство и ландшафтный дизайн»

Квалификация

Бакалавр

Составитель  Л. Ш. Дацаева

ПАСПОРТ
ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
МАТЕМАТИКА

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1.	Линейная алгебра	ОПК-1	Контрольная работа Экзамен
2.	Элементы векторной алгебры	ОПК-1	Коллоквиум Экзамен
3.	Аналитическая геометрия	ОПК-1	Коллоквиум Экзамен
4.	Теория пределов	ОПК-1	Контрольная работа
5.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	ОПК-1	Контрольная работа Экзамен
6.	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	ОПК-1	Коллоквиум Контрольная работа
7.	Интегральное исчисление	ОПК-1	Контрольная работа Экзамен
8.	Дифференциальные уравнения	ОПК-1	Коллоквиум Контрольная работа Экзамен
9.	Основы теории вероятностей и математической статистики	ОПК-1	Коллоквиум Контрольная работа Экзамен

ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
1	<i>Коллоквиум</i>	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2	<i>Контрольная работа</i>	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу учебной дисциплины.	Комплект контрольных заданий по вариантам
3	<i>Экзамен</i>	Средство проверки знаний, умений, владений, приобретенных обучающимся в течение се-	Комплект экзаменационных билетов

ПЕРВЫЙ СЕМЕСТР**ВОПРОСЫ ДЛЯ КОЛЛОКВИУМА (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ)**

Раздел: «Линейная алгебра, элементы векторного анализа, аналитическая геометрия»

1. Определители 2-го и 3-го порядков. Алгебраические дополнения и миноры. Понятие об определителе n -го порядка. Основные свойства определителей; их применение к вычислению определителей n -го порядка.
2. Системы линейных уравнений. Правило Крамера. Однородная система.
3. Матрицы. Действия над матрицами. Обратная матрица. Матричный способ решения систем линейных уравнений.
4. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Исследование систем линейных уравнений.
5. Декартовы прямоугольные системы координат на плоскости и в пространстве. Полярная система координат.
6. Векторы. Линейные операции над векторами. Линейно независимые векторы. Базис, разложение по базису. Проекция вектора на оси координат. Координаты вектора. Длина вектора и направляющие косинусы. Условия коллинеарности векторов.
7. Скалярное произведение векторов и его свойства. Угол между векторами. Условие перпендикулярности двух векторов. Механический смысл скалярного произведения.
8. Векторное и смешанное произведения векторов. Основные свойства и вычисление через определители. Компланарность трёх векторов. Геометрические приложения векторного и смешанного произведений.
9. Понятие об уравнении поверхности в пространстве и уравнении линии на плоскости. Прямая на плоскости. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Угол между прямыми. Условия перпендикулярности и параллельности прямых. Расстояние от точки до прямой.
10. Канонические уравнения кривых второго порядка: окружности, эллипса, гиперболы, параболы.
11. Уравнения плоскости и прямой в пространстве. Угол между прямыми. Угол между прямой и плоскостью. Точка пересечения прямой и плоскости.
12. Поверхности второго порядка. Канонические формы уравнений поверхностей второго порядка.

Раздел: «Предел и непрерывность функции»

1. Предел функции в точке. Предел функции на бесконечности. Односторонние пределы. Ограниченность функции, имеющий предел.
2. Бесконечно большая и бесконечно малая функции и связь между ними. Разложение функции, имеющей предел, на постоянную и бесконечно малую.
3. Основные теоремы о пределах. Раскрытие неопределенностей $\left[\frac{0}{0} \right]$ и $\left[\frac{\infty}{\infty} \right]$. Первый замечательный предел.
4. Числовые последовательности. Предел последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Число e . Натуральные логарифмы.
5. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые. Замена бесконечно малых эквивалентными при вычислении пределов.
6. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва функции и их классификация.
7. Непрерывность функции на отрезке. Свойства непрерывных на отрезке функций: ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений, существование

промежуточных значений.

Раздел: «Дифференциальное исчисление функций одной переменной»

1. Производная функции одной переменной; её геометрический и механический смысл. Дифференцируемость функции.
2. Основные правила дифференцирования. Производная сложной функции. Производные основных элементарных функций. Логарифмическое дифференцирование.
3. Обратная функция. Непрерывность и дифференцируемость обратной функции. Производные обратных тригонометрических функций. Таблица производных.
4. Дифференцирование неявных и параметрически заданных функций.
5. Дифференциал функции и его геометрический смысл. Связь с производной. Дифференциал сложной функции. Инвариантность формы дифференциала 1-го порядка.
6. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.
7. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши о дифференцируемых функциях.
8. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей.
9. Исследование функции с помощью первой производной: необходимые и достаточные условия возрастания и убывания функции; экстремумы функции; наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
10. Исследование функции с помощью второй производной: экстремумы функции; выпуклость, вогнутость и точки перегиба графика функции.
11. Асимптоты кривых. Общая схема исследования функции и построения графика.

Раздел: «Функции нескольких переменных»

1. Функции нескольких переменных. Область определения. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
2. Частные производные. Полный дифференциал и его использование в приближенных вычислениях. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
3. Частные производные и полные дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.
4. Неявные функции и их дифференцирование.
5. Скалярное поле. Производная по направлению. Градиент.
6. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия существования экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.
7. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
8. Метод наименьших квадратов для обработки экспериментальных данных.

Критерии оценки (в рамках текущей аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 10 баллов за текущую аттестацию. Критерии оценки разработаны, исходя из разделения баллов: 5 баллов за освоение теоретических вопросов дисциплины, 5 баллов – за выполнение домашних заданий.

Критерии оценки ответов на теоретические вопросы:

- **5 баллов** выставляется студенту, если он изложил содержание вопроса в объеме, предусмотренном программой, при этом изложил материал грамотным языком, точно используя математическую терминологию и символику, в определенной логической последовательности;
- **4 балла** выставляются студенту, если при достаточно полном и грамотном освещении вопроса он допустил небольшие неточности, не искажающие математического содержания ответа;
- **3 балла** выставляются студенту при неполном раскрытии содержания вопроса (содержание вопроса изложено фрагментарно, не всегда последовательно), но показано общее понимание вопроса; допущены ошибки при использовании математической терминологии;
- **2 балла** получает студент, продемонстрировавший обрывочные знания и допустивший ошибки в определении понятий и при использовании математической терминологии;

– 1 балл получает студент, продемонстрировавший знание менее 10% материала, вынесенного на коллоквиум.

КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РУБЕЖНЫЙ КОНТРОЛЬ)

ПЕРВАЯ АТТЕСТАЦИЯ

Вариант 1

1. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -5 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -2 & 7 \\ 5 & 6 & -2 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса:
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

3. Найти $\overset{r}{a}b$ и $\overset{r}{a} \times \overset{r}{b}$, если: $\overset{p}{a} = \{0; 3; -1\}$, $\overset{p}{b} = \{-1; 2; 1\}$.

Вариант 2

1. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -4 & 3 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса:
$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 2. \end{cases}$$

3. Найти $\overset{r}{a}b$ и $\overset{r}{a} \times \overset{r}{b}$, если: $\overset{p}{a} = \{1; -3; 2\}$, $\overset{p}{b} = \{-1; 0; 2\}$.

Вариант 3

1. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 5 & 0 & 1 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \\ 5 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 5. \end{cases}$$

3. Найти $\overset{r}{a}b$ и $\overset{r}{a} \times \overset{r}{b}$, если: $\overset{p}{a} = \{4; 1; -2\}$, $\overset{p}{b} = \{-1; 0; 2\}$.

Вариант 4

1. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -5 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & -7 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса:
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -9, \\ 8x_1 + 3x_2 + 5x_3 = -13, \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 = -5. \end{cases}$$

3. Найти $\overset{r}{a}b$ и $\overset{r}{a} \times \overset{r}{b}$, если: $\overset{p}{a} = \{-3; 5; 1\}$, $\overset{p}{b} = \{2; 1; -2\}$.

Вариант 5

1. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 1 & 6 & -1 \\ 2 & 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & -7 \\ 1 & 3 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса:
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 3, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 7, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

3. Найти $\overset{\text{r}}{a} \overset{\text{r}}{b}$ и $\overset{\text{r}}{a} \times \overset{\text{r}}{b}$, если: $\overset{\text{p}}{a} = \{2; 3; -1\}$, $\overset{\text{p}}{b} = \{4; -2; 1\}$.

Вариант 6

1. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 7 & 8 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса:
$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - 3x_3 = 4, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = 0. \end{cases}$$

3. Найти $\overset{\text{r}}{a} \overset{\text{r}}{b}$ и $\overset{\text{r}}{a} \times \overset{\text{r}}{b}$, если: $\overset{\text{p}}{a} = \{1; 3; -5\}$, $\overset{\text{p}}{b} = \{-3; 1; 1\}$.

Вариант 7

1. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 2 & 0 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & -1 & -2 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса:
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$$

3. Найти $\overset{\text{r}}{a} \overset{\text{r}}{b}$ и $\overset{\text{r}}{a} \times \overset{\text{r}}{b}$, если: $\overset{\text{p}}{a} = \{3; -4; 2\}$, $\overset{\text{p}}{b} = \{3; 5; -1\}$.

Вариант 8

1. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -3 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса:
$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 5x_3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 = -1. \end{cases}$$

3. Найти $\overset{\text{r}}{a} \overset{\text{r}}{b}$ и $\overset{\text{r}}{a} \times \overset{\text{r}}{b}$, если: $\overset{\text{p}}{a} = \{-1; 2; 2\}$, $\overset{\text{p}}{b} = \{2; -2; 3\}$.

Вариант 9

1. Найти произведение матриц: $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса:
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 = -9, \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 = -8, \\ 2x_1 - 3x_2 + 3x_3 = -12. \end{cases}$$
3. Найти $\overset{r}{a} \overset{r}{b}$ и $\overset{r}{a} \times \overset{r}{b}$, если: $\overset{p}{a} = \{3; 3; -3\}$, $\overset{p}{b} = \{-2; 1; 1\}$.

Вариант 10

1. Найти произведение матриц:
$$\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & 3 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & -4 & 5 \end{pmatrix}.$$
2. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса:
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11. \end{cases}$$
3. Найти $\overset{r}{a} \overset{r}{b}$ и $\overset{r}{a} \times \overset{r}{b}$, если: $\overset{p}{a} = \{-2; 1; 1\}$, $\overset{p}{b} = \{3; 0; -4\}$.

Вариант 11

1. Найти произведение матриц:
$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}.$$
2. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса:
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 - 3x_3 = 13, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -15. \end{cases}$$
3. Найти $\overset{r}{a} \overset{r}{b}$ и $\overset{r}{a} \times \overset{r}{b}$, если: $\overset{p}{a} = \{6; 3; -2\}$, $\overset{p}{b} = \{-4; 1; 1\}$.

Вариант 12

1. Найти произведение матриц:
$$\begin{pmatrix} 1 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}.$$
2. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса:
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 = 13, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 = -7. \end{cases}$$
3. Найти $\overset{r}{a} \overset{r}{b}$ и $\overset{r}{a} \times \overset{r}{b}$, если: $\overset{p}{a} = \{4; -1; 3\}$, $\overset{p}{b} = \{5; 0; -2\}$.

Вариант 13

1. Найти произведение матриц $A \cdot B$ и $B \cdot A$, если $A = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -2 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 6 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.
2. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 10, \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 12. \end{cases}$$
3. Найти $\overset{r}{a} \overset{r}{b}$ и $\overset{r}{a} \times \overset{r}{b}$, если: $\overset{p}{a} = \{2; 0; -3\}$, $\overset{p}{b} = \{1; -2; 2\}$.

Вариант 14

1. Найти произведение матриц $A \cdot B$ и $B \cdot A$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6. \end{cases}$$

3. Найти $\overset{r}{a}b$ и $\overset{r}{a} \times \overset{r}{b}$, если: $\overset{p}{a} = \{5; 3; -7\}$, $\overset{p}{b} = \{2; 4; -3\}$.

Вариант 15

1. Найти произведение матриц $A \cdot B$ и $B \cdot A$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 1 & 6 & -1 \\ 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса:
$$\begin{cases} 3x + 4y + 7z = -1, \\ -2x + 5y - 3z = 1, \\ 5x - 6y + 11z = -3. \end{cases}$$

3. Найти $\overset{r}{a}b$ и $\overset{r}{a} \times \overset{r}{b}$, если: $\overset{p}{a} = \{1; 5; -2\}$, $\overset{p}{b} = \{0; 3; -1\}$.

Вариант 16

1. Найти произведение матриц $A \cdot B$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 4 & 1 & -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 0 & 8 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса:
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 5, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 5, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 13. \end{cases}$$

3. Найти $\overset{r}{a}b$ и $\overset{r}{a} \times \overset{r}{b}$, если: $\overset{p}{a} = \{6; -8; 2\}$, $\overset{p}{b} = \{-1; 1; 1\}$.

Вариант 17

1. Найти произведение матриц $A \cdot B$, если $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 0 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6. \end{cases}$$

3. Найти $\overset{r}{a}b$ и $\overset{r}{a} \times \overset{r}{b}$, если: $\overset{p}{a} = \{-3; 3; 2\}$, $\overset{p}{b} = \{2; 0; -4\}$.

Вариант 18

1. Найти произведение матриц $A \cdot B$ и $B \cdot A$, если $A = \begin{pmatrix} -2 & 7 \\ -5 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 8 & -3 \\ -1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса:
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$$

3. Найти $\overset{r}{a} \overset{1}{b}$ и $\overset{r}{a} \times \overset{1}{b}$, если: $\overset{p}{a} = \{2; 3; -5\}$, $\overset{p}{b} = \{-6; 0; 8\}$.

Вариант 19

1. Найти произведение матриц $A \cdot B$, если $A = \begin{pmatrix} -5 & 2 & -1 \\ 7 & 5 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 5 & 4 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -3. \end{cases}$$

3. Найти $\overset{r}{a} \overset{1}{b}$ и $\overset{r}{a} \times \overset{1}{b}$, если: $\overset{p}{a} = \{3; -3; 0\}$, $\overset{p}{b} = \{-2; 1; 2\}$.

Вариант 20

1. Найти произведение матриц $A \cdot B$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & -3 & 4 \\ 2 & 4 & -2 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 2 & -2 \\ 3 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему уравнений методом Крамера и методом Гаусса:
$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 2. \end{cases}$$

3. Найти $\overset{r}{a} \overset{1}{b}$ и $\overset{r}{a} \times \overset{1}{b}$, если: $\overset{p}{a} = \{3; -2; 4\}$, $\overset{p}{b} = \{7; 1; -1\}$.

ВТОРАЯ АТТЕСТАЦИЯ

Вариант 1

1. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 2x - 8}{x^2 - 16}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 5x - 3}{3x^5 + 9x - 12}$.

2. Найти производные данных функций:

а) $y = 6x^9 - \frac{5}{x^4} + \sqrt[7]{x^2} - 5x$; б) $y = \frac{x^4}{4x - x^3}$; в) $y = \arctg \frac{3-x}{x+3}$; г) $\begin{cases} x = \sqrt[4]{t}; \\ y = 1/\sqrt{1-t}; \end{cases}$

д) $y = x^2 \cdot \ln 5x$; е) $y = \cos^3 6x$; ж) $y = e^{tg 4x}$; з) $3x^2 y - 2x = 5y^3$.

3. Найти частные производные функции двух переменных:

$z = x^2 + y^2 - 6xy + 20x + 18y - 100$.

Вариант 2

1. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{2x^2 + 5x + 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^5 + 4x^3 + x}{5x^4 + 9x^2 - 7}$.

2. Найти производные данных функций:

$$\text{а) } y = 7 + 8x^5 - \frac{2}{x^2} - \sqrt[5]{x^4}; \quad \text{б) } y = \frac{x^5}{2x - x^3}; \quad \text{в) } y = \ln(x - \sqrt{1 - x^2}); \quad \text{г) } \begin{cases} x = \operatorname{arctg} t; \\ y = t^2 / 2; \end{cases}$$

$$\text{д) } y = (x^2 - 6x) \cdot \sin 2x; \quad \text{е) } y = \sin^5 3x; \quad \text{ж) } y = e^{x^3 + \ln x}; \quad \text{з) } 3e^x - e^y = y^3 - 5xy.$$

3. Найти частные производные функции двух переменных:

$$z = x^2 + y^2 - 6xy + 20x + 18y - 100.$$

Вариант 3

1. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 9}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 4x + 3}{3x^3 + 9x - 12}$.

2. Найти производные данных функций:

$$\text{а) } y = \frac{1}{x} - \sqrt[6]{x} + 2x^5 + 8; \quad \text{б) } y = \frac{\cos x}{1 - \sin x}; \quad \text{в) } y = \sqrt{\frac{1 - x^2}{1 + x^2}}; \quad \text{г) } \begin{cases} x = \ln(1 + t^2); \\ y = \operatorname{arctg} t; \end{cases}$$

$$\text{д) } y = e^{-x}(5x - x^3); \quad \text{е) } y = (7x - x^3)^5; \quad \text{ж) } y = \sin^6 3x; \quad \text{з) } 6xy - x^3 + y^2 = 2.$$

3. Найти частные производные функции двух переменных:

$$z = 1 + 15x - 2x^2 - xy - 2y^2.$$

Вариант 4

1. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{2x^2 - x - 6}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^5 + 4x^3 - x}{3x^3 + 9x^2 + 3}$.

2. Найти производные данных функций:

$$\text{а) } y = \sqrt[7]{x^3} + 7x + x^8 - \frac{3}{x^3}; \quad \text{б) } y = \frac{1 - 4^x}{1 + 4^x}; \quad \text{в) } y = \sqrt[5]{(2 - 3x)^2}; \quad \text{г) } \begin{cases} x = \sin^2 t; \\ y = \operatorname{ctg} t^2; \end{cases}$$

$$\text{д) } y = 3x^3 \cdot \cos 5x; \quad \text{е) } y = \ln(x + \cos x); \quad \text{ж) } y = \operatorname{tg}^4 5x; \quad \text{з) } xy - \ln y + y^4 = 3.$$

3. Найти частные производные функции двух переменных:

$$z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5.$$

Вариант 5

1. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + x - 10}{x^2 - x - 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^4 - 9x^2 + 1}{3x^3 + 9x}$.

2. Найти производные данных функций:

$$\text{а) } y = 2x^2 - \frac{5}{x^5} + \sqrt[7]{x^2} - 8; \quad \text{б) } y = \frac{x^3 + 3}{2x^2 - 5}; \quad \text{в) } y = \sin x^5; \quad \text{г) } \begin{cases} x = t \cdot \sin t; \\ y = t - \cos t; \end{cases}$$

$$\text{д) } y = 7^x \cdot \cos 3x; \quad \text{е) } y = e^{\sqrt{2x - x^2}}; \quad \text{ж) } y = \cos^2 4x; \quad \text{з) } 5x^2 - xy + 2y^2 = 4.$$

3. Найти частные производные функции двух переменных:

$$z = 2(x + y) - x^2 - y^2.$$

Вариант 6

1. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 7x - 8}{x^2 - 2x + 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 + 4x^3 + 3}{3x^4 + 8x^2 - 12x}$.

2. Найти производные данных функций:

$$\text{а) } y = 7 - x^3 - \frac{1}{x} + 2\sqrt[5]{x} - 3x; \quad \text{б) } y = \frac{3 - x^2}{3 + x^2}; \quad \text{в) } y = \ln(\operatorname{tg} 3x); \quad \text{г) } \begin{cases} x = t^2; \\ y = t^3 - 3t; \end{cases}$$

д) $y = (x^2 + 2x) \cdot e^x$; е) $y = \sin^7 2x$; ж) $y = \sqrt[3]{x^2 - 2x + 3}$; з) $x \cdot \sin y = y \cdot \ln x$.

3. Найти частные производные функции двух переменных:

$$z = x^2 + y^2 - xy + x + y + 8.$$

Вариант 7

1. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{2x^2 + 7x - 15}{x^2 - 25}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^6 + 4x - 3}{3x^3 + 9 + x^2}$.

2. Найти производные данных функций:

а) $y = 6 - 3x^4 - \frac{4}{x^2} + \sqrt[5]{x^4} - x$; б) $y = \frac{\ln 3x}{x^2 - 9}$; в) $y = \operatorname{tg}^3 6x$; г) $\begin{cases} x = t - t^4 \\ y = t^2 - t^3 \end{cases}$;

д) $y = 2^{3x} \cdot (3 - x)$; е) $y = e^{\sqrt{1+3x}}$; ж) $y = \arccos e^{5x}$; з) $3x^2 - 2y^3 = 5xy$.

3. Найти частные производные функции двух переменных:

$$z = x^2 + y^2 + xy - 2x - y.$$

Вариант 8

1. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + 5x + 6}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 + 7x^2 + 5}{x^3 + 8x^4 - 2x}$.

2. Найти производные данных функций:

а) $y = 4x^5 - \frac{6}{x^3} + \sqrt[6]{x^5} - 7x$; б) $y = \frac{1 + e^x}{1 - e^x}$; в) $y = \operatorname{arctg}^2 3x$; г) $\begin{cases} x = 5 \sin^2 t \\ y = 4 \cos^3 t \end{cases}$;

д) $y = \sqrt{x} \cdot \arcsin x$; е) $y = \ln(x + x^5 - 2)$; ж) $y = 3^{\operatorname{ctgx}}$; з) $3xy - \ln y = 5x$.

3. Найти частные производные функции двух переменных:

$$z = x^2 + y^2 - xy + 9x - 6y + 20.$$

Вариант 9

1. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 9x + 10}{x^3 - 8}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^7 - 9x^5 + x^2}{3x^4 + 9x}$.

2. Найти производные данных функций:

а) $y = 5x^4 - \frac{1}{x^3} + \sqrt[5]{x^2} - 34$; б) $y = \frac{x^2}{4x - x^2}$; в) $y = \cos^5 4x$; г) $\begin{cases} x = te^t, \\ y = \frac{t}{e^t}, \end{cases}$

д) $y = x^6 \cdot \ln 7x$; е) $y = (1 - 4x^3)^{12}$; ж) $y = \arccos(e^{2x})$; з) $3x^2 - 2y^3 = 5xy$.

3. Найти частные производные функции двух переменных:

$$z = 2xy - 3x^2 - 2y^2 + 10.$$

Вариант 10

1. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - x - 30}{x^3 + 125}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^5 + 4x^3 - 3}{5x^4 + 8x^8 - 12x}$.

2. Найти производные данных функций:

а) $y = 4x^5 - \frac{5}{x^3} + \sqrt{x^3} + \sqrt{5}$; б) $y = \frac{1 + e^x}{1 - e^x}$; в) $y = \cos^3 7x$; г) $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = \ln t, \end{cases}$

д) $y = (2x^2 - 5) \cdot e^{5x}$; е) $y = \sqrt{1 - \sin 2x}$; ж) $y = \ln(\sin 2x + \cos 2x)$; з) $\ln(xy) = x^2 - y^2$.

3. Найти частные производные функции двух переменных:

$$z = xy - x^2 - y^2 + 9.$$

Вариант 11

1. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - x - 12}{x^2 - 9}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^7 + 6x - 13}{x^2 + 3x + 1}$.

2. Найти производные данных функций:

а) $y = 7x^5 - \frac{8}{x^2} + \sqrt[7]{x^4} - \ln e$; б) $y = \frac{4x^3 + 21}{x^2}$; в) $y = 6^{\operatorname{tg} x}$, г) $\begin{cases} x = \ln^2 t, \\ y = t + \ln t, \end{cases}$

д) $y = x^2 \cdot e^{-x^2}$; е) $y = \cos^8 5x$; ж) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{2x - 1}$; з) $x \operatorname{tg} y + y^2 = 5x$.

3. Найти частные производные функции двух переменных:

$$z = 2xy - 2x^2 - 4y^2 + 5.$$

Вариант 12

1. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 2x - 15}{5x + x^2}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^6 + 4x^3 - 3}{6x^3 - 9 + x^2}$.

2. Найти производные данных функций:

а) $y = 8x - \frac{5}{x^4} - \sqrt[3]{x^5} + \sqrt{10}$; б) $y = \frac{\sqrt{3} - \sin x}{\sqrt{3} + \cos x}$; в) $y = \sin^5 3x$; г) $\begin{cases} x = 6t^2 - 4, \\ y = 3t^5, \end{cases}$

д) $y = e^{\sqrt{1 + \ln x}}$; е) $y = \ln^2(\operatorname{ctg} 3x)$; ж) $y = (3x - 1) \cdot \ln x$; з) $5x^2 - xy + 2y^2 = 5$.

3. Найти частные производные функции двух переменных:

$$z = (x - 5)^2 + y^2 + 1.$$

Вариант 13

1. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + x - 10}{x^2 - 4}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 7x^2 + 4}{x^3 + 7x^4 - 2x}$.

2. Найти производные данных функций:

а) $y = 8x^3 + 2\sqrt[3]{x^4} - \frac{3}{\sqrt{x^3}}$; б) $y = \frac{x^3}{\ln x}$; в) $y = \operatorname{tg}^3 4x$; г) $\begin{cases} x = \sin t - t \cos t; \\ y = t \sin t; \end{cases}$

д) $y = (x^2 - 6x) \cdot \lg x$; е) $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 3})$; ж) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x}$; з) $x^3 + y^3 = 3xy$.

3. Найти частные производные функции двух переменных:

$$z = (x - 2)^2 + 2y^2 - 10.$$

Вариант 14

1. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{5x^2 + 4x + 1}{x^2 - 6x - 7}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^9 + 3x^5 - x}{x^3 + 5x^8 - 2x}$.

2. Найти производные данных функций:

а) $y = \sqrt{31} + 4x^3 - \frac{3}{x} + \sqrt[3]{x^2}$; б) $y = \frac{x^4}{2x - x^2}$; в) $y = \sin^7 2x$; г) $\begin{cases} x = \sin 2t, \\ y = \cos^2 t, \end{cases}$

д) $y = \operatorname{ctg} 2x \cdot (3 + x^3)$; е) $y = \ln(x - 4 - x^3)$; ж) $y = e^{\arccos \sqrt{x}}$; з) $x^2 y + 2x^2 - y^2 = 3$.

3. Найти частные производные функции двух переменных:

$$z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y.$$

Вариант 15

1. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + 3x - 28}{x^3 - 64}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 + 3x - 2}{3x^3 + x - 5}$.

2. Найти производные данных функций:

а) $y = 2x^5 - \frac{1}{x^3} - \sqrt[4]{x^3} + e^5$; б) $y = \frac{5x - 8}{3^x}$; в) $y = (x^5 - 4) \cdot \sin 3x$; г) $\begin{cases} x = \arccos t, \\ y = \sqrt{1 - t^2}, \end{cases}$

д) $y = 2^{3x-1}$; е) $y = \ln(2x + \cos x)$; ж) $y = \sqrt{\cos 4x}$; з) $x \sin y = y \ln x$.

3. Найти частные производные функции двух переменных:

$$z = 6(x - y) - 3x^2 - 3y^2.$$

Вариант 16

1. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 14x + 5}{x^2 - 6x + 5}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + x - 5}{3x^3 + 8x - 5}$.

2. Найти производные данных функций:

а) $y = 6x^3 - \frac{1}{x^5} + \sqrt[7]{x^2} - 2x$; б) $y = 3x^2 \cdot \cos 5x$; в) $y = \frac{\operatorname{arctg} 4x}{x^2 - 1}$; г) $\begin{cases} x = e^{13t}, \\ y = e^{-3t}, \end{cases}$

д) $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x}$; е) $y = \operatorname{tg}^5(\sin x)$; ж) $y = e^{\operatorname{arcsin} x}$; з) $2\sqrt{xy} = 3x^2 - 2y$.

3. Найти частные производные функции двух переменных:

$$z = x^2 + y^2 + xy + x - y + 1.$$

Вариант 17

1. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x^3 - 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 17x - 28}{x^2 - 9x + 14}$.

2. Найти производные данных функций:

а) $y = 2\sqrt{x^3} - \frac{7}{x^3} + 3x^2 + 5^2$; б) $y = \cos^3 3x$; в) $y = \frac{x^3}{4x - x^2}$; г) $\begin{cases} x = \sin^3 t, \\ y = 3 \cos^3 t, \end{cases}$

д) $y = 10^{x^2+3x}$; е) $y = \sin(\ln x)$; ж) $y = \sqrt{3x^2 + \ln^2 x}$; з) $x^2 - \ln y + y^2 = 3$.

3. Найти частные производные функции двух переменных:

$$z = 3x^3 + 3y^3 - 9xy + 10.$$

Вариант 18

1. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x^3 - 2x^2 + 5x}{3x^2 + 7}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^4 - 3x^2 + 2}{9x^3 + 4x - 3}$.

2. Найти производные данных функций:

а) $y = 7x^3 - \frac{1}{x^5} + \sqrt[3]{x} - \ln 5$; б) $y = (x^2 + 2) \cdot \ln 8x$; в) $y = \frac{x^3}{4 - x^2}$; г) $\begin{cases} x = t^4, \\ y = \ln t, \end{cases}$

д) $y = \sin^3 7x$; е) $y = \ln(x + \cos x)$; ж) $y = \operatorname{arcsin} \sqrt{1 - x^2}$; з) $xy - \ln y = 3$.

3. Найти частные производные функции двух переменных:

$$z = xy - x^2 - y^2 + 9.$$

Вариант 19

1. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{10x - 3x^2 - 8}{3x^2 - 8x + 4}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^7 - 5x + 9}{7 - 3x - 5x^2}$.

2. Найти производные данных функций:

а) $y = 2x^5 - \frac{2}{x^3} - \sqrt[6]{x} - \ln e$; б) $y = \frac{2x}{7 - x^5}$; в) $y = \sqrt[5]{(x^2 - 3)^2}$; г) $\begin{cases} x = 3t - \sin t; \\ y = 5 - \cos 2t; \end{cases}$

д) $y = ctg^4 2x$; е) $y = (1 - 2x) \arcsin x$; ж) $y = \ln(x + \sqrt{x^2 - 4})$; з) $\cos(xy) = y \sin x$.

3. Найти частные производные функции двух переменных:

$$z = 2x^3 + 2y^3 - 6xy + 5.$$

Вариант 20

1. Вычислить пределы: а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x + 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x - 5}{9x + 7}$.

2. Найти производные данных функций:

а) $y = x^6 - \frac{2}{x} + \sqrt[3]{x^2} - \ln e^2$; б) $y = 2x^3 \cdot \operatorname{arctg} x$; в) $y = \frac{2 - x^2}{\cos 4x}$; г) $\begin{cases} x = 4t + 2t^2, \\ y = 5t^3 - 3t^2, \end{cases}$

д) $y = \cos^7 3x$; е) $y = \ln(x + \ln x)$; ж) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1}$; з) $e^{xy} + \sqrt{x} + \sqrt{y} = 0$.

3. Найти частные производные функции двух переменных:

$$z = 4x - 4y - x^2 - y^2.$$

Критерии оценки письменной контрольной работы (в рамках рубежной аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 25 баллов за выполнение рубежной контрольной работы. Каждое задание, входящее в контрольную, оценивается преподавателем определенным количеством баллов. Итоговый балл за контрольную работу получается суммированием баллов за все задания.

Критерий оценки одного задания:

рубежная контрольная работа оценивается максимально в 25 баллов. Каждое задание, входящее в контрольную, оценивается преподавателем определенным количеством баллов. Итоговый балл за контрольную работу получается суммированием баллов за все задания. Приведем критерий оценки одного задания:

- обучающийся правильно решил задачу; при этом логично, последовательно и аргументированно изложил решение задачи – максимальное количество баллов;
- обучающийся в основном правильно решил задачу, допустив при этом незначительные неточности и погрешности – 80% от максимального количества баллов;
- обучающийся не полностью решил задачу, но не менее 50%, допустив при этом не более одной грубой ошибки – 60% от максимального количества баллов;
- обучающийся привел неполное решение задачи (степень полноты – от 30% до 50%), допу-

- стив при этом значительные недочеты – 40% от максимального количества баллов;
 – обучающийся привел не более 30% решения задачи, допустив при этом грубые ошибки и недочеты – 20% от максимального количества баллов;
 – обучающийся не приступил к решению задачи – 0 баллов.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ БИЛЕТЫ

БИЛЕТ № 1

1. Определители II и III порядков. Определения и основные свойства.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 6. \end{cases}$$

3. Найти угловой коэффициент прямой AB , если $A(-2;5)$, $B(-3;4)$.

4. Даны векторы: $\vec{a} = \{1; -2; 1\}$, $\vec{b} = \{-1; 0; -1\}$. Найти их скалярное и векторное произведения.

5. Найти производную функции $y = e^x \cdot \cos x$. Дана функция $y = 12^{-x^2}$. Найти y'' .

БИЛЕТ № 2

1. Алгебраические дополнения и миноры. Вычисление определителя разложением по элементам строки или столбца.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} x_1 + 6x_2 - 5x_3 = 7, \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 10, \\ 8x_1 - x_2 + 4x_3 = -3. \end{cases}$$

3. Дан треугольник ABC , где $A(-8; -3)$, $B(4; -12)$, $C(8; 10)$. Написать уравнения стороны AB и высоты CH .

4. Найти длину вектора \vec{AB} , если $A(3; 1; -2)$, $B(4; -1; 0)$.

5. Найти производную: $y = 3x^3 \ln x - x^4$. Дана функция $y = \ln(2x + 7)$. Найти y'' .

БИЛЕТ № 3

1. Система линейных уравнений. Основные определения. Методы Крамера и Гаусса решения систем линейных уравнений.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 2; \end{cases}$$

3. Найти угловой коэффициент прямой AB , если $A(-7;7)$, $B(-5;3)$.

4. Даны векторы: $\vec{a} = \{4; 1; 2\}$, $\vec{b} = \{-1; 0; 2\}$. Найти их скалярное и векторное произведения.

5. Найти производную: $y = x \cdot \sin 2x$. Дана функция $y = (4x + 1)^{13}$. Найти y'' .

БИЛЕТ № 4

1. Векторы. Координаты вектора. Длина вектора. Разложение вектора по координатным осям.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -7, \\ 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 13, \\ 8x_1 - x_2 - x_3 = 9. \end{cases}$$

3. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $C(6; 15)$ параллельно прямой AB : $3x - 2y + 6 = 0$.

4. Найти длину вектора \vec{AB} , если $A(2; -1; -4)$, $B(3; -3; -2)$.

5. Найти производную: $y = (2x^3 + 1) \cdot \operatorname{tg} x$. Дана функция $y = \ln(x + 3)$. Найти y'' .

БИЛЕТ № 5

1. Скалярное произведение векторов. Основные свойства. Механический смысл скалярного произведения. Угол между векторами. Условие перпендикулярности векторов.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = 0; \end{cases}$$

3. Найти угловой коэффициент прямой AB , если $A(-4,7)$, $B(-5;2)$.

4. Даны векторы: $\vec{a} = \{-1;3;-5\}$, $\vec{b} = \{3;1;-1\}$. Найти их скалярное и векторное произведения.

5. Найти производную: $y = e^{-x^2+2x}$. Дана функция $y = 2^{3x-1}$. Найти y'' .

БИЛЕТ № 6

1. Векторное и смешанное произведения векторов. Основные свойства и вычисление через определители. Геометрические приложения векторного и смешанного произведений.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -4, \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = -4, \\ 7x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 4. \end{cases}$$

3. Дан треугольник ABC , где $A(-12; -1)$, $B(0; -10)$, $C(4; 12)$. Написать уравнение медианы AE .

4. Найти длину вектора \vec{AB} , если $A(4; -2; 5)$, $B(8; 2; 3)$.

5. Найти производную: $y = \cos^2 6x$. Дана функция $y = x^2 \ln x$. Найти y'' .

БИЛЕТ № 7

1. Прямая на плоскости. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Угловой коэффициент прямой. Условия параллельности и перпендикулярности прямых.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 3, \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -3; \end{cases}$$

3. Найти угловой коэффициент прямой AB , если $A(-3;6)$, $B(-7;1)$.

4. Даны векторы: $\vec{a} = \{5;-3;3\}$, $\vec{b} = \{2;3;-1\}$. Найти их скалярное и векторное произведения.

5. Найти производную: $y = x^3 \cdot e^x$. Дана функция $y = 11^{-2x}$. Найти y'' .

БИЛЕТ № 8

1. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Деление отрезка в данном отношении. Точка пересечения прямых.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 3, \\ 4x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, \\ 8x_1 - 7x_2 + x_3 = 4. \end{cases}$$

3. Дан треугольник ABC , где $A(-5; 7)$, $B(7; -2)$, $C(11; 20)$. Написать уравнения стороны AB и высоты CH .

4. Найти длину вектора \vec{AB} , если $A(-2; -3; 2)$, $B(-1; -5; 4)$.

5. Найти производную: $y = e^x \cdot (3x^2 - 4)$. Дана функция $y = \ln(3x + 5)$. Найти y'' .

БИЛЕТ № 9

1. Кривые второго порядка: окружность, эллипс.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 3, \\ 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 2; \end{cases}$$

3. Найти угловой коэффициент прямой AB , если $A(-3;6)$, $B(-9;1)$.

4. Даны векторы: $\vec{a} = \{-3;5;-2\}$, $\vec{b} = \{3;7;10\}$. Найти их скалярное и векторное произведения.

5. Найти производную: $y = \sin^3 x + \sin 3x + 3 \sin x$. Дана функция $y = e^{2x}$. Найти y'' .

БИЛЕТ № 10

1. Кривые второго порядка: гипербола, парабола.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 = -7, \\ 5x_1 - 4x_2 + x_3 = -7, \\ 2x_1 - 7x_2 + 3x_3 = -3; \end{cases}$$

3. Написать уравнение прямой, проходящей через точку $C(-3;-5)$ параллельно прямой AB : $4x+5y-2=0$.

4. Найти длину вектора \vec{AB} , если $A(-2; -3; 2)$, $B(-1; -5; 4)$.

5. Найти производную: $y = 2x \cdot \cos x$. Дана функция $y = 10^{x^2}$. Найти y'' .

БИЛЕТ № 11

1. Понятие функции. Область определения и область значений функции. Способы задания. Основные элементарные функции и их характеристики.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 2; \end{cases}$$

3. Найти угловой коэффициент прямой AB , если $A(-5;2)$, $B(-1;9)$.

4. Даны векторы: $\vec{a} = \{-4;8;0\}$, $\vec{b} = \{5;3;7\}$. Найти их скалярное и векторное произведения.

5. Найти y' , если $y = 5 \cos x + \cos 5x - \cos^5 x$. Дана функция $y = \ln(\sin 3x)$. Найти y'' .

БИЛЕТ № 12

1. Предел функции в точке и на бесконечности. Односторонние пределы. Бесконечно большая и бесконечно малая функции и связь между ними.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 7x_3 = 0, \\ 7x_1 + 2x_2 + x_3 = -10, \\ 8x_1 - x_2 + 4x_3 = -2; \end{cases}$$

3. Дан треугольник ABC , где $A(-9; 20)$, $B(5; 13)$, $C(-3; 7)$. Написать уравнения стороны AB и высоты CH .

4. Найти длину вектора \vec{AB} , если $A(-5; 0; 1)$, $B(-4; -2; 3)$.

5. Найти производную: $y = \sin(x^2 + 2x^3 - 5)$. Дана функция $y = \ln(7x + 3)$. Найти y'' .

БИЛЕТ № 13

1. Основные теоремы о пределах. Раскрытие неопределенностей $\left[\frac{0}{0} \right]$ и $\left[\frac{\infty}{\infty} \right]$. Первый и второй замечательные пределы.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - x_2 - 3x_3 = 13, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = -15; \end{cases}$$
3. Найти угловой коэффициент прямой AB , если $A(-8;1)$, $B(-6;5)$.
4. Даны векторы: $\vec{a} = \{2;1;-1\}$, $\vec{b} = \{-1;4;2\}$. Найти их скалярное и векторное произведения.
5. Найти производную: $y = x^2 e^x$. Дана функция $y = \ln(1 + 5x)$. Найти y'' .

БИЛЕТ № 14

1. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва функции и их классификация. Непрерывность функции на отрезке.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 6x_3 = 8, \\ 5x_1 + x_2 - 6x_3 = 1, \\ 8x_1 - x_2 - 3x_3 = 7; \end{cases}$$
3. Дан треугольник ABC , где $A(-8; -3)$, $B(4; -12)$, $C(8; 10)$. Написать уравнение медианы AE .
4. Найти длину вектора \vec{AB} , если $A(3; 1; -2)$, $B(4; -1; 0)$.
5. Найти производную: $y = x^9 \cdot \cos x$. Дана функция: $y = 2^{\sin x}$. Найти y'' .

БИЛЕТ № 15

1. Производная функции одной переменной; её геометрический и механический смысл. Дифференцируемость функции.

2. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 = 13, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 = -7. \end{cases}$$
3. Найти угловой коэффициент прямой AB , если $A(-9;4)$, $B(-7;8)$.
4. Даны векторы: $\vec{a} = \{6;4;-1\}$, $\vec{b} = \{-2;3;-1\}$. Найти их скалярное и векторное произведения.
5. Найти производную: $y = 3x^3 \cdot e^x$. Дана функция $y = \ln(4x + 9)$. Найти y'' .

Критерии оценки (в рамках промежуточной аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» ответ студента на экзамене оценивается по 5-бальной шкале.

Критерий оценки ответа на экзамене:

- **5 баллов** получает студент, продемонстрировавший полное владение знаниями в соответствии с требованиями учебной программы, т.е. решивший все задания без ошибок в логических рассуждениях и в обосновании решения;
- **4 балла** получает студент, который при полном владении знаниями в соответствии с требованиями учебной программы допустил отдельные несущественные ошибки либо приведенные им решения недостаточно обоснованы;
- **3 балла** получает студент при неполном изложении полученных знаний, допустивший при этом отдельные существенные ошибки;

– **2 балла** получает студент при бессистемном изложении материала, допускающий существенные ошибки, которые могут препятствовать усвоению дальнейшей учебной информации.

ВТОРОЙ СЕМЕСТР **ВОПРОСЫ ДЛЯ КОЛЛОКВИУМА (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ)**

РАЗДЕЛ: «ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ»

1. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных формул интегрирования. Простейшие приемы интегрирования. Замена переменной в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям.
2. Комплексные числа и формы их представления. Алгебраические действия над комплексными числами. Формула Муавра. Формула Эйлера и показательная форма представления комплексного числа.
3. Многочлены в комплексной области. Корни многочлена. Теорема Безу. Основная теорема алгебры. Разложение многочлена на множители.
4. Интегрирование дробно-рациональных функций путем разложения на простейшие дроби.
5. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функции. Интегрирование некоторых иррациональностей
6. Определенный интеграл как предел интегральных сумм. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям.
7. Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций.

РАЗДЕЛ: «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

1. Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения. Понятие особого решения
2. Основные классы уравнений первого порядка, интегрируемых в квадратурах
3. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. Теорема существования и единственности. Уравнения, допускающие понижения порядка
4. Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения. Структура общего решения однородного линейного дифференциального уравнения. Метод вариации произвольных постоянных для решения неоднородного линейного дифференциального уравнения с произвольной правой частью
5. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения. Нахождение частных решений неоднородных уравнений с правой частью специального вида
6. Системы дифференциальных уравнений. Нормальные системы. Задача Коши.

Критерии оценки (в рамках текущей аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 10 баллов за текущую аттестацию. Критерии оценки разработаны, исходя из разделения баллов: 5 баллов за освоение теоретических вопросов дисциплины, 5 баллов – за выполнение домашних заданий.

Критерии оценки ответов на теоретические вопросы:

- **5 баллов** выставляется студенту, если он изложил содержание вопроса в объеме, предусмотренном программой, при этом изложил материал грамотным языком, точно используя математическую терминологию и символику, в определенной логической последовательности;
- **4 балла** выставляются студенту, если при достаточно полном и грамотном освещении вопроса он допустил небольшие неточности, не искажающие математического содержания ответа;

- **3 балла** выставляются студенту при неполном раскрытии содержания вопроса (содержание вопроса изложено фрагментарно, не всегда последовательно), но показано общее понимание вопроса; допущены ошибки при использовании математической терминологии;
- **2 балла** получает студент, продемонстрировавший обрывочные знания и допустивший ошибки в определении понятий и при использовании математической терминологии;
- **1 балл** получает студент, продемонстрировавший знание менее 10% материала, вынесенного на коллоквиум.

КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РУБЕЖНЫЙ КОНТРОЛЬ)

ПЕРВАЯ АТТЕСТАЦИЯ

ВАРИАНТ 1

Найти интегралы:

$$1) \int \frac{x dx}{\sqrt{4-x^2}}; \quad 2) \int \frac{dx}{\sqrt{9x^2+2}}; \quad 3) \int e^{1-3x} dx; \quad 4) \int (x^2 - 4x + 5) \ln x dx; \quad 5) \int x \sin 4x dx;$$

$$6) \int \frac{3\delta - 1}{x^2 - 4x + 13} dx; \quad 7) \int \frac{4x^3 - 7x^2 + 5x + 1}{x^2 - 4} dx; \quad 8) \int \sin^3 x dx; \quad 9) \int \cos^2 2x dx;$$

$$10) \int_{-2}^1 (3x^2 + 4x - 1) dx; \quad 11) \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}.$$

ВАРИАНТ 2

Найти интегралы:

$$1) \int \frac{x^2 dx}{1+x^3}; \quad 2) \int \frac{dx}{9-2x^2}; \quad 3) \int \sqrt{4x-1} dx; \quad 4) \int (x^2 - 5x + 2) \ln x dx; \quad 5) \int x e^{-3x} dx;$$

$$6) \int \frac{5x^3 + 2x^2 - x + 1}{x^2 - 9} dx; \quad 7) \int \frac{5x - 1}{x^2 - 2x + 10} dx; \quad 8) \int \cos^{15} x \sin^3 x dx; \quad 9) \int \cos^2 3x dx;$$

$$10) \int_{-1}^0 (4x^3 + 5x^2 - 2x + 1) dx; \quad 11) \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 4x + 8}.$$

ВАРИАНТ 3

Найти интегралы:

$$1) \int \frac{dx}{\sqrt{18-9x^2}}; \quad 2) \int \frac{3dx}{1-7x}; \quad 3) \int \frac{dx}{\arctg^2 x (1+x^2)}; \quad 4) \int \delta \sin 5x dx;$$

$$5) \int (x^2 - 2x - 3) \ln x dx; \quad 6) \int \frac{4x^3 - 9x^2 + 5x - 1}{x^2 + 100} dx; \quad 7) \int \frac{7x - 2}{x^2 - 12x + 37} dx;$$

$$8) \int \sin^3 x \cos^{20} x dx; \quad 9) \int \cos^2 4x dx; \quad 10) \int_{-1}^1 (x^3 + 4x^2 - 5x - 1) dx; \quad 11) \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 16x + 65}.$$

ВАРИАНТ 4

Найти интегралы:

$$\int \frac{\ln x dx}{x}; \quad 2) \int \frac{3dx}{8+2x^2}; \quad 3) \int \frac{dx}{\sqrt{4-5x}}; \quad 4) \int x \sin 14x dx;$$

$$5) \int (x^2 + 4x + 1) \ln x dx; \quad 6) \int \frac{x^3 + 2x^2 - 3x + 1}{x^2 - 100} dx; \quad 7) \int \frac{9x + 2}{x^2 - 50x + 629} dx;$$

$$8) \int \sin^3 x \cos^{12} x dx; \quad 9) \int \cos^2 5x dx; \quad 10) \int_{-1}^2 (x^2 + 9x - 2) dx; \quad 11) \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 2x + 5}.$$

ВАРИАНТ 5

- 1) $\int x e^{-x^2} dx$; 2) $\int \frac{dx}{\sqrt{15 - 3x^2}}$; 3) $\int \sin(3 - 5x) dx$; 4) $\int x \sin 9x dx$;
 5) $\int (x^2 + 5x - 7) \ln x dx$; 6) $\int \frac{dx}{2x - 3 - 4x^2}$; 7) $\int \frac{2x^3 - 4x^2 + 5x - 3}{x^2 + 9} dx$;
 8) $\int \sin^3 x \cos^9 x dx$; 9) $\int \cos^2 6x dx$; 10) $\int_{-1}^3 (5x^2 - 6x + 1) dx$; 11) $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 6x + 18}$.

ВАРИАНТ 6

Найти интегралы:

- 1) $\int (x^2 + 1)^5 \cdot x dx$; 2) $\int \frac{3dx}{10 + 3x^2}$; 3) $\int 5^{3-2x} dx$; 4) $\int x \sin 7x dx$;
 5) $\int \ln(4 + x^2) dx$; 6) $\int \frac{6x^3 + 7x^2 - x - 1}{x^2 - 9} dx$; 7) $\int \frac{9x + 1}{8 - 2x - x^2}$;
 8) $\int \sin^{15} x \cos^3 x dx$; 9) $\int \cos^2 7x dx$; 10) $\int_{-2}^1 (7x^2 + 5x - 4) dx$; 11) $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 - 4x + 13}$.

ВАРИАНТ 7

Найти интегралы:

- 1) $\int \frac{xdx}{\sqrt{4 - x^2}}$; 2) $\int \frac{dx}{\sqrt{9x^2 + 2}}$; 3) $\int e^{1-3x} dx$; 4) $\int (x^2 + 2x - 13) \ln x dx$;
 5) $\int x \cos 2x dx$; 6) $\int \frac{5x^3 - 4x^2 + 2x + 1}{x^2 + 81} dx$; 7) $\int \frac{3x + 4}{x^2 + 4x + 29} dx$; 8) $\int \sin^3 x \cos^6 x dx$;
 9) $\int \cos^2 8x dx$; 10) $\int_{-2}^0 (9x^2 + 7x - 4) dx$; 11) $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 - 8x + 20}$.

ВАРИАНТ 8

Найти интегралы:

- 1) $\int \frac{x^2 dx}{1 + x^3}$; 2) $\int \frac{dx}{9 - 2x^2}$; 3) $\int \sqrt{4x - 1} dx$; 4) $\int (4x^2 - x + 3) \ln x dx$; 5) $\int x e^{-4x} dx$;
 6) $\int \frac{2x^3 + 5x^2 - 4x - 3}{x^2 + 16} dx$; 7) $\int \frac{5x - 9}{x^2 - 8x + 32} dx$; 8) $\int \sin^7 x \cos x dx$; 9) $\int \cos^2 9x dx$;
 10) $\int_{-2}^1 (x^2 + 5x - 11) dx$; 11) $\int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 10x + 29}$.

ВАРИАНТ 9

Найти интегралы:

- 1) $\int \frac{dx}{\arctg^2 x (1 + x^2)}$; 2) $\int \frac{dx}{\sqrt{18 - 9x^2}}$; 3) $\int \frac{3dx}{1 - 7x}$; 4) $\int (2x^2 - 3x + 1) \ln x dx$;
 5) $\int x \cos 9x dx$; 6) $\int \frac{2x^3 + 3x^2 - 5x + 1}{x^2 - 81} dx$; 7) $\int \frac{7x - 1}{x^2 - 16x + 68} dx$;

$$8) \int \sin^3 x \cos^8 x dx; \quad 9) \int \cos^2 12 x dx; \quad 10) \int_{-2}^2 (6x^2 - 3x + 5) dx; \quad 11) \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 12x + 40}.$$

ВАРИАНТ 10

Найти интегралы:

$$1) \int \frac{\ln x dx}{x}; \quad 2) \int \frac{3dx}{8 + 2x^2}; \quad 3) \int \frac{dx}{\sqrt{4 - 5x}}; \quad 4) \int x \sin 8x dx;$$

$$5) \int (x^2 - 2x + 20) \ln x dx; \quad 6) \int \frac{5x^3 - 2x^2 + x + 11}{x^2 - 16} dx; \quad 7) \int \frac{9x + 1}{x^2 - 2x + 5} dx;$$

$$8) \int \sin^3 x \cos^{10} x dx; \quad 9) \int \cos^2 10 x dx; \quad 10) \int_{-2}^3 (7x^2 - 2x - 1) dx; \quad 11) \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 14x + 50}.$$

ВАРИАНТ 11

Найти интегралы:

$$1) \int x e^{-x^2} dx; \quad 2) \int \frac{dx}{\sqrt{15 - 3x^2}}; \quad 3) \int \sin(3 - 5x) dx; \quad 4) \int (5x^2 - 2x + 3) \ln x dx;$$

$$5) \int x \cos 5x dx; \quad 6) \int \frac{2x + 2}{x^2 - 6x + 18} dx; \quad 7) \int \frac{2x^3 + 2x^2 - 4x + 5}{x^2 + 64} dx;$$

$$8) \int \sin^9 x \cos^3 x dx; \quad 9) \int \cos^2 11 x dx; \quad 10) \int_{-3}^0 (9x^2 - 3x + 2) dx; \quad 11) \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 18x + 90}.$$

ВАРИАНТ 12

Найти интегралы:

$$1) \int (x^2 + 1)^5 \cdot x dx; \quad 2) \int \frac{3dx}{10 + 3x^2}; \quad 3) \int 5^{3-2x} dx; \quad 4) \int x \sin 6x dx;$$

$$5) \int (7x^2 - x - 1) \ln x dx; \quad 6) \int \frac{4x^3 - x^2 + 5x - 4}{x^2 - 64} dx; \quad 7) \int \frac{7x + 2}{x^2 + 2x + 10} dx;$$

$$8) \int \sin^7 x \cos^3 x dx; \quad 9) \int \sin^2 2x dx; \quad 10) \int_{-3}^1 (8x^2 + 5x - 2) dx; \quad 11) \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 6x + 13}.$$

ВАРИАНТ 13

Найти интегралы:

$$1) \int e^{1-3x} dx; \quad 2) \int \frac{dx}{\sqrt{9x^2 + 2}}; \quad 3) \int \frac{xdx}{\sqrt{4 - x^2}}; \quad 4) \int x \cos 4x dx; \quad 5) \int (2x^2 - 2x + 5) \ln x dx;$$

$$6) \int \frac{5x^3 + 2x^2 + x + 1}{x^2 + 25} dx; \quad 7) \int \frac{3x - 2}{x^2 - 10x + 29} dx; \quad 8) \int \sin^3 x \cos^{11} x dx; \quad 9) \int \sin^2 3x dx;$$

$$10) \int_{-3}^2 (x^2 + 4x - 5) dx; \quad 11) \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 8x + 25}.$$

ВАРИАНТ 14

Найти интегралы:

$$1) \int \frac{x^2 dx}{1 + x^3}; \quad 2) \int \frac{dx}{9 - 2x^2}; \quad 3) \int \sqrt{4x - 1} dx; \quad 4) \int (3x^2 + 2x + 1) \ln x dx; \quad 5) \int x e^{-7x} dx;$$

$$6) \int \frac{4x^3 - 7x^2 - 11x + 1}{x^2 - 25} dx; 7) \int \frac{2x + 7}{x^2 + 6x + 34} dx; 8) \int \cos^5 x \sin x dx; \quad 9) \int \sin^2 4x dx;$$

$$10) \int_{-3}^3 (x^2 + x - 9) dx; \quad 11) \int_0^1 \frac{dx}{x^2 - 10x + 50}.$$

ВАРИАНТ 15

Найти интегралы:

$$1) \int \frac{3dx}{1 - 7x} dx; 2) \int \frac{dx}{\sqrt{18 - 9x^2}}; 3) \int \frac{dx}{\arctg^2 x (1 + x^2)}; \quad 4) \int (5x^2 - x - 2) \ln x dx;$$

$$5) \int x \cos 11x dx; \quad 6) \int \frac{2x^3 - 7x^2 + 5x - 6}{x^2 + 49} dx; \quad 7) \int \frac{2x + 5}{x^2 - 6x + 90} dx; 8) \int \sin^2 5x dx;$$

$$9) \int \sin^3 x \cos^{14} x dx; \quad 10) \int_{-1}^0 (3x^3 + 4x^2 - x + 1) dx; \quad 11) \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 12x + 45}.$$

ВАРИАНТ 16

Найти интегралы:

$$1) \int \frac{\ln x dx}{x}; \quad 2) \int \frac{3dx}{8 + 2x^2}; \quad 3) \int \frac{dx}{\sqrt{4 - 5x}}; \quad 4) \int x \cos 6x dx; \quad 5)$$

$$\int (7x^2 + 6x - 2) \ln x dx; \quad 6) \int \frac{x^3 + 3x^2 - 4x + 7}{x^2 - 49} dx; \quad 7) \int \frac{4x + 6}{x^2 + 4x + 13} dx;$$

$$8) \int \sin^3 x \cos^7 x dx; \quad 9) \int \sin^2 6x dx; \quad 10) \int_{-1}^1 (x^3 + 2x^2 - 4x - 1) dx; \quad 11) \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 14x + 53}.$$

ВАРИАНТ 17

Найти интегралы:

$$1) \int x e^{-x^2} dx; \quad 2) \int \frac{dx}{\sqrt{15 - 3x^2}}; 3) \int \sin(3 - 5x) dx; \quad 4) \int (x^2 - 10x + 9) \ln x dx;$$

$$5) \int x \cos 12x dx; \quad 6) \int \frac{2x^3 + 5x^2 - 7x + 1}{x^2 + 36} dx; \quad 7) \int \frac{7x + 5}{x^2 + 2x - 24} dx; \quad 8) \int \sin^2 7x dx;$$

$$9) \int \sin^3 x \cos^{16} x dx; \quad 10) \int_{-1}^2 (3x^2 - 9x + 4) dx; \quad 11) \int_0^1 \frac{dx}{x^2 - 16x + 68}.$$

ВАРИАНТ 18

Найти интегралы:

$$1) \int (x^2 + 1)^5 \cdot x dx; \quad 2) \int \frac{3dx}{10 + 3x^2}; \quad 3) \int 5^{3-2x} dx; \quad 4) \int x \cos 7x dx;$$

$$5) \int \ln(6 + 7x^2) dx; \quad 6) \int \frac{x^3 - 2x^2 + 5x - 1}{x^2 - 36} dx; \quad 7) \int \frac{7x + 4}{x^2 - 6x - 16} dx;$$

$$8) \int \sin^3 x \cos^{18} x dx; \quad 9) \int \sin^2 8x dx; \quad 10) \int_{-1}^3 (5x^2 + 4x - 10) dx; \quad 11) \int_0^1 \frac{dx}{x^2 + 2x + 5}.$$

ВАРИАНТ 19

Найти интегралы:

$$1) \int \frac{xdx}{\sqrt{4-x^2}}; \quad 2) \int \frac{dx}{\sqrt{9x^2+2}}; \quad 3) \int e^{1-3x} dx; \quad 4) \int (9x^2-x+2) \ln x dx;$$

$$5) \int x \sin 10x dx; \quad 6) \int \frac{2x^3-2x^2+3x+1}{x^2+36} dx; \quad 7) \int \frac{5x-2}{x^2-10x+21} dx; \quad 8) \int \sin^2 9x dx;$$

$$9) \int \sin^8 x \cos^3 x dx; \quad 10) \int_{-2}^0 (x^3-3x^2+2x-12) dx; \quad 11) \int_0^1 \frac{dx}{x^2+6x+34}.$$

ВАРИАНТ 20

Найти интегралы:

$$1) \int \frac{x^2 dx}{1+x^3}; \quad 2) \int \frac{dx}{9-2x^2}; \quad 3) \int \sqrt{4x-1} dx; \quad 4) \int (6x^2-4x-3) \ln x dx; \quad 5) \int x e^{-9x} dx;$$

$$6) \int \frac{2x^3-7x^2+20x-1}{x^2-36} dx; \quad 7) \int \frac{4x-1}{x^2-4x-5} dx; \quad 8) \int \cos^4 x \sin x dx; \quad 9) \int \sin^2 20x dx;$$

$$10) \int_{-2}^1 (9x^2+4x-7) dx; \quad 11) \int_0^1 \frac{dx}{x^2+8x+32}.$$

ВТОРАЯ АТТЕСТАЦИЯ

ВАРИАНТ 1

1. Решить дифференциальные уравнения и систему: а) $2y' \sqrt[3]{x} = y^2$;

б) $xy' = 2y \ln \frac{y}{x}$, $y(1) = e$; в) $y' - \frac{4y}{x} = 2x^3$; г) $y'' = x^2 - e^{2x}$; д) $xy'' + 2y' = 0$;

е) $y''y^3 + 1 = 0$, $y(1) = -1$, $y'(1) = -1$; ж) $y'' - 6y' + 10y = x + 4$; з) $\begin{cases} y' = -9z, \\ z' = y. \end{cases}$

ВАРИАНТ 2

1. Решить дифференциальные уравнения и систему: а) $xy' + 3y = 1$;

б) $y' = \frac{y^2}{x^2} + 3\frac{y}{x} + 2$; в) $y' - \frac{y}{x} = x^2$, $y(1) = 0$; г) $y'' = \frac{x}{e^x}$; д) $xy'' = y'$;

е) $y'' = 2y^3$, $y(-1) = 1$, $y'(-1) = 1$; ж) $y'' - 3y' + 2y = (1-2x)e^x$; з) $\begin{cases} y' = 3y + 8z, \\ z' = -y - 3z. \end{cases}$

ВАРИАНТ 3

1. Решить дифференциальные уравнения и систему: а) $y' = \frac{y+3}{x^2}$;

б) $y' = \frac{y^2}{x^2} + 5\frac{y}{x} + 4$; в) $xy' - 2y = 3x^3$; г) $y'' = 3x + \cos 5x$; д) $xy'' + y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$;

е) $y''y^3 + 64 = 0$, $y(0) = 4$, $y'(0) = 2$; ж) $y'' - 4y' + 4y = -e^{2x}$; з) $\begin{cases} y' = y - z, \\ z' = y + 3z. \end{cases}$

ВАРИАНТ 4

1. Решить дифференциальные уравнения и систему: а) $y' = 7y^5$;

б) $y' = \frac{x+2y}{2x-y}$, $y(1) = 0$; в) $y' + y \cos x = \cos x$; г) $y'' = \frac{1}{\sin^2 2x}$; $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4}$; $y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$;

д) $xy'' - y' = e^x \cdot x^2$; е) $yy'' = (y')^2$; ж) $4y'' - 8y' + 5y = 5$; з) $\begin{cases} y' = 4y - z, \\ z' = y + 2z. \end{cases}$

ВАРИАНТ 5

1. Решить дифференциальные уравнения и систему: а) $2yy' + 3x = 0$;

б) $y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{y}{x} - 9$, $y(1) = 4$; в) $y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3}$; г) $y'' = \cos x + e^{-2x}$;

д) $xy'' + 2y' = 0$; е) $y'' = 1 - (y')^2$; ж) $y'' + 2y' = x^2 + 2$; з) $\begin{cases} y' = y + 5z, \\ z' = -y - 3z. \end{cases}$

ВАРИАНТ 6

1. Решить дифференциальные уравнения и систему: а) $xy' = 3y^2$;

б) $y' = \frac{y}{x} - 3\frac{x}{y}$, $y(-1) = 4$; в) $xy' + y = -\frac{2}{x}$; г) $y'' = \frac{2}{\sin^2 x}$;

д) $x^3y'' + x^2y' = \sqrt{x}$; е) $y'' = 24y^3$; ж) $y'' - 6y' + 8y = 3x^2 - 1$; з) $\begin{cases} y' = 2y + z, \\ z' = 4y + 2z. \end{cases}$

ВАРИАНТ 7

1. Решить дифференциальные уравнения и систему: а) $y' = \frac{y^3}{3x + 1}$;

б) $y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x} + 1$; в) $y' + \frac{3y}{x} = x^4$; г) $y'' = \frac{3}{x^3}$, $y(1) = 2$, $y'(1) = 0$;

д) $y'' \operatorname{tg} x = y' + 1$; е) $y'' = 30y^3$; ж) $y'' - 4y' + 8y = 6e^{4x}$; з) $\begin{cases} y' = 4y - z, \\ z' = y + 2z. \end{cases}$

ВАРИАНТ 8

1. Решить дифференциальные уравнения и систему: а) $y' - y^2 \operatorname{tg} x = 0$, $y(\pi) = 3$;

б) $y' = 2\frac{y^3}{x^3} + \frac{y}{x}$; в) $y' - \frac{y}{x} = x \sin x$; г) $y'' = \sin 5x + \cos 2x$; д) $y'' \operatorname{tg} 5x = 5y'$;

е) $4y^3y'' = y^4 - 1$, $y(0) = \sqrt{2}$, $y'(0) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$; ж) $y'' + 2y' + 5y = 5x$; з) $\begin{cases} y' = -3y - 4z, \\ z' = 2y - 5z. \end{cases}$

ВАРИАНТ 9

1. Решить дифференциальные уравнения и систему: а) $y\sqrt{4 + x^2} dy = dx$

б) $2y' = e^x + 2\frac{y}{x}$, $y(e) = 0$; в) $y' - \frac{y}{x} = -2\frac{\ln x}{x}$, $y(1) = 1$; г) $y'' = \frac{1}{x^3} + 4x$; д) $xy'' = y'$;

е) $y^3y'' = y^4 - 16$, $y(0) = 2\sqrt{2}$, $y'(0) = \sqrt{2}$; ж) $y'' - 6y' + 10y = x + 4$; з) $\begin{cases} y' = y + z, \\ z' = 4y + 2z. \end{cases}$

ВАРИАНТ 10

1. Решить дифференциальные уравнения и систему: а) $y' = \frac{y + 3}{x^2}$;

б) $y' = \frac{y^2}{x^2} - 7\frac{y}{x} + 2$; в) $y' - \frac{4y}{x} = 2x^3$; г) $y'' = x^3 - \cos 4x$; д) $y'' = (y')^2$;

$$\text{е) } y'' = \frac{y'}{x} \left(1 + \ln \frac{y'}{x} \right); y(1) = \frac{1}{2}, y'(1) = 1; \text{ ж) } y'' + 2y' + 5y = x - 2; \text{ з) } \begin{cases} y' = y - 3z, \\ z' = y + 5z. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 11

1. Решить дифференциальные уравнения и систему: а) $2y'^3\sqrt{x} = y^2$;

$$\text{б) } y' = \frac{x-y}{x}; \text{ в) } y' - \frac{y}{x} = x^2, y(1) = 0; \text{ г) } y'' = \cos^2 5x; \text{ д) } xy'' + 2y' = 0;$$

$$\text{е) } y'' = 72y^3, y(2) = 1, y'(2) = 6; \text{ 4) } y'' - 6y' + 10y = x + 4; \text{ 3) } \begin{cases} y' = y + 4z, \\ z' = 2y + 5z. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 12

1. Решить дифференциальные уравнения и систему: а) $y' = 3y^2$;

$$\text{б) } xy' = \sqrt{2x^2 + y^2} + y; \text{ в) } y' - \frac{3y}{x} = -\frac{5}{x^4}; \text{ г) } y'' = \sin 5x; \text{ д) } x^4 y'' + x^3 y' = 4;$$

$$\text{е) } y''y^3 + 36 = 0, y(0) = 3, y'(0) = 2; \text{ 4) } y'' - 4y' + 4y = x^2 + 3x; \text{ 3) } \begin{cases} y' = -3y + 2z, \\ z' = -2y + z. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 13

1. РЕШИТЬ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И СИСТЕМУ: А) $y(4 + e^x)dy = e^x dx$;

$$\text{б) } y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x} + 4; \text{ в) } y' + \frac{3y}{x} = x^4; \text{ г) } y'' = e^{2x} - 3x; \text{ д) } y''x \ln x = y';$$

$$\text{е) } y'' = 8y^3, y(0) = 1, y'(0) = 2; \text{ ж) } y'' + 2y' + 5y = x; \text{ з) } \begin{cases} y' = 3y + z, \\ z' = y + 3z. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 14

1. Решить дифференциальные уравнения и систему: а) $2yy' + 3x = 0$;

$$\text{б) } xy' = y \ln \frac{y}{x}; \text{ в) } y' + y \cos x = \cos x; \text{ г) } y'' = x^3 + \cos 4x; \text{ д) } xy'' = y';$$

$$\text{е) } y'' = 32y^3, y(4) = 1, y'(4) = 4; \text{ ж) } y'' - y' - 2y = 6x + 1; \text{ з) } \begin{cases} y' = y - 3z, \\ z' = 3y + z. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 15

1. Решить дифференциальные уравнения и систему: а) $xy' + 3y = 0$;

$$\text{б) } y' = \frac{y^2}{x^2} + 5\frac{y}{x} + 6; \text{ в) } y' + \frac{y}{2x} = 3x; \text{ г) } y'' = \frac{1}{x^2} + x; \text{ д) } y''(e^x + 1) + y' = 0;$$

$$\text{е) } y''y^3 + 16 = 0, y(1) = 2, y'(1) = 2; \text{ ж) } y'' - 2y' - 3y = 4x; \text{ з) } \begin{cases} y' = 5y + 4z, \\ z' = -2y + 11z. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 16

1. Решить дифференциальные уравнения и систему: а) $y' = \frac{y^3}{3x + 1}$;

$$\text{б) } y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x} + 1; \text{ в) } y' + \frac{5y}{x} = \frac{4}{x^2}; \text{ г) } y'' = xe^x; \text{ д) } 4xy'' = y';$$

$$\text{е) } y(2) = -5, y'(2) = -1; \text{ ж) } 2y'' + 2y' + 5y = 2x - 3; \text{ з) } \begin{cases} y' = y + 4z, \\ z' = y + z. \end{cases}$$

ВАРИАНТ 17

1. Решить дифференциальные уравнения и систему: а) $xy' = 3y^2$;

б) $y' = \frac{y^2}{x^2} + 9\frac{y}{x} + 12$; в) $y' - \frac{y}{x} = -\frac{\ln x}{x}$, $y(1) = 1$; г) $y'' = 3x - \sin x$; д) $y'' \operatorname{tg} 5x = 5y'$;

е) $y'' = 50y^3$, $y(3) = 1$, $y'(3) = 5$; ж) $y'' + 2y' = 3x + 2x^2$; з) $\begin{cases} y' = 5y + z, \\ z' = -3y + 9z. \end{cases}$

ВАРИАНТ 18

1. Решить дифференциальные уравнения и систему: а) $y' - y^2 \operatorname{tg} x = 0$;

б) $y' = \frac{y^2}{x^2} - 3\frac{y}{x} + 3$; в) $y' + xy = -x^3$, $y(0) = 3$; г) $y'' = \frac{3}{x^4} - 5x^2$; д) $y'' \operatorname{tg} 7x = 7y'$;

е) $y'' = 128y^3$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 8$; ж) $\delta'' - 5y' + 6y = \delta^2 + 5$; з) $\begin{cases} y' = y + z, \\ z' = y - z. \end{cases}$

ВАРИАНТ 19

1. Решить дифференциальные уравнения и систему: а) $y' = \frac{y-5}{2x}$;

б) $xy' = x \sin \frac{y}{x} + y$; в) $y' + \frac{3y}{x} = \frac{2}{x^3}$, $y(1) = 1$; г) $y'' = 2x^5 - 1$; д) $y''x \ln x = y'$;

е) $y'' = 98y^3$, $y(1) = 1$, $y'(1) = 7$; ж) $y'' + 2y' - 3y = x^2 - 1$; з) $\begin{cases} y' = y + 6z, \\ z' = -2y + 9z. \end{cases}$

ВАРИАНТ 20

1. Решить дифференциальные уравнения и систему: а) $y' - y^2 \operatorname{tg} x = 0$;

б) $y' = \frac{y^2}{x^2} + \frac{y}{x} + 12$; в) $y' + 2xy = -2x^3$, $y(1) = \frac{1}{e}$; г) $y'' = \ln x$; д) $\operatorname{tg} x \cdot y'' = y'$;

е) $y''y^3 + 49 = 0$, $y(3) = -7$, $y'(3) = -1$; ж) $y'' - 2y' - 3\delta = 4\delta^2$; з) $\begin{cases} y' = y - 2z, \\ z' = 3y + 6z. \end{cases}$

Критерии оценки письменной контрольной работы (в рамках рубежной аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 25 баллов за выполнение рубежной контрольной работы. Каждое задание, входящее в контрольную, оценивается преподавателем определенным количеством баллов. Итоговый балл за контрольную работу получается суммированием баллов за все задания.

Критерий оценки одного задания:

рубежная контрольная работа оценивается максимально в 25 баллов. Каждое задание, входящее в контрольную, оценивается преподавателем определенным количеством баллов. Итоговый балл за контрольную работу получается суммированием баллов за все задания. Приведем критерий оценки одного задания:

- обучающийся правильно решил задачу; при этом логично, последовательно и аргументированно изложил решение задачи – максимальное количество баллов;
- обучающийся в основном правильно решил задачу, допустив при этом незначительные не-

точности и погрешности – 80% от максимального количества баллов;

– обучающийся не полностью решил задачу, но не менее 50%, допустив при этом не более одной грубой ошибки – 60% от максимального количества баллов;

– обучающийся привел неполное решение задачи (степень полноты – от 30% до 50%), допустив при этом значительные недочеты – 40% от максимального количества баллов;

– обучающийся привел не более 30% решения задачи, допустив при этом грубые ошибки и недочеты – 20% от максимального количества баллов;

– обучающийся не приступил к решению задачи – 0 баллов.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ БИЛЕТЫ

БИЛЕТ № 1

1. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства.

2. Решить дифференциальные уравнения:

1) $\sqrt{5 + y^2} dx = y\sqrt{4 + x^2} dy$; 2) $y'' = x \sin x$; 3) $y'' + 8y' + 20y = x + 4$.

3. Решить задачу Коши: $y' - \frac{4y}{x} = 2x^3$; $y(1) = 0$.

4. Решить систему дифференциальных уравнений: $\begin{cases} y' = 2y - z, \\ z' = y - 2z; \end{cases}$

5. Найти интегралы: $\int \frac{e^{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx$; $\int \frac{x^2}{1 + 2x^3} dx$; $\int \sin^6 x \cos x dx$.

БИЛЕТ № 2

1. Интегрирование по частям.

2. Решить дифференциальные уравнения:

1) $y' = \frac{y + 3}{x^2}$; 2) $y'' = \frac{1}{x^3} + 4x$; 3) $y'' + 2y' + 5y = x - 2$.

3. Найти частное решение: $y' + \frac{1}{x}y = \frac{1}{x}$, если $y(1) = 0$.

4. Решить систему дифференциальных уравнений: $\begin{cases} y' = y + z, \\ z' = y - z; \end{cases}$.

5. Найти интегралы: $\int x \cos 7x dx$; $\int \frac{x}{1 + 2x^2} dx$; $\int \frac{(\arcsin x)^2}{\sqrt{1 - x^2}} dx$.

БИЛЕТ № 3

1. Интегрирование дробно-рациональных функций .

2. Решить дифференциальные уравнения:

1) $2y^3\sqrt{x} = y^2$; 2) $y'' = \cos^2 x$; 3) $y'' - 2y' + 50y = x$.

3. Найти частное решение: $y' + y \sin x = \sin x$, если $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$.

4. Решить систему дифференциальных уравнений: $\begin{cases} y' = -y + 5z, \\ z' = -2y - 3z; \end{cases}$.

5. Найти интегралы: $\int \frac{dx}{x \ln^5 x}$; $\int \frac{x}{1 + 5x^2} dx$; $\int x^2 \ln x dx$.

БИЛЕТ № 4

1. Интегрирование выражений, содержащих тригонометрические функций.
2. Решить дифференциальные уравнения:
1) $y(4 + e^x)dy = e^x dx$; 2) $y'' = x + \sin 3x$; 3) $y'' + 6y' + 10y = 3x + 7$.
3. Найти частное решение: $y' + \frac{y}{x} = \sin x$, если $y(\pi) = \frac{1}{\pi}$.
4. Решить систему дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} y' = 4y - 2z, \\ z' = y + 2z; \end{cases}$$
5. Найти интегралы: $\int \frac{\arctg^4 x}{1 + x^2} dx$; $\int \frac{x dx}{5 + x^2}$; $\int x \sin 4x dx$.

БИЛЕТ № 5

1. Определенный интеграл. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям.
2. Решить дифференциальные уравнения:
1) $y' = \frac{3 + y^2}{x^2 - 3}$; 2) $y'' = \frac{1}{(x + 1)^3}$; 3) $y'' - 4y' + 5y = x^2 + 3$.
3. Найти частное решение: $y' - \frac{y}{x} = x^2$, $y(1) = 0$.
4. Решить систему дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} y' = 2y - z, \\ z' = y - 2z; \end{cases}$$
5. Найти интегралы: $\int \sin^2 x dx$; $\int \operatorname{tg} 5x dx$; $\int x \cos 2x dx$.

БИЛЕТ № 6

1. Основные понятия теории дифференциальных уравнений.
2. Решить дифференциальные уравнения:
1) $2yy' + 3x = 0$; 2) $y'' = 2x \ln x$; 3) $y'' - 2y' + 26y = 6x + 1$.
3. Найти частное решение: $y' - 2xy = x$, если $y(0) = 2$.
4. Решить систему дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} y' = y + z, \\ z' = y - z; \end{cases}$$
5. Найти интегралы: $\int \frac{dx}{\sin^2(5 - 3x)}$; $\int \frac{1}{3x - 2} dx$; $\int \frac{1}{(3x - 2)^2} dx$.

БИЛЕТ № 7

1. Дифференциальные уравнения первого порядка. Основные понятия. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
2. Решить дифференциальные уравнения:
1) $xy' + y^3 = 0$; 2) $y'' = \sin 5x + 2x^3$, 3) $y'' - 2y' + 17y = 4x$.
3. Найти частное решение: $y' - 3\frac{y}{x} = x$, если $y(1) = 2$.

4. Решить систему дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} y' = 4y + 2z, \\ z' = y + 5z; \end{cases}$$
5. Найти интегралы: $\int xe^{-3x} dx$; $\int \cos^2 x dx$; $\int (1 + 7x)^4 dx$.

БИЛЕТ № 8

1. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
2. Решить дифференциальные уравнения:
1) $xy' = 3y^2$; 2) $y'' = e^{2x} - 3x$; 3) $y'' + 2y' + 82y = 3x + 2$.
3. Найти частное решение: $y' + y \cos x = \cos x$, если $y(0) = 2$.
4. Решить систему дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} y' = 4y + 6z, \\ z' = 4y + 2z; \end{cases}$$
5. Найти интегралы: $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$; $\int \cos^2 6x dx$; $\int 5x \ln x dx$.

БИЛЕТ № 9

1. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
2. Решить дифференциальные уравнения:
1) $y' = \frac{y^5}{3x+1}$; 2) $y'' = \cos x \cdot \sin^2 x$; 3) $2y'' + 2y' + 5y = 2x - 3$.
3. Найти частное решение: $(2x+1)y' + y = x$, если $y(0) = 2/3$.
4. Решить систему дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} y' = 5y + 3z, \\ z' = 2y + 4z; \end{cases}$$
5. Найти интегралы: $\int \frac{1}{\sqrt{25-6x^2}} dx$; $\int xe^{-6x} dx$; $\int \frac{1}{1+2x} dx$.

БИЛЕТ № 10

1. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. Уравнения, допускающие понижение порядка.
2. Решить дифференциальные уравнения:
1) $y' - y^2 \operatorname{tg} x = 0$; 2) $y'' = x^3 + \cos 4x$; 3) $y'' - 10y' + 26y = x + 5$.
3. Найти частное решение: $y' + \frac{3y}{x} = x^4$, если $y(-1) = 1$.
4. Решить систему дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} y' = 5y + 3z, \\ z' = 4y + 4z; \end{cases}$$
5. Найти интегралы: $\int \operatorname{tg} \frac{x}{6} dx$; $\int \frac{x}{3+4x^2} dx$; $\int x \cos 3x dx$.

БИЛЕТ № 11

1. Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения. Структура общего решения линейного однородного дифференциального уравнения.
2. Решить дифференциальные уравнения:
1) $y' = \frac{y-5}{2x}$; 2) $y'' = \sin^2 x$; 3) $y'' + 12y' + 37y = x - 1$.

3. Найти частное решение: $y' - \frac{y}{x} = -\frac{12}{x^3}$, если $y(1) = 2$.

4. Решить систему дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} y' = 5y + 2z, \\ z' = 3y + 4z; \end{cases}$$

5. Найти интегралы: $\int \frac{dx}{\cos^2(4-3x)}$; $\int (2+7x)^4 dx$; $\int x \sin 3x dx$.

БИЛЕТ № 12

1. Метод вариации произвольных постоянных решения неоднородного линейного дифференциального уравнения с произвольной правой частью.

2. Решить дифференциальные уравнения:

1) $y' = \frac{1}{7x^5 y^5}$; 2) $y'' = \frac{1}{x^2} + x$; 3) $4y'' - 8y' + 5y = 2x - 6$.

3. Найти частное решение: $y' - \frac{y}{x} = -\frac{2}{x^2}$, если $y(1) = 1$.

4. Решить систему дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} y' = 3y - 5z, \\ z' = y + z; \end{cases}$$

5. Найти интегралы: $\int x e^{-4x^2} dx$; $\int \frac{x^3}{1+5x^4} dx$; $\int \sin^3 x dx$.

БИЛЕТ № 13

1. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.

2. Решить дифференциальные уравнения:

1) $y' - y^4 \operatorname{ctg} x = 0$; 2) $y'' = \frac{1}{\sin^2 2x}$; 3) $y'' + 6y' + 25y = x - 1$.

3. Найти частное решение: $y' + \frac{y}{2x} = 3x$, если $y(1) = 2$.

4. Решить систему дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} y' = -7y + z, \\ z' = -2y - 5z; \end{cases}$$

5. Найти интегралы: $\int \cos^5 x \sin x dx$; $\int x e^{-9x} dx$; $\int \frac{x}{10+3x^2} dx$.

БИЛЕТ № 14

1. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка. Структура общего решения.

2. Решить дифференциальные уравнения:

1) $x^2 y' = y^2 - 4$; 2) $y'' = 4 \cos 2x$; 3) $y'' - 8y' + 32y = 4x$.

3. Найти частное решение: $y' + \frac{3y}{x} = \frac{2}{x^3}$, если $y(1) = 1$.

4. Решить систему дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} y' = 4y - z, \\ z' = -y + 4z; \end{cases}$$

5. Найти интегралы: $\int \operatorname{ctg}(7 - 10x) dx$; $\int xe^{2x} dx$; $\int \frac{x}{9 + x^2} dx$.

БИЛЕТ № 15

1. Системы дифференциальных уравнений. Нормальные системы. Задача Коши. Метод исключения неизвестных.

1) $(e^{2x} + 5)dy + ye^{2x} dx = 0$; 2) $y'' = 6/x^2$; 3) $y'' - 8y' + 17 = e^{4x}$.

3. Найти частное решение: $y' + xy = -x^3$, если $y(0) = 3$.

4. Решить систему дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} y' = 3y - z, \\ z' = y + z; \end{cases}$$

5. Найти интегралы: $\int \frac{1}{\sqrt{9x^2 + 2}} dx$; $\int xe^{-2x} dx$; $\int \frac{1}{10 + 3x} dx$.

Критерии оценки (в рамках промежуточной аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» ответ студента на экзамене оценивается по 5-балльной шкале.

Критерий оценки ответа на экзамене:

- **5 баллов** получает студент, продемонстрировавший полное владение знаниями в соответствии с требованиями учебной программы, т.е. решивший все задания без ошибок в логических рассуждениях и в обосновании решения;
- **4 балла** получает студент, который при полном владении знаниями в соответствии с требованиями учебной программы допустил отдельные несущественные ошибки либо приведенные им решения недостаточно обоснованы;
- **3 балла** получает студент при неполном изложении полученных знаний, допустивший при этом отдельные существенные ошибки;
- **2 балла** получает студент при бессистемном изложении материала, допускающий существенные ошибки, которые могут препятствовать усвоению дальнейшей учебной информации.

ТРЕТИЙ СЕМЕСТР

ВОПРОСЫ ДЛЯ КОЛЛОКВИУМА (ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ)

РАЗДЕЛ: «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

1. Предмет теории вероятности. Пространство элементарных событий. Основные определения.
2. Понятие случайного события. Классическое определение вероятности.
3. Элементы комбинаторики. Правило суммы и правило произведения. Перестановки, сочетания и размещения.
4. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность. Независимость событий.
5. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Вероятность оценки гипотез.
6. Независимые испытания. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число наступления события в схеме Бернулли.
7. Редкие события. Формула Пуассона.
8. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Отклонение относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.
9. Определение случайной величины. Виды случайных величин. Дискретные случайные величины. Функция распределения и ее свойства.
10. Типичные распределения дискретных случайных величин: равномерное, биномиальное, Пуассоновское.
11. Математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины.
12. Непрерывные случайные величины. Функция распределения и плотность вероятности случайной величины, их взаимосвязь и свойства.
13. Равномерное, показательное и нормальное распределения непрерывной случайной величины.
14. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины.
15. Нормальное распределение и его свойства. Закон больших чисел. Теоремы Бернулли и Чебышева. Центральная предельная теорема Ляпунова.
16. Системы случайных величин. Распределение двумерной случайной величины. Ковариация и коэффициент корреляции. Линейная регрессия. Ковариационная и корреляционная матрицы случайного вектора.
17. Элементы математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Вариационный ряд.

18. Гистограмма, эмпирическая функция распределения, выборочная средняя и дисперсия.
19. Статистические оценки: несмещенные, эффективные, состоятельные. Погрешность оценки. Доверительная вероятность и доверительный интервал. Определение необходимого объема выборки. Принцип максимального правдоподобия.
20. Функциональная зависимость и регрессия. Кривые регрессии, их свойства. Коэффициент корреляции, корреляционное отношение, их свойства и оценки.
21. Статистические методы обработки результатов наблюдений. Определение параметров нелинейных уравнений регрессии методом наименьших квадратов непосредственно и с помощью линеаризующих замен переменных. Понятие о критериях согласия.

Критерии оценки (в рамках текущей аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 10 баллов за текущую аттестацию. Критерии оценки разработаны, исходя из разделения баллов: 5 баллов за освоение теоретических вопросов дисциплины, 5 баллов – за выполнение домашних заданий.

Критерии оценки ответов на теоретические вопросы:

- **5 баллов** выставляется студенту, если он изложил содержание вопроса в объеме, предусмотренном программой, при этом изложил материал грамотным языком, точно используя математическую терминологию и символику, в определенной логической последовательности;
- **4 балла** выставляются студенту, если при достаточно полном и грамотном освещении вопроса он допустил небольшие неточности, не искажающие математического содержания ответа;
- **3 балла** выставляются студенту при неполном раскрытии содержания вопроса (содержание вопроса изложено фрагментарно, не всегда последовательно), но показано общее понимание вопроса; допущены ошибки при использовании математической терминологии;
- **2 балла** получает студент, продемонстрировавший обрывочные знания и допустивший ошибки в определении понятий и при использовании математической терминологии;
- **1 балл** получает студент, продемонстрировавший знание менее 10% материала, вынесенного на коллоквиум.

КОМПЛЕКТ ЗАДАНИЙ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ (РУБЕЖНЫЙ КОНТРОЛЬ)

ПЕРВАЯ АТТЕСТАЦИЯ

ВАРИАНТ 1

1. В ящике 8 деталей, 5 из которых - качественные и 3 - с дефектом. Наудачу извлекают 4 детали. Какова вероятность того, что 2 из них - качественные.
2. Экзаменационная программа состоит из 20 вопросов. Студент знает 15 вопросов программы. Как вероятность того, что студент ответит на два последовательно заданных вопроса?
3. В магазине продают обувь, изготовленную на трех фабриках: 70 пар – первой фабрики, 20 пар – второй и 10 пар – третьей фабрики. Вся продукция первой фабрики - качественная; для второй и третьей фабрик соответственно: 60% и 70% качества. Какова вероятность того, что купленная наудачу пара обуви оказалась качественной? Если пара обуви качественная, то чему равна вероятность того, что она изготовлена на второй фабрике?
4. Обычную монету бросали 5 раз. Чему равна при этом вероятность выпадения герба два раза?

ВАРИАНТ 2

1. Набирая номер телефона, абонент забыл последние три цифры и набрал их наудачу. Найдите вероятность того, что набраны нужные цифры, если известно, что все цифры различные.

2. Три стрелка стреляют по мишени с вероятностями попадания 0,7; 0,8 и 0,9 соответственно. Какова вероятность того, что при одном залпе попадут в мишень все три стрелка?
3. В первом ящике 7 качественных и 3 дефектных изделия; во втором – 6 качественных и 4 дефектных изделия. Из первого ящика во второй перекладывают одно изделие, а затем из второго ящика извлекают одно изделие. Какова вероятность того, что это изделие качественное?
4. Всхожесть семян пшеницы составляет 80%. Чему равна вероятность того, что из 8 посеянных семян взойдет ровно 5?

ВАРИАНТ 3

1. На одинаковых карточках цифры: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Эти карточки берут одну за другой и переворачивают так, чтобы они легли цифрами вверх. Найдите вероятность того, что номера карточек будут идти по порядку 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
2. Первый студент из 25 вопросов программы выучил 20, второй – 15. Каждому студенту задают по одному вопросу. Определите вероятность того, что оба студента сдают экзамен.
3. Некто, заблудившись в лесу, вышел на поляну, откуда вело 4 дороги. Известно, что вероятности выхода из лесу за час для различных дорог равны соответственно 0,8; 0,6; 0,3 и 0,1. Чему равна вероятность того, что заблудившийся пошел по первой дороге, если известно, что он вышел из леса через час?
4. Игральная кость подброшена 9 раз. Найдите вероятность выпадения единицы 6 раз.

ВАРИАНТ 4

1. Из колоды в 36 карт наугад выбирают 4 карты. Какова вероятность того, что среди них окажутся три туза?
2. Имеются две урны: в 1-й – 6 желтых и 4 синих; во 2-й – 8 желтых и 2 синих шара. Из каждой урны извлекают по одному шару. Какова вероятность того, что извлеченные шары разных цветов?
3. Из 25 студентов группы 5 студентов знают все 25 вопросов программы. 10 студентов выучили по 20 вопросов, 7 студентов - по 15 вопросов, трое - по 10 вопросов. Случайно вызванный студент ответил на заданный вопрос. Какова вероятность того, что он из тех трех студентов, которые подготовили 20 вопросов.
4. Игральная кость подброшена 10 раз. Найдите вероятность выпадения «тройки» 7 раз.

ВАРИАНТ 5

1. В корзине 10 белых и 6 черных шаров. Наудачу извлекают 5 шаров. Какова вероятность того, что 3 из них белые и 2 черные?
2. На предприятии имеются три автомобиля. Вероятность безотказной работы 1-го из них равна 0,9; 2-го – 0,8; 3-го – 0,7. Найдите вероятность того, что два из них, безразлично которые, безотказны в течение определенного времени.
3. У рыбака есть три излюбленных места рыбалки, которые он посещает с одинаковой вероятностью. Вероятности удачной рыбалки для 1-го, 2-го и 3-го мест равны соответственно $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{4}$. Рыбак отправился на рыбалку и удача улыбнулась ему. Какова вероятность того, что он удил на 1-м месте?
4. Рабочий обслуживает 10 станков. Вероятность необходимости регулировки для каждого из них равна $\frac{1}{3}$. Какова вероятность того, что рабочему придется отрегулировать ровно 4 станка?

ВАРИАНТ 6

1. В аудитории 6 юношей и 5 девочек. Наудачу отобраны 7 студентов. Какова вероятность того, что отобраны 4 юношей и 3 девушки?
2. В урне 50 шаров: 15 синих, 5 зеленых, 20 красных и 10 белых. Какова вероятность того, что из урны извлекают цветной шар?
3. Покупатель с равными вероятностями посещает три магазина. Вероятности того, что он сделает покупки в них равны: 0,5; 0,3 и 0,1. Покупатель посетил один из этих магазинов и сделал покупку. Какова вероятность, что это был первый магазин?

4. Контрольное задание состоит из 5 вопросов, на каждый из которых дается 4 варианта ответа, из которых 1 правильный, а остальные три неправильные. Найдите вероятность того, что студент, незнающий ответа ни на один вопрос, выберет случайно 3 правильных ответа на эти 5 вопросов.

ВАРИАНТ 7

1. В группе 12 студентов, среди которых 4 отличника. По списку отобраны 5 студентов. Какова вероятность того, что 3 из них отличника?
2. Первый студент из 30 вопросов программы выучил 25, а второй – 20. Каждому студенту задают по одному вопросу. Определите вероятность того, что правильно ответит только первый студент.
3. На предприятии изготавливают изделия на трех конвейерах. На первой линии производится 30% изделий от общего объема, на второй линии – 25%, на третьей – оставшая часть продукции. Годность изделий, произведенных на этих линиях составляет соответственно 97%, 98% и 100%. Определите, что наугад взятое изделие, выпущенное предприятием, окажется бракованным.
4. В семье 5 детей. Считая вероятности рождения мальчика и девочки одинаковыми, найдите вероятность того, что среди детей 2 мальчика и 3 девочки.

ВАРИАНТ 8

1. Из колоды в 36 карт вынимают наугад две карты. Какова вероятность того, что они одной масти?
2. В мастерской независимо друг от друга работают два станка, Вероятность того, в течение часа первый станок не потребует внимания мастера, равна 0,9, а для второго станка это вероятность равна 0,8. Найти вероятность того, что в течение часа ни один из станков не потребует внимания мастера.
3. В ящике находятся одинаковые изделия, изготовленные на двух станках: 40% изделий изготовлены на первом станке и 60% на втором станке. Брак продукции первого станка составляет 2%, второго – 1%. Найти вероятность того, что случайно выбранное изделие изготовлено на первом станке, если оно окажется бракованным.
4. В квартире 8 электрических лампочек. Для каждой лампочки вероятность того, что она остается исправной в течение года равна 0,8. Какова вероятность того, что придется заменить ровно половину лампочек?

ВАРИАНТ 9

1. Среди 25 студентов группы, в которой 10 девушек, разыгрывают 6 билетов на студенческую весну. Найдите вероятность того, что среди обладателей билетов окажутся 3 девушки.
2. В урне 7 белых и 3 черных шара. Из нее последовательно один за другим извлекают два шара. Какова вероятность того, что оба шара белые?
3. В пяти ящиках находятся одинаковые по весу и размером шары. В двух ящиках – по 6 белых и 4 черных. В двух других ящиках – по 8 белых и 2 черных шара. В одном ящике – все шары белые. Наудачу выбирается ящик и из него извлекается шар, который оказался белым. Какова вероятность того, что белый шар извлечен из ящика, содержащего только белые шары?
4. В шахматы играют два шахматиста одинакового мастерства. Какова вероятность выиграть три партии из шести для каждого шахматиста, если ничьи не засчитываются.

ВАРИАНТ 10

1. Какова вероятность того, что при заполнении карточки «спортлото 6 из 36 будет угадано 5 номеров?
2. В группе 25 студентов, из них 15 юношей и 10 девушек. Какова вероятность того, что из вызванных на удачу трех студентов первые две девушки, третий – юноша?
3. По шоссе, на котором стоит бензозаправка (АЗС), движутся автомобили: 60% – легковые, 30% – грузовики и 10% – автобусы. Вероятность того, что будет заправляться: легковая машина – 0,2; грузовик – 0,4; автобус – 0,1. На заправку заехала машина. Найдите вероятность того, что это - грузовик.

4. Устройство состоит из 8 независимо работающих элементов. Вероятности отказов каждого из элементов за время T одинаковы и равны $p = 0,2$. Найти вероятность отказа, если для этого достаточно, чтобы отказали хотя бы три элемента из 8.

ВАРИАНТ 11

1. Тридцати выпускникам ГГНИ предоставлены 15 рабочих мест в Грозном, 8 – в Гудермесе, 7 – в Аргуне. Какова вероятность того, что два друга окажутся по распределению в одном городе, если распределяют студентов наудачу.
2. Круговая мишень состоит из трех непересекающихся зон. Вероятности попадания в эти зоны при одном выстреле соответственно равны 0,1; 0,3 и 0,4. Найти вероятность: а) попадания в первую или третью зоны; б) промаха по мишени.
3. Студент выучил 30 вопросов из 40 по программе. Когда для него вероятнее сдать экзамен – когда он зайдет на экзамен первым или вторым?
4. Вероятности покупки бракованного комплекта посуды равна 0,1. Найдите вероятность того, что из 7 купленных комплектов 5 будет без брака.

ВАРИАНТ 12

1. В корзине 6 белых и 4 черных шара. Из корзины извлекают сразу два шара. Какова вероятность того, что эти шары одного цвета?
2. Найти вероятность того, что наудачу взятое двузначное число окажется кратным либо 2, либо 5, либо тому и другому одновременно (т.е. делится хотя бы одно из этих чисел).
3. На трех дочерей – Макку, Мадину и Радиму – в семье возложена обязанность мыть посуду. Макке приходится выполнять 20% всей работы. Остальные 80% Мадина и Радима делают пополам. Для Макки вероятность разбить тарелку равна 0,01. Для Мадины и Радимы эта вероятность составляет соответственно 0,03 и 0,04. Их мама не знает кто сейчас моет посуду, но слышит с кухни звон разбитой тарелки. Какова вероятность того, что посуду мыла Мадина?
4. Всхожесть клубней картофеля равна 80%. Чему равна вероятность того, что из 20 посаженных картофелин взойдет ровно 15?

ВАРИАНТ 13

1. В урне 6 белых и 4 черных шара. Из урны извлекают сразу два шара. Какова вероятность того, что эти шары равного цвета?
2. Произведен залп из двух орудий по мишени. Вероятность попадания из первого орудия рана 0,8, из второго – 0,9. Найти вероятность поражения цели.
3. Пассажир может обратиться за получением билета в одну из трех касс. Вероятности обращения в каждую кассу зависят от их местоположения и равны соответственно 0,5; 0,2 и 0,3. Вероятности того, что к моменту прихода пассажира имеющиеся в кассе билеты будут проданы, для этих касс равны соответственно 0,1; 0,2 и 0,3. Пассажир направился в одну касс и приобрел билет. Какова вероятность, что эта была первая касса?
4. В цехе 6 моторов. Для каждого мотора вероятность быть включенным в данный момент равна 0,8. Какова вероятность того, что в данный момент включен 4 мотора?

ВАРИАНТ 14

1. На карточках написаны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Эти карточки лежат цифрами вниз и тщательно перемешаны. Наудачу выбирают две карточки. Какова вероятность того, что разность между первым выбранным числом и вторым будет равна 2.
2. Завод выпустил 90% качественных изделий, из которых – 60% изделий – высшего сорта. Какова вероятность того, что наудачу выбранное изделие высшего сорта?
3. В группе спортсменов 20 лыжников, 6 велосипедистов и 4 бегуна. Вероятность выполнить спортивный разряд такова: для лыжников – 0,9; для велосипедиста – 0,8 и для бегуна – 0,6. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу спортсмен выполнил спортивный разряд.
4. Вероятность изготовления бракованной детали $p = 0,05$. Какова вероятность того, что среди 10 изделий 8 – небракованных?

ВАРИАНТ 15

1. Восемь различных книг расставляют наугад на полке. Найти вероятность того, что две определенные книги окажутся поставленные рядом.
2. Вероятность того, что деталь, изготовленная на 1–м станке высшего сорта, равна 0,7. Для второго станка эта вероятность равна 0,8. Какова вероятность того, что хотя бы одна из двух деталей, изготовленных по одной на каждом станке, качественна?
3. При разрыве снаряда образуются осколки трех весовых категорий: крупные, средние и мелкие, причем от общего числа их доли составляют 0,1; 0,3 и 0,6. При попадании в броню БТР крупный осколок пробивает ее с вероятностью 0,9; средний – 0,3 и мелкий – 0,05. В броню попал один осколок и пробил ее. Найдите вероятности того, что пробоина сделана мелким осколком.
4. Число коротких волокон в партии хлопка составляет 25% всего количества волокон. Какова вероятность того, что в отдельном взятом пучке из 20 волокон коротких волокон будет 14?

ВАРИАНТ 16

1. В коробке 5 красных, 3 зеленых и 2 синих карандаша. Наудачу без возвращения извлекают 3 карандаша. Найти вероятность того, что все карандаши разного цвета.
2. Вероятность поражения первой мишени для данного стрелка равна $2/3$. Если при первом выстреле зафиксировано попадание, то стрелок получает право на второй выстрел по другой мишени. Вероятность поражения обеих мишеней при двух выстрелах равна 0,5. Определить вероятность поражения второй мишени.
3. В районе 24 студента ГГНИ: из них – 6 студенты ФАиПИ, 12 – ПГС, 4 – НТФ и 2 – ГПФ. Вероятность сдать сессию для студентов таковы: 0,9 – для ФАиПИ, 0,6 – для ПГС, 0,7 – НТФ и 0,5 – ГПФ. Какова вероятность того, что наудачу взятый студент района успешно сдал сессию?
4. Производится 21 выстрел по цели, вероятность попадания в которую при одном выстреле равна 0,25. Найти вероятность 16 попаданий.

ВАРИАНТ 17

1. Собрание, на котором присутствует 25 человек, в том числе 5 женщин, выбирает делегацию из трех человек. Найти вероятность того, что в делегацию войдут две женщины и один мужчина.
2. Вероятность попадания в мишень первым стрелком равна 0,6, а вторым – 0,7. Стрелки сделали по одному выстрелу. Какова вероятность того, что попадет только один из них?
3. В магазин поступило 60 пар обуви с одной фабрики, на котором выпускают 90% обуви отличного качества, и 80 пар обуви другой фабрики, на которой выпускаются 70% обуви отличного качества. Какова вероятность того, что случайно отобранная покупателем в магазине пара обуви – отличного качества?
4. Было посажено 28 семян ячменя с одной и той же вероятностью всхожести для каждого, равной 0,25. Какова вероятность того, что взойдет 17 семян?

ВАРИАНТ 18

1. На карточках написаны числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Эти карточки лежат цифрами в низ и тщательно перемешаны. Наудачу выбирают три карточки. Какова вероятность того, что получится число 325, если их расположить в порядке выбора?
2. В классе 14 мальчиков и 16 девочек. Случайным образом выбирают двух учеников. Какова вероятность того, что будут выбраны девочка и мальчик?
3. В зоомагазине в трех аквариумах плавает по 12 рыбок. При этом в первом аквариуме – 4 золотые рыбки, во втором – 3 золотые рыбки, в третьем – 2 золотые рыбки. Из случайно выбранного аквариума ловят сочком первую попавшуюся рыбку. Какова вероятность, что это золотая рыбка?
4. На станке изготовили 20 деталей для двух станков. Какова вероятность того, что 13 из этих деталей изготовлены для первого станка, если вероятность изготовления на этом станке детали первого станка равна 0,8?

ВАРИАНТ 19

1. В коробе 6 красных, 3 зеленых и 1 синий карандаш. Наудачу без возвращения извлекают три карандаша. Найти вероятность того, что все карандаши одного цвета.
2. Экзаменационный билет содержит три вопроса. Вероятности того, что студент ответит на первый, второй, третий вопросы равны 0,7; 0,8 и 0,9 соответственно. Найти вероятность того, что студент ответит на все три вопроса.
3. Таможенный досмотр автомашин делают два таможенника. В среднем из каждых 100 машин 45 проходит через первого инспектора и 55 из сотни – через второго. Вероятность того, что машина не будет задержана, составляет: 0,95 у первого таможенника и 0,85 у второго. Очередная машина не задержана. Найдите вероятность того, что она прошла досмотр у первого инспектора таможни.
4. В ящике 10 белых и 5 черных шаров. Наудачу с возвратом извлекают 4 шара. Какова вероятность того, что 3 раза извлекли белый шар?

ВАРИАНТ 20

1. Десять томов случайным образом расставляют на полке. Какова вероятность того, что три определенные книги окажутся поставленными рядом?
2. Вероятность того, что первое орудие поразит цель равна 0,8, а вероятность того, что поразят цель первое и второе орудие при одном залпе, равна 0,48. Какова вероятность того, что второе орудие поразит цель при одном выстреле?
3. Телевизоры выпускаются тремя заводами в количественном отношении 1:2:3, причем вероятности брака для этих заводов соответственно равны 3%, 2% и 1%. Наудачу купленный телевизор оказался бракованным. Какова вероятность того, что этот телевизор выпущен третьим заводом?
4. Вероятность того, что посетитель магазина сделает покупки, равна $p = 0,2$. Какова вероятность того, что из 6 посетителей 2 сделают покупки?

ВТОРАЯ АТТЕСТАЦИЯ

ВАРИАНТ 1

1. Для заданного закона распределения двумерной случайной величины найти коэффициент корреляции и уравнение регрессии.

$Y \backslash X$	X			
		1	3	4
2		0,16	0,10	0,28
3		0,14	0,20	0,12

2. Случайная величина X распределена по нормальному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице:

x_i	3,5	3,7	3,9	4,0	4,1
n_i	1	3	5	4	4

Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для оценки математического ожидания и с надежностью 0,97 – для оценки среднего квадратичного отклонения.

ВАРИАНТ 2

1. Для заданного закона распределения двумерной случайной величины найти коэффициент корреляции и уравнение регрессии.

$Y \backslash X$	X			
		2	3	5
1		0,06	0,18	0,24

4	0,12	0,13	0,27
---	------	------	------

2. Случайная величина X распределена по нормальному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице:

x_i	3,6	3,7	3,8	4,4	4,2
n_i	3	5	2	1	4

Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для оценки математического ожидания и с надежностью 0,97 – для оценки среднего квадратичного отклонения.

ВАРИАНТ 3

1. Для заданного закона распределения двумерной случайной величины найти коэффициент корреляции и уравнение регрессии.

$Y \backslash X$	1	2	4
3	0,12	0,24	0,22
4	0,20	0,15	0,07

2. Случайная величина X распределена по нормальному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице:

x_i	9	10	11	12	14
n_i	4	5	3	2	1

Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для оценки математического ожидания и с надежностью 0,97 – для оценки среднего квадратичного отклонения.

ВАРИАНТ 4

1. Для заданного закона распределения двумерной случайной величины найти коэффициент корреляции и уравнение регрессии.

$Y \backslash X$	2	3	4
1	0,16	0,10	0,28
3	0,14	0,20	0,12

2. Случайная величина X распределена по нормальному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице:

x_i	9	10	11	13	14
n_i	5	6	4	8	3

Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для оценки математического ожидания и с надежностью 0,97 – для оценки среднего квадратичного отклонения.

ВАРИАНТ 5

1. Для заданного закона распределения двумерной случайной величины найти коэффициент корреляции и уравнение регрессии.

$Y \backslash X$	2	3	5
5	0,06	0,18	0,24
6	0,12	0,13	0,27

2. Случайная величина X распределена по нормальному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице:

x_i	6,1	6,5	6,6	7,0	7,4
n_i	2	3	1	4	2

Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для оценки математического ожидания и с надежностью 0,97 – для оценки среднего квадратичного отклонения.

ВАРИАНТ 6

1. Для заданного закона распределения двумерной случайной величины найти коэффициент корреляции и уравнение регрессии.

$Y \backslash X$	2	3	4
1	0,16	0,10	0,28
3	0,14	0,20	0,12

2. Случайная величина X распределена по нормальному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице:

x_i	5,8	6,0	6,2	6,3	6,8
n_i	6	4	5	2	3

Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для оценки математического ожидания и с надежностью 0,97 – для оценки среднего квадратичного отклонения.

ВАРИАНТ 7

1. Для заданного закона распределения двумерной случайной величины найти коэффициент корреляции и уравнение регрессии.

$Y \backslash X$	2	4	5
1	0,12	0,13	0,24
3	0,18	0,06	0,27

2. Случайная величина X распределена по нормальному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице:

x_i	12	16	19	21	25
n_i	10	12	14	9	5

Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для оценки математического ожидания и с надежностью 0,97 – для оценки среднего квадратичного отклонения.

ВАРИАНТ 8

1. Для заданного закона распределения двумерной случайной величины найти коэффициент корреляции и уравнение регрессии.

$Y \backslash X$	4	5	6
2	0,06	0,18	0,24
3	0,12	0,13	0,27

2. Случайная величина X распределена по нормальному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице:

x_i	14	15	20	21	24
n_i	7	6	8	10	9

Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для оценки математического ожидания и с надежностью 0,97 – для оценки среднего квадратичного отклонения.

ВАРИАНТ 9

1. Для заданного закона распределения двумерной случайной величины найти коэффициент корреляции и уравнение регрессии.

$Y \backslash X$	2	4	5
1	0,12	0,13	0,24
3	0,18	0,06	0,27

2. Случайная величина X распределена по нормальному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице:

x_i	0,2	0,4	0,8	1,0	1,2
n_i	6	4	2	5	3

Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для оценки математического ожидания и с надежностью 0,97 – для оценки среднего квадратичного отклонения.

ВАРИАНТ 10

1. Для заданного закона распределения двумерной случайной величины найти коэффициент корреляции и уравнение регрессии.

$X \backslash Y$	1	3	4
3	0,13	0,24	0,12
6	0,18	0,06	0,27

2. Случайная величина X распределена по нормальному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице:

x_i	0,4	0,5	0,9	1,2	1,4
n_i	3	5	6	6	6

Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для оценки математического ожидания и с надежностью 0,97 – для оценки среднего квадратичного отклонения.

ВАРИАНТ 11

- Для заданного закона распределения двумерной случайной величины найти коэффициент корреляции и уравнение регрессии.

$X \backslash Y$		1	3	4
3		0,13	0,24	0,12
5		0,18	0,06	0,27

- Случайная величина X распределена по нормальному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице:

x_i	10	11	12	14	16
n_i	7	5	4	6	8

Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для оценки математического ожидания и с надежностью 0,97 – для оценки среднего квадратичного отклонения.

ВАРИАНТ 12

- Для заданного закона распределения двумерной случайной величины найти коэффициент корреляции и уравнение регрессии.

$Y \backslash X$		3	5	6
1		0,12	0,24	0,22
3		0,20	0,15	0,07

- Случайная величина X распределена по нормальному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице:

x_i	9	11	12	14	15
n_i	9	12	14	9	6

Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для оценки математического ожидания и с надежностью 0,97 – для оценки среднего квадратичного отклонения.

ВАРИАНТ 13

- Для заданного закона распределения двумерной случайной величины найти коэффициент корреляции и уравнение регрессии.

$Y \backslash X$		4	6	8
3		0,13	0,08	0,12
5		0,20	0,16	0,31

- Случайная величина X распределена по нормальному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице:

x_i	12,1	12,5	12,7	13,0	13,2
n_i	1	2	4	1	2

Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для оценки математического ожидания и с надежностью 0,97 – для оценки среднего квадратичного отклонения.

ВАРИАНТ 14

- Для заданного закона распределения двумерной случайной величины найти коэффициент корреляции и уравнение регрессии.

$Y \backslash X$	3	4	7
3	0,30	0,20	0,10
6	0,05	0,12	0,23

- Случайная величина X распределена по нормальному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице:

x_i	12,2	12,4	12,5	12,7	13,0
n_i	4	8	3	2	8

Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для оценки математического ожидания и с надежностью 0,97 – для оценки среднего квадратичного отклонения.

ВАРИАНТ 15

- Для заданного закона распределения двумерной случайной величины найти коэффициент корреляции и уравнение регрессии.

$Y \backslash X$	4	6	8
2	0,24	0,30	0,05
5	0,10	0,12	0,19

- Случайная величина X распределена по нормальному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице:

x_i	15	17	20	21	25
n_i	1	3	2	4	6

Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для оценки математического ожидания и с надежностью 0,97 – для оценки среднего квадратичного отклонения.

ВАРИАНТ 16

- Для заданного закона распределения двумерной случайной величины найти коэффициент корреляции и уравнение регрессии.

$Y \backslash X$	5	7	9
4	0,14	0,15	0,21
7	0,16	0,20	0,14

- Случайная величина X распределена по нормальному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице:

x_i	20	22	23	25	26
n_i	4	2	2	3	1

Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для оценки математического ожидания и с надежностью 0,97 – для оценки среднего квадратичного отклонения.

ВАРИАНТ 17

- Для заданного закона распределения двумерной случайной величины найти коэффициент корреляции и уравнение регрессии.

$Y \backslash X$		1	4	6
3		0,14	0,12	0,13
7		0,13	0,20	0,28

- Случайная величина X распределена по нормальному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице:

x_i	16	18	21	24	25
n_i	12	10	14	8	6

Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для оценки математического ожидания и с надежностью 0,97 – для оценки среднего квадратичного отклонения.

ВАРИАНТ 18

- Для заданного закона распределения двумерной случайной величины найти коэффициент корреляции и уравнение регрессии.

$Y \backslash X$		5	8	10
2		0,11	0,13	0,26
6		0,21	0,06	0,23

- Случайная величина X распределена по нормальному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице:

x_i	18	25	29	36	40
n_i	3	1	4	6	6

Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для оценки математического ожидания и с надежностью 0,97 – для оценки среднего квадратичного отклонения.

ВАРИАНТ 19

- Для заданного закона распределения двумерной случайной величины найти коэффициент корреляции и уравнение регрессии.

$Y \backslash X$		4	7	9
4		0,22	0,09	0,32
7		0,14	0,17	0,06

- Случайная величина X распределена по нормальному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице:

x_i	12	15	18	19	23
n_i	2	5	3	1	4

Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для оценки математического ожидания и с надежностью 0,97 – для оценки среднего квадратичного отклонения.

ВАРИАНТ 20

1. Для заданного закона распределения двумерной случайной величины найти коэффициент корреляции и уравнение регрессии.

$Y \backslash X$		8	9	12
1		0,14	0,11	0,18
6		0,23	0,04	0,30

2. Случайная величина X распределена по нормальному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице:

x_i	44	46	47	50	52
n_i	4	5	8	6	7

Найти с надежностью 0,95 доверительный интервал для оценки математического ожидания и с надежностью 0,97 – для оценки среднего квадратичного отклонения.

Критерии оценки письменной контрольной работы (в рамках рубежной аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» предусмотрено 25 баллов за выполнение рубежной контрольной работы. Каждое задание, входящее в контрольную, оценивается преподавателем определенным количеством баллов. Итоговый балл за контрольную работу получается суммированием баллов за все задания.

Критерий оценки одного задания:

рубежная контрольная работа оценивается максимально в 25 баллов. Каждое задание, входящее в контрольную, оценивается преподавателем определенным количеством баллов. Итоговый балл за контрольную работу получается суммированием баллов за все задания. Приведем критерий оценки одного задания:

- обучающийся правильно решил задачу; при этом логично, последовательно и аргументированно изложил решение задачи – максимальное количество баллов;
- обучающийся в основном правильно решил задачу, допустив при этом незначительные неточности и погрешности – 80% от максимального количества баллов;
- обучающийся не полностью решил задачу, но не менее 50%, допустив при этом не более одной грубой ошибки – 60% от максимального количества баллов;
- обучающийся привел неполное решение задачи (степень полноты – от 30% до 50%), допустив при этом значительные недочеты – 40% от максимального количества баллов;
- обучающийся привел не более 30% решения задачи, допустив при этом грубые ошибки и недочеты – 20% от максимального количества баллов;
- обучающийся не приступил к решению задачи – 0 баллов.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ БИЛЕТЫ

БИЛЕТ № 1

1. Пространство элементарных событий. Понятие случайного события. Основные определения.
2. В ящике 8 деталей, 5 из которых - качественные и 3 - с дефектом. Наудачу извлекают 4 детали. Какова вероятность того, что 2 из них – качественные?

3. Случайная величина X дана функцией распределения: $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{4} & \text{при } 0 < x \leq 2, \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$

Найти: плотность вероятностей $f(x)$; математическое ожидание; дисперсию; среднее квадратическое отклонение.

3. Для заданного закона распределения двумерной случайной величины найти коэффициент корреляции и уравнение регрессии.

$Y \backslash X$	X	1	3	4
2		0,16	0,10	0,28
3		0,14	0,20	0,12

БИЛЕТ № 2

1. Классическое определение вероятности. Свойства вероятностей.

2. Имеются две урны: в первой – 6 желтых и 4 синих шара; во второй – 8 желтых и 2 синих шара. Из каждой урны извлекают по одному шару. Какова вероятность того, что извлеченные шары разных цветов?

3. Случайная величина X дана функцией распределения: $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{5} & \text{при } 0 < x < \sqrt{5}, \\ 1 & \text{при } x \geq \sqrt{5}. \end{cases}$

Найти: плотность вероятностей $f(x)$; математическое ожидание; дисперсию; среднее квадратическое отклонение.

4. Случайная величина X распределена по нормальному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице:

x_i	3,6	3,7	3,8	4,4	4,2
n_i	3	5	2	1	4

Найти точечные оценки статистических характеристик и доверительные интервалы для их оценки с надежностью 0,95.

БИЛЕТ № 3

1. Элементы комбинаторики.

2. В первом ящике 7 качественных и 3 дефектных изделия; во втором – 6 качественных и 4 дефектных изделия. Из первого ящика во второй перекладывают одно изделие, а затем из второго ящика извлекают одно изделие. Какова вероятность того, что это изделие качественное?

3. Случайная величина X дана функцией распределения $F(x)$:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ \frac{x^2}{49} & \text{при } 0 \leq x < 7, \\ 1 & \text{при } x \geq 7. \end{cases}$$

Найти: плотность вероятностей $f(x)$; математическое ожидание $M(X)$; дисперсию

$D(X)$; среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.

4. Случайная величина X распределена по нормальному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице. Найти точечные оценки статистических характеристик и доверительные интервалы для их оценки с надежностью 0,95.

x_i	9	10	11	12	14
n_i	4	5	3	2	1

БИЛЕТ №4

1. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность. Зависимые и независимые события.

2. В коробе 6 красных и 4 синих карандаша. Наудачу извлекают три карандаша. Найти вероятность того, что два из них - красные.

3. Случайная величина X дана функцией распределения: $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ 4x^3 & \text{при } 0 \leq x \leq 1, \\ 1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$

Найти: плотность вероятностей $f(x)$; математическое ожидание; дисперсию; среднее квадратическое отклонение.

4. Для заданного закона распределения двумерной случайной величины найти коэффициент корреляции и уравнение регрессии.

$Y \backslash X$	2	3	5
1	0,06	0,18	0,24
4	0,12	0,13	0,27

БИЛЕТ № 5

1. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

2. В первом ящике 7 белых и 5 черных шаров, во втором ящике 12 белых и 3 черных шаров, ничем кроме цвета не отличающихся. Наудачу берут по одному шару из каждого ящика. Какова вероятность того, что эти шары одинаковых цветов?

3. Случайная величина дана функцией распределения: $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -0,25; \\ 4x & \text{при } -0,25 < x \leq 0; \\ 1 & \text{при } x > 0. \end{cases}$

Найти: плотность вероятностей $f(x)$; математическое ожидание; дисперсию; среднее квадратическое отклонение.

4. Случайная величина X распределена по нормальному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице. Найти точечные оценки статистических характеристик и доверительные интервалы для их оценки с надежностью 0,95.

x_i	6,1	6,5	6,6	7,0	7,4
n_i	2	3	1	4	2

БИЛЕТ № 6

1. Независимые испытания. Схема Бернулли.

2. Из 25 студентов группы 5 студентов знают все 25 вопросов программы. 10 студентов выучили по 20 вопросов, 7 студентов - по 15 вопросов, трое - по 10 вопросов. Какова вероят-

ность того, что случайно вызванный студент ответит на заданный вопрос?

$$3. \text{Случайная величина } X \text{ дана функцией распределения: } F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ 3x^2 & \text{при } 0 \leq x \leq 1, \\ 1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Найти: плотность вероятностей $f(x)$; математическое ожидание $M(X)$; дисперсию $D(X)$; среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.

4. Случайная величина X распределена по нормальному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице:

x_i	5,8	6,0	6,2	6,3	6,8
n_i	6	4	5	2	3

Найти точечные оценки статистических характеристик и доверительные интервалы для их оценки с надежностью 0,95.

БИЛЕТ № 7

1. Дискретные случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины.

2. Среди 25 студентов группы, в которой 10 девушек, разыгрывают 6 билетов на студенческую весну. Найдите вероятность того, что среди обладателей билетов окажутся 3 девушки.

$$3. \text{Случайная величина } X \text{ дана функцией распределения: } F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{16} & \text{при } 0 < x \leq 4, \\ 1 & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

Найти: плотность вероятностей $f(x)$; математическое ожидание; дисперсию; среднее квадратическое отклонение.

4. Для заданного закона распределения двумерной случайной величины найти коэффициент корреляции и уравнение регрессии.

$Y \backslash X$	1	2	4
3	0,12	0,24	0,22
4	0,20	0,15	0,07

БИЛЕТ № 8

1. Непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность вероятности случайной величины, их взаимосвязь и свойства. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины.

2. Вероятность того, что студент сдаст первый экзамен, равна 0,4; второй – 0,7; третий – 0,5. Найти вероятность того, что студентом будут сданы только два экзамена.

$$3. \text{Случайная величина } X \text{ дана функцией распределения: } F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ x & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Найти: плотность вероятностей $f(x)$; математическое ожидание; дисперсию; среднее квадратическое отклонение.

4. Случайная величина X распределена по нормальному закону. Статистическое распределе-

ние выборки представлено в таблице:

x_i	14	15	20	21	24
n_i	7	6	8	10	9

Найти точечные оценки статистических характеристик и доверительные интервалы для их оценки с надежностью 0,95.

БИЛЕТ № 9

1. Системы случайных величин. Закон распределения системы двух случайных величин; математические ожидания, дисперсии и среднеквадратичные отклонения.
2. Покупатель с равными вероятностями посещает три магазина. Вероятности того, что он сделает покупки в них равны: 0,5; 0,3 и 0,1. Покупатель посетил один из этих магазинов и сделал покупку. Какова вероятность того, что это был первый магазин?

3. Случайная величина X дана функцией распределения:
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ x^3 & \text{при } 0 \leq x \leq 1, \\ 1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$$

Найти: плотность вероятностей $f(x)$; математическое ожидание; дисперсию; среднее квадратическое отклонение.

4. Случайная величина X распределена по нормальному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице:

x_i	0,2	0,4	0,8	1,0	1,2
n_i	6	4	2	5	3

Найти точечные оценки статистических характеристик и доверительные интервалы для их оценки с надежностью 0,95.

БИЛЕТ № 10

1. Числовые характеристики системы случайных величин: корреляционный момент (ковариация), коэффициент корреляции. Зависимые и независимые случайные величины. Уравнения линейной регрессии.
2. В группе 12 студентов, среди которых 4 отличника. По списку отобраны 5 студентов. Какова вероятность того, что 3 из них - отличники?

3. Случайная величина X дана функцией распределения:
$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq -0,2; \\ 5x & \text{при } -0,2 < x \leq 0; \\ 1 & \text{при } x > 0. \end{cases}$$

Найти: плотность вероятностей $f(x)$; математическое ожидание; дисперсию; среднее квадратическое отклонение.

4. Для заданного закона распределения двумерной случайной величины найти коэффициент корреляции и уравнение регрессии.

$Y \backslash X$	2	3	4
1	0,16	0,10	0,28
3	0,14	0,20	0,12

БИЛЕТ № 11

1. Генеральная совокупность и выборка. Варианты и частота варианты. Вариационный ряд. Гистограмма и полигон частот. Эмпирическая функция распределения.
2. Произведен залп из двух орудий по мишени. Вероятность попадания из первого орудия ра-

на 0,8, из второго – 0,9. Найти вероятность поражения цели.

$$3. \text{Случайная величина } X \text{ дана функцией распределения: } F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ \frac{x^2}{36} & \text{при } 0 \leq x \leq 6, \\ 1 & \text{при } x > 6. \end{cases}$$

Найти: плотность вероятностей $f(x)$; математическое ожидание; дисперсию; среднее квадратическое отклонение.

4. Случайная величина X распределена по нормальному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице:

x_i	10	11	12	14	16
n_i	7	5	4	6	8

Найти точечные оценки статистических характеристик и доверительные интервалы для их оценки с надежностью 0,95.

БИЛЕТ №12

1. Статистические оценки: точечные и интервальные. Смещенные и несмещенные оценки.

2. В группе спортсменов 20 лыжников, 6 велосипедистов и 4 бегуна. Вероятность выполнить спортивный разряд такова: для лыжников – 0,9; для велосипедиста – 0,8 и для бегуна – 0,6. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу спортсмен выполнил спортивный разряд.

$$3. \text{Случайная величина } X \text{ дана функцией распределения: } F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{9} & \text{при } 0 < x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x > 3. \end{cases}$$

Найти: плотность вероятностей $f(x)$; математическое ожидание $M(X)$; дисперсию $D(X)$; среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.

4. Случайная величина X распределена по нормальному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице. Найти точечные оценки статистических характеристик и доверительные интервалы для их оценки с надежностью 0,95.

x_i	9	11	12	14	15
n_i	9	12	14	9	6

БИЛЕТ №13

1. Точечные оценки: выборочные средняя и дисперсия.

2. В ящике 12 изделий, среди которых 9 – качественные и 3 – со скрытым дефектом. Наудачу извлекают 3 изделия. Какова вероятность того, что 2 изделия из них – качественные?

$$3. \text{Случайная величина } X \text{ дана функцией распределения: } F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ 2x & \text{при } 0 \leq x \leq 0,5; \\ 1 & \text{при } x > 0,5. \end{cases}$$

Найти: плотность вероятности $f(x)$; математическое ожидание $M(X)$; дисперсию $D(X)$; среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$.

4. Для заданного закона распределения двумерной случайной величины найти коэффициент корреляции и уравнение регрессии.

Y \ X	2	3	5
5	0,06	0,18	0,24
6	0,12	0,13	0,27

БИЛЕТ № 14

- Интервальные оценки: Доверительный интервал. Интервальные оценки параметров нормального распределения: математического ожидания и дисперсии.
- Вероятность попадания в мишень первым стрелком равна 0,6, а вторым – 0,7. Стрелки сделали по одному выстрелу. Какова вероятность того, что в мишень попадет только один из них?

3. Случайная величина X дана функцией распределения: $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ \frac{x^2}{25} & \text{при } 0 \leq x < 5, \\ 1 & \text{при } x \geq 5. \end{cases}$

Найти: плотность вероятностей $f(x)$; математическое ожидание; дисперсию; среднее квадратическое отклонение.

- Случайная величина X распределена по нормальному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице. Найти точечные оценки статистических характеристик и доверительные интервалы для их оценки с надежностью 0,95.

x_i	12,2	12,4	12,5	12,7	13,0
n_i	4	8	3	2	8

БИЛЕТ № 15

- Линейная регрессия. Определение параметров уравнений регрессии методом наименьших квадратов.
- Телевизоры выпускаются тремя заводами в количественном отношении 1:2:3, причем вероятности брака для этих заводов соответственно равны 3%, 2% и 1%. Наудачу купленный телевизор оказался бракованным. Какова вероятность того, что этот телевизор выпущен третьим заводом?

3. Случайная величина X дана функцией распределения: $F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ x^2 & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$

Найти: плотность вероятностей $f(x)$; математическое ожидание; дисперсию; среднее квадратическое отклонение.

- Случайная величина X распределена по нормальному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице:

x_i	15	17	20	21	25
n_i	1	3	2	4	6

Найти точечные оценки статистических характеристик и доверительные интервалы для их оценки с надежностью 0,95.

Критерии оценки (в рамках промежуточной аттестации)

Регламентом БРС кафедры «Высшая и прикладная математика» ответ студента на экзамене оценивается по 5-балльной шкале.

Критерий оценки ответа на экзамене:

- **5 баллов** получает студент, продемонстрировавший полное владение знаниями в соответствии с требованиями учебной программы, т.е. решивший все задания без ошибок в логических рассуждениях и в обосновании решения;
- **4 балла** получает студент, который при полном владении знаниями в соответствии с требованиями учебной программы допустил отдельные несущественные ошибки либо приведенные им решения недостаточно обоснованы;
- **3 балла** получает студент при неполном изложении полученных знаний, допустивший при этом отдельные существенные ошибки;
- **2 балла** получает студент при бессистемном изложении материала, допускающий существенные ошибки, которые могут препятствовать усвоению дальнейшей учебной информации.

КОНТРОЛЬНО-ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ПОДИСЦИПЛИНЕ
"Математика"

Тема 1. Неопределённый интеграл: непосредственное интегрирование

1.1. Найти неопределённый интеграл $\int \left(4x^3 + \frac{4}{\sqrt[3]{x^2}} - \sin x \right) dx$.

Ответ: 1) $x^4 + \frac{4}{\sqrt[3]{x}} - \cos x + C$; 2) $x^4 + \frac{4}{3} \cdot \sqrt[3]{x} + \cos x + C$;

3) $x^4 + \frac{3}{4} \cdot \sqrt[3]{x} - \cos x + C$; 4) $x^4 - \frac{3}{4} \cdot \sqrt[3]{x^2} - \cos x + C$; 5) $x^4 - \frac{4}{3} \cdot \sqrt[3]{x} - \cos x + C$;

1.2. Найти неопределённый интеграл $\int \left(3x^2 - \frac{2}{\sqrt[3]{x}} - \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx$.

Ответ: 1) $x^3 - \frac{2}{3} \cdot \sqrt[3]{x^2} - \operatorname{ctg} x + C$; 2) $x^3 - \frac{2}{3} \cdot \sqrt[3]{x^2} + \operatorname{ctg} x + C$;

3) $x^3 + \frac{2}{3} \cdot \sqrt[3]{x^2} - \operatorname{ctg} x + C$; 4) $x^3 + \frac{2}{3} \cdot \sqrt[3]{x^2} + \operatorname{ctg} x + C$; 5) $x^3 + \frac{2}{3} \cdot \sqrt[3]{x^2} + \operatorname{tg} x + C$;

1.3. Найти неопределённый интеграл $\int \left(5x^4 - \frac{2}{\sqrt[4]{x}} - \frac{3}{\cos^2 x} \right) dx$.

Ответ: 1) $x^5 - \frac{1}{2} \cdot \sqrt[4]{x^3} - 3 \operatorname{tg} x + C$; 2) $x^5 + \frac{1}{2} \cdot \sqrt[4]{x^3} + 3 \operatorname{tg} x + C$;

3) $x^5 + \frac{1}{2} \cdot \sqrt[4]{x} - 3 \operatorname{ctg} x + C$; 4) $x^5 - \frac{1}{2} \cdot \sqrt[4]{x^3} + 3 \operatorname{tg} x + C$; 5) $x^5 + \frac{1}{2} \cdot \sqrt[4]{x^3} - 3 \operatorname{tg} x + C$;

1.4. Найти неопределённый интеграл $\int \left(\frac{7}{x^6} - 3 \cdot \sqrt[3]{x} - \frac{2}{4+x^2} \right) dx$.

Ответ: 1) $-\frac{7}{5x^5} - \frac{9}{4} \sqrt[3]{x^4} - \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + C$; 2) $-\frac{1}{x^7} - \frac{3}{\sqrt[3]{x^2}} + \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + C$;

3) $-\frac{1}{x^7} - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} + 2 \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + C$; 4) $-\frac{7}{5x^5} + \frac{3}{4} \sqrt[3]{x^4} - \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + C$; 5)

$\frac{7}{5x^5} + \frac{9}{4} \sqrt[3]{x^4} - \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + C$;

1.5. Найти неопределённый интеграл $\int \left(\frac{4}{x^5} - 3 \cdot \sqrt[3]{x^2} - \frac{4}{x^2-4} \right) dx$.

Ответ: 1) $-\frac{1}{x^4} - \sqrt[3]{x^5} - 2 \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C$; 2) $\frac{1}{x^4} - \sqrt[3]{x^5} + 2 \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C$; 3) $-\frac{1}{x^4} - \sqrt[3]{x^5} - 2 \ln \left| \frac{x+2}{x-2} \right| + C$;

4) $-\frac{1}{x^4} + 5 \cdot \sqrt[3]{x^5} - \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C$; 5) $-\frac{20}{x^6} + 4 \cdot \sqrt[3]{x^5} + \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + C$;

Тема 2. Неопределённый интеграл: подведение под знак дифференциала

2.1. Найти неопределённый интеграл $\int x \sin(x^2 + 2) dx$.

Ответ: 1) $\frac{1}{2}\cos(x^2+2)+C$; 2) $-\frac{1}{2}\cos(x^2+2)+C$; 3) $-\frac{1}{2}x\cos(x^2+2)+C$;

4) $-2\cos(x^2+2)+C$; 5) $-2x\cos(x^2+2)+C$;

2.2. Найти неопределённый интеграл $\int x\cos(x^2-3)dx$.

Ответ: 1) $\frac{1}{2}\sin(x^2-3)+C$; 2) $-\frac{1}{2}\sin(x^2-3)+C$; 3) $2\sin(x^2-3)+C$;

4) $-2\sin(x^2-3)+C$; 5) $-\sin(x^2-3)+C$;

2.3. Найти неопределённый интеграл $\int xe^{x^2+1}dx$.

Ответ: 1) $\frac{1}{2}xe^{x^2+1}+C$; 2) $-\frac{1}{2}xe^{x^2+1}+C$; 3) $-\frac{1}{2}e^{x^2+1}+C$; 4) $\frac{1}{2}e^{x^2+1}+C$; 5) $-\frac{1}{2}e^{x^2-1}+C$;

2.4. Найти неопределённый интеграл $\int \cos x \cdot e^{\sin x} dx$.

Ответ: 1) $-e^{\sin x}+C$; 2) $-\frac{1}{2}e^{\sin x}+C$; 3) $e^{\sin x}+C$; 4) $e^{\sin x} \cdot \sin x+C$;

5) $\frac{1}{2}e^{\sin x}+C$;

2.5. Найти неопределённый интеграл $\int e^x \cos e^x dx$.

Ответ: 1) $-\cos e^x+C$; 2) $\cos e^x+C$; 3) $-x\cos e^x+C$; 4) $x\cos e^x+C$;

5) $\frac{1}{2}\cos e^x+C$;

Тема 3. Неопределённый интеграл: интегрирование по частям

3.1. Найти неопределённый интеграл $\int x\cos(2x-1)dx$.

Ответ: 1) $\frac{1}{2}x\sin(2x-1)+\frac{1}{4}\cos(2x-1)+C$; 2) $-\frac{1}{2}x\sin(2x-1)-\frac{1}{4}\cos(2x-1)+C$;

3) $-\frac{1}{2}x\sin(2x-1)+\frac{1}{4}\cos(2x-1)+C$; 4) $x\sin(2x-1)+\cos(2x-1)+C$;

5) $-x\sin(2x-1)+\cos(2x-1)+C$;

3.2. Найти неопределённый интеграл $\int (2x-3)\sin x dx$.

Ответ: 1) $-\frac{1}{2}(2x-3)\cos x+\sin x+C$; 2) $-(2x-3)\cos x+2\sin x+C$;

3) $\frac{1}{2}(2x-3)\cos x+\sin x+C$; 4) $\frac{1}{2}(2x-3)\cos x-\sin x+C$;

5) $(2x-3)\cos x+2\sin x+C$;

3.3. Найти неопределённый интеграл $\int (3x-1)e^x dx$.

Ответ: 1) $(3x+4)e^x+C$; 2) $-(3x-4)e^x+C$; 3) $(3x-4)e^x+C$; 4) $-(3x+4)e^x+C$;

5) $\frac{1}{3}(3x-4)e^x + C$;

3.4. Найти неопределённый интеграл $\int \operatorname{arctg} x dx$.

Ответ: 1) $x \cdot \operatorname{arctg} x - \ln(1+x^2) + C$; 2) $x \cdot \operatorname{arctg} x + \ln(1+x^2) + C$;

3) $-x \cdot \operatorname{arctg} x - \ln(1+x^2) + C$;

4) $x \cdot \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C$; 5) $x \cdot \operatorname{arctg} x + \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + C$;

3.5. Найти неопределённый интеграл $\int 2x \ln x dx$.

Ответ: 1) $\frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{4} x^2 + C$; 2) $\frac{1}{2} x^2 \ln x + \frac{1}{4} x^2 + C$; 3) $\frac{1}{2} x^2 \ln x - \frac{1}{2} x^2 + C$;

4) $x^2 \ln x - x^2 + C$; 5) $x^2 \ln x - \frac{1}{2} x^2 + C$;

Тема 4. Неопределённый интеграл: интегрирование тригонометрических функций

4.1. Найти неопределённый интеграл $\int \sin^2 x \cdot \cos^3 x dx$.

Ответ: 1) $-\frac{1}{3} \sin^3 x + \frac{1}{5} \sin^5 x + C$; 2) $-\frac{1}{3} \sin^3 x - \frac{1}{5} \sin^5 x + C$;

3) $\frac{1}{3} \sin^3 x + \frac{1}{4} \sin^4 x + C$; 4) $\frac{1}{3} \sin^3 x - \frac{1}{5} \sin^5 x + C$; 5) $\frac{1}{3} \sin^3 x + \frac{1}{5} \sin^5 x + C$;

4.2. Найти неопределённый интеграл $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x} dx$.

Ответ: 1) $-\frac{1}{\sin x} - \sin x + C$; 2) $-\frac{1}{\sin x} + \sin x + C$;

3) $\frac{1}{\sin x} - \sin x + C$; 4) $\frac{1}{\sin x} + \sin x + C$; 5) $-\frac{1}{2 \sin x} - 2 \sin x + C$;

4.3. Найти неопределённый интеграл $\int \sin^2 x dx$.

Ответ: 1) $\frac{1}{2} x + \frac{1}{4} \sin 2x + C$; 2) $\frac{1}{2} x - \frac{1}{4} \sin 2x + C$;

4.4. Найти неопределённый интеграл $\int \operatorname{tg}^2 x dx$.

Ответ: 1) $\operatorname{ctg} x - x + C$; 2) $-\operatorname{ctg} x - x + C$;

3) $\operatorname{ctg} x + x + C$; 4) $-\operatorname{ctg} x + x + C$; 5) $\operatorname{tg} x + x + C$;

4.5. Найти неопределённый интеграл $\int \sin 2x \cdot \cos 3x dx$.

Ответ: 1) $-\frac{1}{10} \cos 5x + \frac{1}{2} \cos x + C$; 2) $\frac{1}{10} \cos 5x - \frac{1}{2} \cos x + C$;

3) $-\frac{1}{10} \cos 5x - \frac{1}{2} \cos x + C$; 4) $\frac{1}{10} \cos 5x + \frac{1}{2} \cos x + C$; 5) $-\frac{1}{10} \sin 5x - \frac{1}{2} \sin x + C$;

Тема 5. Определённый интеграл: непосредственное применение формулы Ньютона-Лейбница

5.1. Найти определённый интеграл $\int_1^4 \left(3x^2 - \frac{2}{\sqrt{x}} \right) dx$.

Ответ: 1) 61; 2) 77; 3) 56; 4) 63; 5) 68;

5.2. Найти определённый интеграл $\int_0^3 \left(2x - \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 16}} \right) dx$.

Ответ: 1) 11; 2) 17; 3) 5; 4) 16; 5) 8;

5.3. Найти определённый интеграл $\int_0^1 \left(\frac{3}{2} \cdot \sqrt{x} - 3x^2 \right) dx$.

Ответ: 1) -2; 2) 0; 3) -5; 4) 6; 5) -6;

5.4. Найти определённый интеграл $\int_1^e \frac{1}{x(1 + \ln x)} dx$.

Ответ: 1) $\ln 2$; 2) $\ln 5$; 3) $\ln 5,5$; 4) $\ln 2,5$; 5) $\ln 4,5$.

5.5. Найти определённый интеграл $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x dx$.

Ответ: 1) $\frac{2}{3}$; 2) $\frac{1}{3}$; 3) $-\frac{1}{3}$; 4) $-\frac{5}{6}$; 5) $-\frac{2}{3}$.

Тема 6. Определённый интеграл: метод подстановки

6.1. Найти определённый интеграл $\int_1^9 \frac{dx}{x + \sqrt{x}}$.

Ответ: 1) $2\ln 3$; 2) $3\ln 2$; 3) $\ln 2$; 4) $2\ln 2$; 5) $\ln 7$.

6.2. Найти определённый интеграл $\int_0^1 \frac{2x dx}{1 + x^4}$.

Ответ: 1) π ; 2) $\frac{\pi}{4}$; 3) $\frac{3\pi}{4}$; 4) 2π ; 5) $\frac{\pi}{2}$.

6.3. Найти определённый интеграл $\int_0^{\ln 6} \frac{e^x}{\sqrt{3 + e^x}} dx$.

Ответ: 1) 2; 2) 4; 3) 5; 4) 6; 5) 9.

6.4. Найти определённый интеграл $\int_3^{27} \frac{3 dx}{(x+9)\sqrt{x}}$.

Ответ: 1) π ; 2) $\frac{\pi}{3}$; 3) $\frac{\pi}{4}$; 4) 2π ; 5) $\frac{\pi}{6}$;

6.5. Найти определённый интеграл $\int_1^8 \frac{dx}{x + \sqrt[3]{x}}$.

Ответ: 1) $\frac{3}{2} \ln \frac{5}{2}$; 2) $2 \ln \frac{4}{3}$; 3) $\frac{5}{2} \ln \frac{11}{4}$; 4) $\frac{5}{2} \ln \frac{8}{3}$; 5) $\frac{3}{2} \ln \frac{7}{3}$.

Тема 7. Несобственные интегралы

7.1. Найти несобственный интеграл I рода или установить его расходимость

$$\int_0^{\infty} 6e^{-2x} dx.$$

Ответ: 1) расходится; 2) 4; 3) 3; 4) 2; 5) 1;

7.2. Найти несобственный интеграл II рода или установить его расходимость

$$\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

Ответ: 1) 5; 2) 4; 3) расходится; 4) 2; 5) 1;

7.3. Найти несобственный интеграл I рода или установить его расходимость

$$\int_0^{\infty} \frac{2}{1+x^2} dx.$$

Ответ: 1) π ; 2) 4π ; 3) 3π ; 4) 2π ; 5) 5π .

7.4. Найти несобственный интеграл I рода или установить его расходимость

$$\int_0^{\infty} \frac{2x}{1+x^2} dx.$$

Ответ: 1) 6; 2) расходится; 3) 3; 4) 2; 5) 1;

7.5. Найти несобственный интеграл II рода или установить его расходимость

$$\int_2^{\sqrt{8}} \frac{x}{\sqrt{x^2-4}} dx. \text{ Ответ: 1) 6; 2) расходится; 3) 3; 4) 8; 5) 2;}$$

Тема 8. Вычисление площадей с помощью определённого интеграла

8.1. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y = 2x - 3$, $y = 0$, $x = 2$, $x = 4$. Ответ: 1) 4; 2) 7; 3) 3; 4) 8; 5) 6.

8.2. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y = 4x - 3$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$. Ответ: 1) 4; 2) 7; 3) 3; 4) 8; 5) 5.

8.3. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y = 4x + 1$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 1$. Ответ: 1) 2; 2) 7; 3) 3; 4) 8; 5) 5.

8.4. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y = 5 - 2x$, $y = 0$, $x = -2$, $x = 1$. Ответ: 1) 12; 2) 17; 3) 13; 4) 18; 5) 15.

8.5. Найти площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y = 3 - 2x$, $y = 0$, $x = -2$, $x = 1$. Ответ: 1) 12; 2) 17; 3) 13; 4) 18; 5) 15.

МОДУЛЬ I. ТЕСТЫ

1. Чему равна производная функции $y = 4x^3 - 3$.

Ответ: 1) $4x^2$; 2) $3x^2$; 3) $12x^2$; 4) $12x^2 - 3$.

2. Чему равна производная функции $y = \sqrt[3]{x}$.

Ответ: 1) $3\sqrt[3]{x}$; 2) $\frac{1}{3\sqrt[3]{x}}$; 3) $\frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$; 4) $\frac{3}{\sqrt[3]{x^2}}$.

3. Найти производную функции $y = \frac{2}{x} + 3 \sin x + 4$.

Ответ: 1) $-\frac{2}{x^2} + 3 \cos x + 4$; 2) $-\frac{2}{x^2} + 3 \cos x$; 3) $\frac{2}{x^2} + 3 \cos x$; 4) $\frac{2}{x^2} - 3 \cos x$.

4. Найти производную функции $y = x^2 \cdot \operatorname{tg} x$.

Ответ: 1) $2xtg x + \frac{x^2}{\cos^2 x}$; 2) $2xtg x + \frac{2x}{\cos^2 x}$; 3) $2xtg x - \frac{x^2}{\cos^2 x}$; 4) $\frac{2x}{\cos^2 x}$.

5. Найти производную функции $y = \frac{3x+1}{x^2+3}$.

Ответ: 1) $\frac{3}{2x}$; 2) $\frac{-3x^2-2x+9}{x^2+3}$; 3) $\frac{-3x^2-2x+9}{(x^2+3)^2}$; 4) $\frac{-3x^2+2x+9}{(x^2+3)^2}$.

6. Найти значение функции $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + x$ в точке $x = 1$.

Ответ: 1) 0; 2) 3; 3) -1; 4) 1.

7. Найти производную сложной функции $y = \cos 4x$.

Ответ: 1) $\cos 4x$; 2) $-4 \sin 4x$; 3) $-4 \sin x$; 4) $-\sin 4x$.

8. Найти производную сложной функции $y = \ln(4x + 1)$.

Ответ: 1) $\frac{1}{4x+1}$; 2) $\frac{4}{\ln(4x+1)}$; 3) $4 \ln(4x + 1)$; 4) $\frac{4}{4x+1}$.

9. Найти производную сложной функции $y = \cos^{100} x$.

Ответ: 1) $100 \cos^{99} x$; 2) $-100 \cos^{99} x \sin x$; 3) $-\sin^{100} x$; 4) $-100 \sin^{99} x$.

10. Найти производную сложной функции $y = e^{-x^2+3}$.

Ответ: 1) $-2xe^{-x^2+3}$; 2) e^{-x^2+3} ; 3) $2xe^{-x^2+3}$; 4) $(2x + 3)e^{-x^2+3}$.

11. Найти дифференциал функции $y = 7x^5 - e^{3x}$.

Ответ: 1) $(35x^4 - e^{3x})dx$; 2) $(35x^4 - 3e^x)dx$; 3) $(7x^4 - 3e^{3x})dx$;

4) $(35x^4 - 3e^{3x})dx$.

12. Найти производную функции заданной параметрически: $\begin{cases} x = 3t^2 + 3t; \\ y = t^3 - 2t. \end{cases}$

Ответ: 1) $\frac{3t^2+3}{3t^2-2}$; 2) $\frac{3t^2-2}{6t+3}$; 3) $\frac{3t^2+3}{3t^2-2}$; 4) $\frac{3t^2-2}{3t^2+3}$.

13. Найти производную функции заданной параметрически: $\begin{cases} x = \cos 2t; \\ y = \sin 2t + 1. \end{cases}$

Ответ: 1) $ctg t$; 2) $ctg 2t$; 3) $tg t$; 4) $tg 2t$.

14. Найти $f'(1) - f'(0)$, если $f(x) = 2x^3 - 4x$.

Ответ: 1) 8; 2) -2; 3) 6; 4) 2.

15. Найти производную функции заданной параметрически: $\begin{cases} x = e^{2t} + 3; \\ y = e^{3t} - 2. \end{cases}$

Ответ: 1) $1,5e^t$; 2) $3e^{2t}$; 3) $2e^{3t}$; 4) $1,5e^{3t}$.

16. Найти производную неявной функции $4x^6 + 3y - e^{3x} = 3x$.

Ответ: 1) $24x^5 - 3e^{3x} + 3$; 2) $24x^5 - 3e^{3x}$; 3) $1 + e^{3x} - 8x^5$; 4) $1 - e^{3x} + 8x^5$.

17. Найти производную неявной функции $x^3 - 4y^2 = 5xy$.

Ответ: 1) $\frac{3x^2-5y^2}{5x+8y}$; 2) $\frac{3x^2-5y}{5x+8y}$; 3) $\frac{3x^2+5y}{5x-8y}$; 4) $\frac{3x^2-5y}{5x-8y}$.

18. Для функции $y = \sin 4x$ найти производную второго порядка.

Ответ: 1) $-16\sin 4x$; 2) $16\cos 4x$; 3) $4 \sin 4x$; 4) $4\cos 4x$.

19. Для функции $y = e^{2x} + 3$ найти производную третьего порядка.

Ответ: 1) $2e^{2x}$; 2) $4e^{2x}$; 3) $8e^{2x}$; 4) $6e^{2x}$.

20. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 4}{e^x}$, используя правило Лопиталья.

Ответ: 1) 2; 2) e ; 3) 0; 4) ∞ .

21. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{x^2}$, используя правило Лопиталья.

Ответ: 1) 4; 2) 1; 3) 0; 4) ∞ .

22. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x}{x^3}$, используя правило Лопиталья.

Ответ: 1) 0; 2) ∞ ; 3) 3; 4) 1.

23. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{10} - 2x + 1}{x^{20} - 4x + 3}$, используя правило Лопиталья.

Ответ: 1) 0; 2) 0,5; 3) 10; 4) ∞ .

24. Найти точки экстремума функции $y = x^2 - x + 1$.

Ответ: 1) $x_{max} = -0,5$; 2) $x_{max} = 1$; 3) $x_{min} = 0,5$; 4) $x_{min} = -1$;

25. Найти точки экстремума функции $y = -x^2 - 4x + 3$.

Ответ: 1) $x_{max} = -2$; 2) $x_{max} = 2$; 3) $x_{min} = -0,5$; 4) $x_{max} = 0,5$.

МОДУЛЬ I. ТЕСТЫ

1. Вычислить предел $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ y \rightarrow 1}} \frac{x^2 - 4y^2}{x - 2y}$.

Ответ: 1) 4; 2) 4,5; 3) 5; 4) 5,5; 5) 2.

2. Вычислить предел $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow -2}} \frac{4x^2 - y^2}{2x + y}$.

Ответ: 1) 5,5; 2) 4,5; 3) 5; 4) 4; 5) 2.

3. Найти предел: $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sin(x^2 y)}{xy}$.

Ответ: 1) 3; 2) 2; 3) 1; 4) 0; 5) 4.

4. Найти предел: $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 1}} \frac{\sin(xy)}{xy^2}$.

Ответ: 1) 3; 2) 2; 3) 1; 4) 0; 5) 4.

5. Вычислить предел $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ y \rightarrow 2}} \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x^2 - y^2}$.

Ответ: 1) 3; 2) 2; 3) 1; 4) 0; 5) 4.

6. Найти предел: $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\text{tg}(x^2 y)}{xy}$.

Ответ: 1) 3; 2) 2; 3) 1; 4) 0; 5) 4.

7. Найти предел: $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 1}} \frac{\text{tg}(xy)}{xy^2}$.

Ответ: 1) 3; 2) 2; 3) 1; 4) 0; 5) 4; 6) 5; 7) 2,5; 8) 1,5.

8. Найти предел: $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ y \rightarrow 2}} \frac{\text{tg}(x - y)}{x - y}$.

Ответ: 1) 3; 2) 2; 3) 5; 4) 0; 5) 1.

9. Вычислить предел $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow 2}} \frac{4x^2 - y^2}{2x^2 - xy}$.

Ответ: 1) 4; 2) 4,5; 3) 5; 4) 3,5; 5) 2.

10. Вычислить предел $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ y \rightarrow 1}} \frac{x^2 - 2xy}{x^2 - 4y^2}$.

Ответ: 1) 0,5; 2) 4,5; 3) 5,5; 4) 3,5; 5) 2,5.

11. Найдите значения частных производных z'_x и z'_y функции $z = \frac{x^2}{y-2x}$ в точке (1;1).

Ответ: 1) -1 и -1; 2) 0 и -1; 3) 1 и 0; 4) -1 и 1; 5) 0 и 1.

12. Найдите значения частных производных z'_x и z'_y функции $z = \arctg(xy) - 2x$ в точке (0;1).

Ответ: 1) -1 и -1; 2) 0 и -1; 3) 1 и 0; 4) -1 и 0; 5) 0 и 1.

13. Найдите значения частных производных z'_x и z'_y функции $z = x^2 \ln(xy)$ в точке (-1;-1).

Ответ: 1) -1 и -1; 2) 0 и -1; 3) 1 и 0; 4) -1 и 1; 5) 0 и 1.

14. Найдите значения частных производных z'_x и z'_y функции $z = xy^2 - 2x + 3y$ в точке (1;-1).

Ответ: 1) 1 и -1; 2) 0 и -1; 3) 1 и 0; 4) -1 и 1; 5) 0 и 1.

15. Найдите значения частных производных z'_x и z'_y функции $z = \arctg(xy) + 2x$ в точке (1;0).

Ответ: 1) -2 и 0; 2) 0 и -1; 3) 2 и 1; 4) -1 и 1; 5) 0 и 1.

16. Найдите значения частных производных z'_x и z'_y функции $z = e^{-\frac{y}{x}}$ в точке (1;0).

Ответ: 1) -2 и 0; 2) 0 и -1; 3) 1 и 0; 4) -1 и 1; 5) 0 и 1.

17. Найдите значения частных производных z'_x и z'_y функции $z = xy^3$ в точке (1;2).

Ответ: 1) 1 и -1; 2) 0 и -1; 3) 1 и 0; 4) -1 и 1; 5) 8 и 12.

18. Найдите значения частных производных z'_x и z'_y функции $z = ye^{-2xy}$ в точке (1;0).

Ответ: 1) -2 и 1; 2) 0 и -1; 3) 1 и 0; 4) -1 и 1; 5) 0 и 1.

19. Найдите значения частных производных z'_x и z'_y функции $z = e^{-x^2y}$ в точке (1;1).

Ответ: 1) 1 и -1; 2) 0 и -1; 3) 1 и 0; 4) -1 и 1; 5) 0 и 1.

20. Найдите значения частных производных z'_x и z'_y функции $z = ye^{2xy}$ в точке (0;-1).

Ответ: 1) 1 и -1; 2) 0 и -1; 3) 1 и 0; 4) 2 и 1; 5) 0 и 1.

21. Найти значение выражения $z''_{xx} + z''_{yy}$ для функции $z = \ln(x^2 + 2y)$ в точке (1; -1).

Ответ: 1) -20; 2) -15; 3) -10; 4) -5; 5) 5.

22. Найти значение выражения $2z''_{xx} - z''_{xy}$ для функции $z = \ln(x^2 + 2y^2)$ в точке $(-1; 0)$.

Ответ: 1) -4; 2) -3; 3) -1; 4) 0; 5) 3.

23. Найти значение выражения $z''_{xx} + 2z''_{xy}$ для функции $z = e^{x^2 - 2y^2}$ в точке $(0; 0)$.

Ответ: 1) -2; 2) 0; 3) -1; 4) 2; 5) -3.

24. Найти значение выражения $z''_{xx} + 2z''_{xy}$ для функции $z = e^{4x^2 - y^2}$ в точке $(1; 2)$.

Ответ: 1) 10; 2) 4; 3) 5; 4) 2; 5) 8.

25. Найти значение выражения $z''_{yy} + 2z''_{yx}$ для функции $z = e^{x^2 - 4y^2}$ в точке $(2; 1)$.

Ответ: 1) 9; 2) -4; 3) 5; 4) 5; 5) -8.

26. Найти значение выражения $z''_{yy} + 3z''_{yx}$ для функции $z = \frac{xy}{x+y}$ в точке $(2; -1)$.

Ответ: 1) 9; 2) -4; 3) 5; 4) 4; 5) -9.

27. Найти значение выражения $3z''_{yy} + z''_{yx}$ для функции $z = \frac{xy}{x^2 - y}$ в точке $(2; 3)$.

Ответ: 1) -4; 2) 4; 3) 5; 4) -5; 5) -9.

28. Найти значение выражения $3z''_{yy} - 2z''_{yx}$ для функции $z = \cos(x^2 - 2y)$ в точке $(2; 2)$.

Ответ: 1) 9; 2) -9; 3) 5; 4) -5; 5) 4.

29. Найти значение выражения $2z''_{yy} + 3z''_{yx}$ для функции $z = \cos(x - y^2)$ в точке $(4; -2)$.

Ответ: 1) 29; 2) -29; 3) 20; 4) -20; 5) 24.

30. Найти значение выражения $2z''_{xx} - 5z''_{xy}$ для функции $z = \sin(2x - 3y)$ в точке $(\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{9})$.

Ответ: 1) 19; 2) -19; 3) 20; 4) -20; 5) 22.

Тема 1. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными

1.1. Решить дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными

$$2xy^2 dx - (x^2 + 2)dy = 0.$$

Ответ: 1) $\ln(x^2 + 2) - \frac{1}{y} = C$; 2) $-\ln(x^2 + 2) + \frac{1}{y} = C$; 3) $-\ln(x^2 + 2) - \frac{1}{y} = C$;

4) $\ln(x^2 + 2) + \frac{1}{y} = C$; 5) $\ln(x^2 - 2) - \frac{1}{y} = C$; 6) $\ln(x^2 - 2) + \frac{1}{y} = C$.

1.2. Решить дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными

$$2y dx + (x^2 - 1)dy = 0.$$

Ответ: 1) $\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right| + \ln|y| = C$; 2) $\ln\left|\frac{x+1}{x-1}\right| + \ln|y| = C$; 3) $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right| + \ln|y| = C$;

4) $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right| - \ln|y| = C$; 5) $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x+1}{x-1}\right| - \ln|y| = C$; 6) $\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right| - \ln|y| = C$.

1.3. Решить дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными

$$\cos^2 y dx + (x^2 + 1)dy = 0.$$

Ответ: 1) $2\arctg x - y = C$; 2) $2\arctg x + y = C$; 3) $\arctg x + y = C$;

4) $\arctg x - y = C$; 5) $2\arctg x - \tg y = C$; 6) $\arctg x + 2\lg y = C$.

1.4. Решить дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными

$$x \sin^2 y dx + \sqrt{x^2 + 1} dy = 0.$$

Ответ: 1) $\sqrt{x^2 + 1} + 2\ctg y = C$; 2) $\sqrt{x^2 + 1} - \ctg y = C$; 3) $\sqrt{x^2 + 1} - 2\ctg y = C$;

4) $\sqrt{x^2 + 1} + \ctg y = C$; 5) $2\sqrt{x^2 + 1} + \ctg y = C$; 6) $2\sqrt{x^2 + 1} - \ctg y = C$;

7) $\sqrt{x^2 - 1} + \ctg y = C$; 8) $\sqrt{x^2 - 1} - \ctg y = C$.

1.5. Решить дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными

$$(1 + 2y)dx + \sqrt{x^2 + 1} dy = 0.$$

Ответ: 1) $\ln|x + \sqrt{x^2 + 1}| + \frac{1}{2}\ln|1 + 2y| = C$; 2) $\ln|x - \sqrt{x^2 + 1}| + \frac{1}{2}\ln|1 + 2y| = C$;

3) $\ln|x - \sqrt{x^2 + 1}| - \frac{1}{2}\ln|1 + 2y| = C$; 4) $\ln|x - \sqrt{x^2 + 1}| - \ln|1 + 2y| = C$;

5) $\ln|x + \sqrt{x^2 + 1}| - \ln|1 + 2y| = C$; 6) $\frac{1}{2}\ln|x + \sqrt{x^2 + 1}| - \ln|1 + 2y| = C$;

1.6. Решить дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными

$$e^y(1 + x^2)dy + (e^y + 1)dx = 0.$$

Ответ: 1) $\ln(e^y + 1) - \arctg x = C$; 2) $\ln(e^y + 1) - 2\arctg x = C$;

3) $\ln(e^y + 1) + \arctg x = C$; 4) $\ln(e^y + 1) - 2\arctg \frac{x}{2} = C$;

5) $\ln(e^y + 1) + \arctg \frac{x}{2} = C$; 6) $\ln(e^y + 1) - \arctg \frac{x}{2} = C$.

1.7. Решить дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными

$$\sin^2 x dy + \cos^2 y dx = 0.$$

Ответ: 1) $\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} y = C$; 2) $-\operatorname{tg} y + \operatorname{tg} x = C$; 3) $\operatorname{tg} y + \operatorname{ctg} x = C$; 4) $-\operatorname{tg} y + \operatorname{ctg} x = C$;
5) $\operatorname{tg} y - \operatorname{ctg} x = C$; 6) $\operatorname{tg} y \cdot \operatorname{ctg} x = C$.

1.8. Решить дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными

$$\sqrt{1-x^2} dy - \sqrt{1+y^2} dx = 0.$$

Ответ: 1) $\ln|x + \sqrt{1+x^2}| + \arcsin y = C$; 2) $\ln|y + \sqrt{1+y^2}| + 2\arcsin x = C$;

3) $\ln|y + \sqrt{1+y^2}| + 2\arcsin x = C$; 4) $\ln|y + \sqrt{1+y^2}| + \arcsin x = C$;

5) $\ln|y - \sqrt{1+y^2}| + \arcsin x = C$; 6) $\ln|y - \sqrt{1-y^2}| - \arcsin x = C$.

1.9. Решить дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными

$$(x^2 - 4)dy - 2x\sqrt{1-y^2} dx = 0.$$

Ответ: 1) $\arcsin y + \ln(x^2 - 4) = C$; 2) $\arcsin|y| + \ln(x^2 - 4) = C$;

3) $\arcsin|y| - \ln|x^2 - 4| = C$; 4) $\arcsin|y| - \ln(x^2 - 4) = C$;

5) $\arcsin y - 2\ln|x^2 - 4| = C$; 6) $\arcsin y - \ln|x^2 - 4| = C$.

1.10. Решить дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными

$$(x^2 + 4)dy - 2\sqrt{4-y^2} dx = 0.$$

Ответ: 1) $\frac{1}{2}\arcsin\frac{y}{2} + \operatorname{arctg}\frac{x}{2} = C$; 2) $\arcsin\frac{y}{2} + \frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{x}{2} = C$;

3) $\arcsin\frac{y}{2} + \operatorname{arctg}\frac{x}{2} = C$; 4) $\arcsin\frac{y}{2} - \operatorname{arctg}\frac{x}{2} = C$;

5) $\arcsin y + \operatorname{arctg} x = C$; 6) $\arcsin y - \operatorname{arctg} x = C$.

Тема 2. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка

2.1. Решить линейное уравнение $y' + \frac{y}{x} = -\frac{1}{x^3}$.

Ответ: 1) $y = \frac{1}{2x} + \frac{C}{x^2}$; 2) $y = \frac{1}{x} + \frac{C}{x^2}$; 3) $y = -\frac{1}{x} + \frac{C}{x^2}$; 4) $y = -\frac{1}{2x} + \frac{C}{x^2}$;

5) $y = -\frac{1}{x^2} + \frac{C}{x}$; 6) $y = -\frac{1}{2x^2} + \frac{C}{x}$.

2.2. Решить линейное уравнение $y' - \frac{y}{x} = x^3$.

Ответ: 1) $y = \frac{1}{2x^2} + Cx$; 2) $y = \frac{1}{3}x^4 + Cx$; 3) $y = -\frac{1}{3x^4} + Cx$; 4) $y = \frac{1}{3x^4} + Cx$;

5) $y = -\frac{1}{3x^2} + Cx$; 6) $y = -\frac{1}{2x^2} + Cx$.

2.3. Решить линейное уравнение $y' + \frac{y}{x} = x^3$.

Ответ: 1) $y = \frac{1}{5x^4} + \frac{C}{x}$; 2) $y = -\frac{1}{5x^4} + \frac{C}{x}$; 3) $y = -\frac{1}{4x^4} + \frac{C}{x}$; 4) $y = \frac{1}{4x^4} + \frac{C}{x}$;
 5) $y = \frac{1}{4}x^4 + \frac{C}{x}$; 6) $y = \frac{1}{5}x^4 + \frac{C}{x}$.

2.4. Решить линейное уравнение $y' \sin x + y \cos x = \cos x$.

Ответ: 1) $y = \cos x + \frac{C}{\sin x}$; 2) $y = -1 + \frac{C}{\cos x}$; 3) $y = 1 + \frac{C}{\sin x}$; 4) $y = -1 + \frac{C}{\sin x}$;
 5) $y = 1 + \frac{C}{\cos x}$; 6) $y = -\cos x + \frac{C}{\sin x}$.

2.5. Решить линейное уравнение $y' + y = \frac{\cos x}{e^x}$.

Ответ: 1) $y = e^x \cos x + \frac{C}{\sin x}$; 2) $y = -e^x + \frac{C}{\sin x}$; 3) $y = e^x + \frac{C}{\sin x}$; 4) $y = \frac{1}{e^x} + \frac{C}{e^x}$;
 5) $y = -\frac{1}{e^x} + \frac{C}{e^x}$; 6) $y = -\frac{\cos x}{e^x} + \frac{C}{e^x}$.

2.6. Решить линейное уравнение $y' - y = e^{2x}$.

Ответ: 1) $y = -e^{-2x} + Ce^x$; 2) $y = -2e^{-2x} + Ce^x$; 3) $y = e^{-2x} + Ce^x$; 4) $y = 2e^{-2x} + Ce^x$;
 5) $y = -e^{2x} + Ce^x$; 6) $y = -2e^{2x} + Ce^x$.

2.7. Решить линейное уравнение $xy' - y = x^2 e^x$.

Ответ: 1) $y = xe^x + Cx$; 2) $y = -xe^x + Cx$; 3) $y = -xe^{-x} + Cx$; 4) $y = xe^{-x} + Cx$;
 5) $y = x^2 e^x + Cx$; 6) $y = -x^2 e^x + Cx$.

2.8. Решить линейное уравнение $x^2 y' + 2xy = \cos x$.

Ответ: 1) $y = \frac{\sin x}{x^3} + \frac{C}{x^2}$; 2) $y = -\frac{\sin x}{x^3} + \frac{C}{x^2}$; 3) $y = -\frac{\cos x}{x^3} + \frac{C}{x^2}$; 4) $y = \frac{\cos x}{x^3} + \frac{C}{x^2}$;
 5) $y = \frac{\sin x}{x^2} + \frac{C}{x^2}$; 6) $y = -\frac{\sin x}{x^2} + \frac{C}{x^2}$.

2.9. Решить линейное уравнение $y' + y = 2e^x$.

Ответ: 1) $y = -e^{-x} + Ce^x$; 2) $y = -e^x + Ce^{-x}$; 3) $y = e^x + Ce^{-x}$; 4) $y = e^{-x} + Ce^x$;
 5) $y = 2e^x + Ce^{-x}$; 6) $y = -2e^x + Ce^{-x}$.

2.10. Решить линейное уравнение $y' - \frac{y}{x} = x^3$.

Ответ: 1) $y = \frac{1}{5x^4} + \frac{C}{x}$; 2) $y = -\frac{1}{5x^4} + \frac{C}{x}$; 3) $y = -\frac{1}{4x^4} + \frac{C}{x}$; 4) $y = \frac{1}{4x^4} + \frac{C}{x}$;
 5) $y = x^5 + Cx$; 6) $y = x^4 + Cx$.

Тема 3. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка

3.1. Найти решение задачи Коши $xy'' = y'$, $y(1) = 1$, $y'(1) = 1$.

Ответ: 1) $y = 2x^2 - x$; 2) $y = 2x^2 - 1$; 3) $y = -\frac{x^2+1}{2}$; 4) $y = \frac{x^2+1}{2}$;

5) $y = \frac{x^2-1}{2} + x$; 6) $y = \frac{-x^2+1}{2} + x$.

3.2. Найти решение задачи Коши $xy'' - y' = 0$, $y(1) = 2$, $y'(1) = 2$.

Ответ: 1) $y = 3x^2 - x$; 2) $y = x^2 + 1$; 3) $y = -x^2 + x + 2$; 4) $y = x^2 - x + 2$;

5) $y = \frac{x^2-1}{2} + 2x$; 6) $y = \frac{-x^2+1}{2} + 2x$.

3.3. Найти решение задачи Коши $y'' - 2x(y')^2 = 0$, $y(0) = 3$, $y'(0) = 1$.

Ответ: 1) $y = 3\arctg x + 3$; 2) $y = 2\arctg x + 3$; 3) $y = -2\arctg x + 3$; 4) $y = -3\arctg x + 3$;

5) $y = x\arctg x + 3$; 6) $y = -\arctg x + 3$.

3.4. Найти решение задачи Коши $x^2y'' - y' = 0$, $y(2) = 1$, $y'(2) = 4$.

Ответ: 1) $y = x^2 + x - 5$; 2) $y = x^2 - x - 1$; 3) $y = -x^2 + x + 3$; 4) $y = x^2 - 3$;

5) $y = x^2 - 2x + 1$; 6) $y = -x^2 + 2x + 1$.

3.5. Найти решение задачи Коши $xy'' + 2y' = 0$, $y(1) = 3$, $y'(1) = 1$.

Ответ: 1) $y = 5x - \frac{2}{x}$; 2) $y = 4x^2 - \frac{1}{x^2}$; 3) $y = 4x - \frac{1}{x}$; 4) $y = 4 - \frac{1}{x^2}$;

5) $y = 5 - \frac{2}{x}$; 6) $y = x - \frac{1}{x} + 3$.

3.6. Найти решение задачи Коши $y'' - 2y' = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 3$.

Ответ: 1) $y = 3e^{2x} - 1$; 2) $y = e^{2x} + e^x$; 3) $y = e^{2x} - x^2$; 4) $y = 2e^{2x} - x$;

5) $y = 2e^{2x} + x^2$; 6) $y = 2e^{2x} + x$

3.7. Найти решение задачи Коши $y'' + 2y' = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$.

Ответ: 1) $y = 3e^{-2x} + 2e^{-x} - 5$; 2) $y = e^{2x} - 1$; 3) $y = 2e^{-2x} + e^{-x} - 3$; 4) $y = 2e^{-2x} - e^{-x} - 1$;

5) $y = 2 - 2e^{-2x}$; 6) $y = 2e^{-2x} - 2$.

3.8. Найти решение задачи Коши $(x^2 + 1)y'' + 2xy' = 0$, $y(1) = 0$, $y'(1) = 2$.

Ответ: 1) $y = -2\arctg x + \frac{\pi}{2}$; 2) $y = -8\arctg x + 2\pi$; 3) $y = 4\arctg x - \pi$; 4) $y = -4\arctg x + \pi$;

5) $y = 2\arctg x - \frac{\pi}{2}$; 6) $y = 8\arctg x - 2\pi$.

3.9. Найти решение задачи Коши $\sqrt{x} \cdot y'' - 2\sqrt{y'} = 0$, $y(1) = 5$, $y'(1) = 4$.

Ответ: 1) $y = 2x^2 + 3$; 2) $y = 3x^2 + 2$; 3) $y = -x^2 + 6$; 4) $y = -3x^2 + 8$;

5) $y = -2x^2 + 7$; 6) $y = 2x^2 + x + 2$.

3.10. Найти решение задачи Коши $y'' + 8x^3(y')^3 = 0$, $y(1) = \frac{5}{2}$, $y'(1) = \frac{1}{2}$.

Ответ: 1) $y = 3x - \frac{1}{2}$; 2) $y = 3x^2 - \frac{1}{2}x$; 3) $y = -3x + \frac{11}{2}$; 4) $y = -3x^2 + \frac{11}{2}x$;

5) $y = -2x^2 + \frac{9}{2}$; 6) $y = -2x^2 + \frac{9}{2}x$.

ТЕСТЫ

ТЕСТЫ на выбор правильного ответа

Тест 1 «Умножение матриц»

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Найти $A \cdot B$.

Ответ: 1) $\begin{pmatrix} 0 & 22 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 0 & 22 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 4 & 22 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} 22 & 0 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$.

2. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 5 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$. Найти $B \cdot A$.

Ответ: 1) $\begin{pmatrix} 1 & -7 \\ 22 & -15 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 7 & 12 \\ 9 & -8 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} -1 & 7 \\ -19 & 15 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} 1 & 7 \\ -22 & 15 \end{pmatrix}$.

3. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$. Найти $A \cdot B$.

Ответ: 1) $\begin{pmatrix} -6 & 0 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 7 & 12 \\ 9 & -8 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} -1 & 7 \\ -19 & 15 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -9 & 0 \end{pmatrix}$.

4. Найти $A \cdot B$ для данных матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -4 & 4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 8 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответ: 1) $\begin{pmatrix} -12 & 0 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 7 & 12 \\ 9 & -8 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -20 & 16 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -9 & 0 \end{pmatrix}$.

5. Найти $B \cdot A$ для данных матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -4 & 4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 8 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

Ответ: 1) $\begin{pmatrix} -12 & 0 \\ 15 & 28 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 17 & 22 \\ 29 & -18 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 12 & -5 \\ -20 & 16 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} 20 & -28 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$.

Тест 2 «Определители III порядка»

6. Вычислить определитель: $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 4 \\ -3 & -4 & 1 \end{vmatrix}$.

Ответ: 1) 21; 2) 41; 3) -35; 4) 49.

7. Найти значение определителя: $\begin{vmatrix} 4 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & 4 \\ 3 & -3 & -2 \end{vmatrix}$.

Ответ: 1) 21; 2) 14; 3) -35; 4) 51.

8. Чему равен определитель $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 5 & 3 & 4 \\ -2 & 2 & 2 \end{vmatrix}$?

Ответ: 1) 65; 2) 90; 3) 78; 4) 74.

9. Значение определителя $\begin{vmatrix} -1 & 0 & 4 \\ 1 & 3 & -2 \\ -2 & 4 & 2 \end{vmatrix}$ равно:

Ответ: 1) 26; 2) 28; 3) 38; 4) -24.

10. Какому из данных чисел равен определитель $\begin{vmatrix} 2 & -4 & 3 \\ 3 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \end{vmatrix}$?

Ответ: 1) 56; 2) 50; 3) -58; 4) 48.

Тест 3 «Алгебраические дополнения и миноры»

11. Найти алгебраические дополнения A_{22} и A_{32} определителя матрицы

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -1 & -3 \\ 1 & 0 & -1 \\ -5 & -1 & -3 \end{pmatrix}.$$

Ответ: 1) $A_{22} = -6$; $A_{32} = -6$; 2) $A_{22} = -10$; $A_{32} = -10$;

3) $A_{22} = 10$; $A_{32} = 10$; 4) $A_{22} = 6$; $A_{32} = 6$.

12. Найти алгебраические дополнения A_{12} и A_{33} определителя матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & -3 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ: 1) $A_{12} = -10$; $A_{33} = -1$; 2) $A_{12} = -10$; $A_{33} = 1$;

3) $A_{12} = 10$; $A_{33} = 1$; 4) $A_{12} = 10$; $A_{33} = -1$.

13. Найти алгебраические дополнения A_{23} и A_{13} определителя матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 0 \\ 3 & -5 & 7 \end{pmatrix}.$$

Ответ: 1) $A_{23} = -37$; $A_{13} = -1$; 2) $A_{23} = -37$; $A_{13} = 1$;

3) $A_{23} = 37$; $A_{13} = 1$; 4) $A_{23} = 37$; $A_{13} = 1$.

14. Найти алгебраические дополнения A_{11} и A_{32} определителя матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

Ответ: 1) $A_{11} = -7$; $A_{32} = -1$; 2) $A_{11} = -7$; $A_{32} = -1$;

3) $A_{11} = 7$; $A_{32} = -1$; 4) $A_{11} = -7$; $A_{32} = 1$.

15. Найти алгебраические дополнения A_{22} и A_{12} определителя матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -8 & -5 \\ -4 & 7 & -1 \\ -3 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ: 1) $A_{22} = -11$; $A_{12} = 7$; 2) $A_{22} = 11$; $A_{12} = -7$;

3) $A_{22} = 11$; $A_{12} = 7$; 4) $A_{22} = -11$; $A_{12} = -7$.

Тест 4 «Обратная матрица»

16. Найти обратную матрицу A^{-1} для матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

Ответ: 1) $A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$; 2) $A^{-1} = \frac{1}{-5} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$;

3) $A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$; 4) $A^{-1} = -\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$.

17. Найти обратную матрицу A^{-1} для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$

Ответ: 1) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; 2) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$;

3) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$; 4) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$.

18. Обратная матрица A^{-1} для матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$ имеет вид:

Ответ: 1) $A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}$; 2) $A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -2 & -5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$;

3) $A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$; 4) $A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$.

19. Обратная матрица A^{-1} для матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$ имеет вид:

Ответ: 1) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}$; 2) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & 5 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$;

3) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$; 4) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & -5 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

20. Обратная матрица A^{-1} для матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ имеет вид:

Ответ: 1) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$; 2) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$;

3) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$; 4) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -4 & -5 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$.

21. Обратная матрица A^{-1} для матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$ имеет вид:

Ответ: 1) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -4 & 5 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$; 2) $A^{-1} = \begin{pmatrix} -4 & -5 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$;

3) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$; 4) $A^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$.

22. Обратная матрица A^{-1} для матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$ имеет вид:

Ответ: 1) $A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$; 2) $A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$;

$$3) A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}; \quad 4) A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}.$$

23. Найти обратную матрицу A^{-1} для матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$

Ответ: 1) $A^{-1} = -\frac{1}{5} \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3 & -4 \end{pmatrix};$ 2) $A^{-1} = -\frac{1}{5} \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix};$

3) $A^{-1} = -\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -4 \end{pmatrix};$ 4) $A^{-1} = -\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}.$

24. Найти обратную матрицу A^{-1} для матрицы $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -5 & -2 \end{pmatrix}$

Ответ: 1) $A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix};$ 2) $A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix};$

3) $A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -5 & -4 \end{pmatrix};$ 4) $A^{-1} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}.$

25. Найти обратную матрицу A^{-1} для матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & -2 \end{pmatrix}$

Ответ: 1) $A^{-1} = -\frac{1}{4} \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix};$ 2) $A^{-1} = -\frac{1}{4} \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix};$

3) $A^{-1} = -\frac{1}{4} \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ -5 & 3 \end{pmatrix};$ 4) $A^{-1} = -\frac{1}{4} \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}.$

Тест 5 «Решение систем линейных уравнений»

26. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 = -1; \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6; \\ 3x_1 - x_2 = -5. \end{cases}$$

Ответ: 1) $(-1; -2; 1)$, 2) $(1; 2; -1)$, 3) $(-1; 2; 1)$, 4) $(2; 1; -2)$.

27. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 = -1; \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6; \\ -x_2 + 3x_3 = -5. \end{cases}$$

Ответ: 1) $(-1; -2; -1)$, 2) $(1; 2; -1)$, 3) $(3; -2; 1)$, 4) $(1; -2; 3)$.

28. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 = -4; \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 4; \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 2. \end{cases}$$

Ответ: 1) (1; 2; -3), 2) (-1; 2; 3), 3) (2; -3; -1), 4) (2; 3; -1).

29. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 5x_3 = -6; \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 = 1; \\ -x_2 + 3x_3 = -5. \end{cases}$$

Ответ: 1) (1; 2; -1), 2) (-1; -2; 3), 3) (-1; 2; -1), 4) (2; 2; -1).

30. Решить систему линейных уравнений:
$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 = -6; \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -1; \\ 5x_1 + 4x_3 = -3. \end{cases}$$

Ответ: 1) (1; 2; -1), 2) (-1; -3; 2), 3) (1; 3; -2), 4) (-1; -2; -1).

Модуль «Векторная алгебра»

ТЕСТЫ

1. Даны точки $A(2; -1; 4)$ и $B(4; 2; -2)$. Найти расстояние между ними.
Ответ: 1) 8; 2) 10; 3) 7; 4) 6.
2. Даны точки $A(2; 5; 4)$ и $B(4; 1; -2)$. Найти координаты середины отрезка AB .
Ответ: 1) (3; 3; 1); 2) (-1; 2; 2); 3) (6; 6; 2); 4) (2; -4; 6).
3. Известны один конец $B(2; -3; 3)$ отрезка AB и его середина – точка $M(3; -2; -1)$. Найти координаты точки A .
Ответ: 1) (2; 3; 4); 2) (0; 3; 5); 3) (6; 8; 1); 4) (4; -1; -5).
4. Даны один конец $A(1; 1; 1)$ отрезка AB и его середина $C(2; -3; 4)$.
Найти другой конец B этого отрезка.
Ответ: 1) (-2; 7; 7); 2) (7; -7; 2); 3) (3; -7; 7); 4) (7; 7; -5).
5. Точка M делит отрезок AB в отношении 2:1, считая от точки A . Найти точку M , если $A(-2; -3; 4)$, $B(4; 3; -2)$.
Ответ: 1) (-2; 1; 0); 2) (0; -1; 2); 3) (0; 1; -2); 4) (2; 1; 0).
6. По данным координатам концов $A(3; -2; -3)$ и $B(1; 6; -5)$ отрезка AB найти координаты его середины M .
Ответ: 1) (2; 1; -4); 2) (4; -1; 2); 3) (4; 1; -2); 4) (2; 2; -4).
7. Даны точки $A(-3; 2; 5)$ и $B(-6; -2; 5)$. Найти координаты вектора \overrightarrow{AB} .
Ответ: 1) {3; 4; 0}; 2) {-3; -4; 10}; 3) {-3; -4; 0}; 4) {3; 4; 10}.
8. Даны точка $A(1; -2; 3)$ и вектор $\overrightarrow{AB} = \{2; -3; 5\}$. Найти точку B .
Ответ: 1) (3; -5; 8); 2) (1; 3; 2); 3) (5; -1; 9); 4) (-2; 4; 1).
9. Известно, что модуль вектора $\vec{a} = \{-1; m; 4\}$ равен 9. Найти значение m .
Ответ: 1) 4 и -4; 2) 6 и -6; 3) 5 и -5; 4) 8 и -8.
10. Даны векторы $\vec{a} = \{-3; 2; 3\}$; и $\vec{b} = \{-3; 0; 2\}$. Найти вектор $2\vec{a} - \vec{b}$.
Ответ: 1) {-3; -4; -2}; 2) {-3; 4; 4}; 3) {4; 8; -3}; 4) {6; -2; 5}.
11. При каком значении m векторы $\vec{a} = \{-6; 3; m\}$ и $\vec{b} = \{2; -1; 1\}$ коллинеарны?

Ответ: 1) -5 ; 2) -4 ; 3) -3 ; 4) 2 .

12. При каких значениях m модуль вектора $\vec{a} = \{6; -3; m\}$ равен 7?

Ответ: 1) 3 и -3 ; 2) 2 и -2 ; 3) 4 и -4 ; 4) -5 и 5 .

13. Даны векторы $\vec{a} = \{3; 2; 2\}$ и $\vec{b} = \{3; 3; 2\}$. Найти вектор $2\vec{a} - 5\vec{b}$.

Ответ: 1) $\{-3; -6; -2\}$; 2) $\{-6; 2; 4\}$; 3) $\{9; 11; 6\}$; 4) $\{-9; -11; -6\}$.

14. Даны точки $A(3; -2; 4)$ и $B(9; 1; 6)$. Найти модуль вектора \overline{AB} .

Ответ: 1) 4 ; 2) 7 ; 3) 3 ; 4) 5 .

15. Даны вектор $\overline{AB} = \{2; -3; 5\}$ и его конец $B(-4; 1; 3)$. Найти его начало A .

Ответ: 1) $(-6; 4; -3)$; 2) $(4; -3; 2)$; 3) $(-6; 4; -2)$; 4) $(-2; 4; 6)$.

16. Найти скалярное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} , если известно, что

$$|\vec{a}| = 3, \quad |\vec{b}| = 4 \quad \text{и угол между ними равен } 60^\circ.$$

Ответ: 1) 8 ; 2) 6 ; 3) 10 ; 4) 7 .

17. Найти скалярное произведение векторов $\vec{a} = \{3; -2; 5\}$ и $\vec{b} = \{1; 4; 4\}$.

Ответ: 1) 17 ; 2) 16 ; 3) 19 ; 4) 15 .

18. Найти скалярное произведение векторов $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - 3\vec{k}$ и

$$\vec{b} = 6\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}.$$

Ответ: 1) -7 ; 2) -8 ; 3) -9 ; 4) -6 .

19. При каком значении m векторы $\vec{a} = \{-3; m; 2\}$ и $\vec{b} = \{m; 5; -3\}$ перпендикулярны.

Ответ: 1) -5 ; 2) 4 ; 3) 3 ; 4) -2 .

20. Вычислить значение выражения $(3\vec{i} - 2\vec{j}) \cdot (2\vec{i} + \vec{j})$.

Ответ: 1) 4 ; 2) -6 ; 3) -4 ; 4) 6 .

21. Найти $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$, если $A(2; -1; 3)$, $B(5; 4; -1)$, $C(-1; 2; 4)$.

Ответ: 1) -3 ; 2) 3 ; 3) -2 ; 4) 2 .

22. Даны векторы $\vec{a} = \{3; -2; 1\}$ и $\vec{b} = \{5; 6; -3\}$. Найти $\vec{a} \times \vec{b}$.

Ответ: 1) $\{28; 0; 14\}$; 2) $\{0; 14; 28\}$; 3) $\{14; 28; 0\}$; 4) $\{23; -12; 10\}$.

23. Упростить выражение $(2\vec{i} - 3\vec{j}) \times (2\vec{i} + 3\vec{j})$.

Ответ: 1) $2\vec{i} - 8\vec{k}$; 2) $12\vec{k}$; 3) $12\vec{i}$; 4) $12\vec{i} - 6\vec{j}$.

24. Вычислите площадь параллелограмма, построенного на векторах \overrightarrow{AB} и \overrightarrow{AC} , если $A(2; -1; 3)$, $B(4; 1; -2)$, $C(5; -2; 1)$.

Ответ: 1) 268; 2) $2\sqrt{67}$; 3) $4\sqrt{67}$; 4) $2\sqrt{77}$

25. Найти смешанное произведение векторов $\vec{a} = \{3; -2; 1\}$, $\vec{b} = \{2; 3; -4\}$, $\vec{c} = \{5; 1; 0\}$.

Ответ: 1) -48; 2) 52; 3) 39; 4) -50.

26. При каком значении m векторы $\vec{a} = \{2; -2; m\}$, $\vec{b} = \{2; -3; 2m\}$, $\vec{c} = \{2; 0; 3\}$ компланарны?

Ответ: 1) -3; 2) -2; 3) -6; 4) 4.

27. Найти $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$, если $\vec{a} = \{2; -2; 1\}$, $\vec{b} = \{3; -1; 2\}$, $\vec{c} = \{1; 1; -3\}$.

Ответ: 1) -2; 2) 34; 3) 31; 4) 28.

28. Найти объем параллелепипеда, построенного на векторах $\{4; -2; 3\}$, $\{1; 2; 3\}$, $\{2; 3; -1\}$.

Ответ: 1) 40; 2) 34; 3) 38; 4) 61.

29. Известно, что векторы $\{0; -3; m\}$, $\{1; -3; 3m\}$, $\{-1; 0; 2\}$ компланарны.

Найти значение m .

Ответ: 1) -1; 2) -3; 3) 2; 4) 1.

30. Найти объем пирамиды, построенного на векторах $\vec{a} = \{3; -2; 1\}$, $\vec{b} = \{3; 2; 4\}$ и $\vec{c} = \{-3; 0; 2\}$.

Ответ: 1) 9; 2) 54; 3) 60; 4) 50.

Тесты к модулю №3

- Через какую из данных точек $A(-1; 1)$, $B(2; 3)$, $C(-3; 1)$, $D(1; 2)$ проходит прямая $3x - 2y + 5 = 0$?
Ответ: 1) $B(2; 3)$; 2) $D(1; 2)$; 3) $C(-3; 1)$; **4) $A(-1; 1)$.**
- Общее уравнение прямой, проходящей через точки $A(2; -3)$ и $B(-1; 4)$ имеет вид:
Ответ: 1) $3x + y - 1 = 0$; 2) $x + y - 1 = 0$; **3) $7x + 3y - 5 = 0$** ; 4) $2x - 3y - 6 = 0$.
- Найти точку пересечения прямых $2x - y - 5 = 0$ и $x + y - 1 = 0$.
Ответ: **1) $(2; -1)$** ; 2) $(4; -5)$; 3) $(-2; -3)$; 4) $(3; -2)$.
- Написать общее уравнение прямой, проходящей через точку $(-2; 3)$ с угловым коэффициентом, равным 2.
Ответ: 1) $2x - y - 3 = 0$; 2) $2x - y - 1 = 0$; 3) $2x - y - 5 = 0$; **4) $2x - y + 7 = 0$.**
- Уравнение прямой $3x + 4y - 12 = 0$ в «отрезках» имеет вид:
Ответ: 1) $\frac{x}{-4} + \frac{y}{3} = 1$; 2) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$; **3) $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1$** ; 4) $\frac{x}{3} + \frac{y}{-4} = 1$.
- Какая из данных точек $A(2; 4)$, $B(3; 3)$, $C(-3; 4)$, $D(5; 2)$ лежит на прямой $5x - 2y - 2 = 0$?
Ответ: 1) $D(5; 2)$; 2) $B(3; 3)$; 3) $C(-3; 4)$; **4) $A(2; 4)$.**
- Составить общее уравнение прямой, проходящей через точку $M(1; -3)$ параллельно прямой $3x + 2y + 5 = 0$.
Ответ: **1) $3x + 2y + 3 = 0$** ; 2) $3x + 2y - 1 = 0$; 3) $3x + 2y = 0$; 4) $3x + 2y - 6 = 0$.
- Привести к общему виду уравнение прямой $\frac{x}{7} + \frac{y}{-3} = 1$.
Ответ: 1) $3x - 7y + 21 = 0$; 2) $3x + 7y + 3 = 0$; 3) $3x + 7y = 0$; **4) $3x - 7y - 21 = 0$.**
- Уравнение прямой $2x - 3y - 6 = 0$ преобразовать к виду $y = kx + l$.
Ответ: 1) $y = \frac{2}{3}x + 2$; 2) $y = -\frac{2}{3}x + 1$; **3) $y = \frac{2}{3}x - 2$** ; 4) $y = \frac{2}{3}x + 3$.
- Составить общее уравнение прямой, проходящей через точку $M(3; -1)$ перпендикулярно прямой $x + 2y + 5 = 0$.
Ответ: 1) $2x + y + 7 = 0$; **2) $2x - y - 7 = 0$** ; 3) $2x + y = 0$; 4) $2x - y - 6 = 0$.
- Написать общее уравнение прямой, проходящей через точку $(1; -3)$ перпендикулярно прямой $y = 3x - 1$.
Ответ: 1) $x + 3y - 1 = 0$; 2) $x - 3y = 0$; **3) $x + 3y + 8 = 0$** ; 4) $x - 3y - 10 = 0$.
- Через какую из данных точек $A(-1; 1)$, $B(2; 3)$, $C(-3; 1)$, $D(0; -2)$ проходит прямая $2x - 3y - 6 = 0$?
Ответ: 1) $A(2; 3)$; **2) $D(0; -2)$** ; 3) $B(-3; 1)$; 4) $C(-1; 1)$.

13. Общее уравнение прямой, проходящей через точки $A(2; -5)$ и $B(1; -2)$ имеет вид:

Ответ: 1) $3x + y - 1 = 0$; 2) $x + y - 1 = 0$; 3) $7x + 3y - 5 = 0$; 4) $2x - 3y - 6 = 0$.

14. Найти расстояние от точки $A(2; -2)$ до прямой $3x - 4y + 2 = 0$.

Ответ: 1) 3,2; 2) 3; 3) $5\frac{2}{3}$; 4) 4.

15. Каково взаимное расположение прямых $3x + 4y - 1 = 0$, $2x + 3y - 1 = 0$.

Ответ: 1) пересекаются; 2) параллельны; 3) совпадают; 4) перпендикулярны.

16. Написать уравнение окружности с центром в точке $(1; -2)$ и радиусом, равным 5.

Ответ: 1) $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25$; 2) $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 25$;
3) $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 25$; 4) $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 25$.

17. Определить координаты центра окружности $(x-5)^2 + (y+2)^2 = 25$.

Ответ: 1) $(-5; 2)$; 2) $(-2; -5)$; 3) $(5; -2)$; 4) $(5; 2)$.

18. Найти полуоси эллипса $16x^2 + 25y^2 = 400$.

Ответ: 1) $a=6, b=4$; 2) $a=5, b=3$; 3) $a=16, b=25$; 4) $a=5, b=4$.

19. Написать каноническое уравнение эллипса с центром в точке $(2; 0)$ и полуосями $a=3, b=2$.

Ответ: 1) $\frac{(x-2)^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$; 2) $\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$;
3) $\frac{(x+2)^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$; 4) $\frac{(x+2)^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.

20. Написать каноническое уравнение гиперболы с центром в точке $(1; -1)$ и полуосями $a=3, b=2$.

Ответ: 1) $\frac{(x+1)^2}{9} - \frac{(y-1)^2}{4} = 1$; 2) $\frac{(x-1)^2}{4} - \frac{(y+1)^2}{9} = 1$;
3) $\frac{(x-1)^2}{4} - \frac{(y-1)^2}{9} = 1$; 4) $\frac{(x-1)^2}{9} - \frac{(y+1)^2}{4} = 1$.

21. Написать каноническое уравнение гиперболы с центром в точке $(-1; 1)$ и полуосями $a=3, b=2$.

Ответ: 1) $\frac{(x+1)^2}{9} - \frac{(y-1)^2}{4} = 1$; 2) $\frac{(x-1)^2}{4} - \frac{(y+1)^2}{9} = 1$;
3) $\frac{(x-1)^2}{4} - \frac{(y-1)^2}{9} = 1$; 4) $\frac{(x-1)^2}{9} - \frac{(y+1)^2}{4} = 1$.

22. Найти координаты фокуса и уравнение директрисы параболы $y^2 = 8x$

Ответы: 1) $F(1; 0)$, $x + 1 = 0$; 2) $F(2; 0)$, $x + 2 = 0$;
3) $F(-3; 0)$, $x - 3 = 0$; 4) $F(0; -4)$, $y - 4 = 0$.

23. Привести к каноническому виду уравнение параболы $y^2 + 2y - 4x + 9 = 0$

Ответ: 1) $(y + 1)^2 = 4(x - 2)$; 2) $(x - 3)^2 = 4(y - 5)$;
3) $(y - 3)^2 = 4(x - 1)$; 4) $(y - 1)^2 = 10(x + 2)$.

24. Нормальным вектором плоскости $2x - 5y = 3z - 6$ является вектор:

Ответ: 1) $\{2; -5; 3\}$; 2) $\{2; 5; -3\}$; 3) $\{2; -5; -3\}$; 4) $\{-2; -5; -3\}$.

25. Написать общее уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1; 1; 1)$ перпендикулярно вектору $\{2; -1; 2\}$.

Ответ: 1) $2x - y + 2z - 5 = 0$; 2) $2x - y + 2z + 5 = 0$;
3) $2x - y + 2z + 3 = 0$; 4) $2x - y + 2z - 3 = 0$.

26. Какая из данных точек $A(-2; 1; 1)$, $B(1; -3; 0)$, $C(4; 2; 3)$, $D(3; 2; -1)$ принадлежит плоскости $x - 3y + 2z + 5 = 0$?

Ответ: 1) $A(-2; 1; 1)$; 2) $B(1; -3; 0)$; 3) $C(4; 2; 3)$; 4) $D(3; 2; -1)$.

27. Привести уравнение плоскости $2x - 3y + 4z - 12 = 0$ к виду в «отрезках».

Ответ: 1) $\frac{x}{6} + \frac{y}{-4} + \frac{z}{3} = 1$; 2) $\frac{x}{4} + \frac{y}{-6} + \frac{z}{3} = 1$;
3) $\frac{x}{3} + \frac{y}{-4} + \frac{z}{-6} = 1$; 4) $\frac{x}{6} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{2} = 1$.

28. Написать канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(1; 2; 3)$ и имеющей направляющий вектор $\vec{s} = \{-2; 3; 4\}$.

Ответ: 1) $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{4}$; 2) $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$;
3) $\frac{x-3}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{3}$; 4) $\frac{x-3}{4} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{3}$.

29. При каком значении m прямые $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{m} = \frac{z-1}{6}$, $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{3}$ параллельны?

Ответ: 1) 5; 2) -3; 3) -4; 4) 4.

30. Какая из данных точек $A(-3; 4; 3)$, $B(3; -3; 4)$, $C(4; 3; 3)$, $D(-3; 3; 4)$

принадлежит прямой $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{3} = \frac{z-2}{2}$?

Ответ: 1) $A(-3; 4; 3)$; 2) $B(3; -3; 4)$; 3) $C(4; 3; 3)$; 4) $D(-3; 3; 4)$.

МОДУЛЬ V. ТЕСТЫ

Тесты на выбор правильного ответа

1. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^8 + 4x - 1}{3x^4 - 5x^3 + x}$.

Ответ: 1) 5; 2) 1; 3) -4; 4) ∞ .

2. Найти предел $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^7 + 7x - 2}{x^4 + x^3 - 5}$.

Ответ: 1) 0; 2) ∞ ; 3) $-\frac{3}{5}$; 4) $\frac{5}{3}$.

3. Найти предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^6 - x + 32}{x^6 - 5x^4 - 9}$.

Ответ: 1) 5; 2) 0; 3) ∞ ; 4) 4.

4. Найти предел $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^8 + 18x - 3}{x^8 - x^7 + 4x}$.

Ответ: 1) ∞ ; 2) 0; 3) 4; 4) 3.

5. Найти предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^7 - 5x + 9}{7 - 3x - 2x^7}$.

Ответ: 1) 4; 2) ∞ ; 3) 0; 4) -4.

6. Найти предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^9 + x + 4}{x^4 - 5x^3 + 2x}$.

Ответ: 1) 8; 2) 0; 3) ∞ ; 4) 2.

7. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^6 - 3x + 4}{4x^6 + x - x^5}$.

Ответ: 1) ∞ ; 2) 2; 3) 0; 4) 1.

8. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^6 + 8x - 10}{x^6 + 2x^5 + 5}$.

Ответ: 1) 1; 2) 4; 3) ∞ ; 4) 0.

9. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^7 - 3x + 12}{x^5 + 4x - 8}$.

Ответ: 1) ∞ ; 2) 0; 3) 2; 4) -3.

10. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 - 3x + 2}{1 - x^5}$.

Ответ: 1) ∞ ; 2) 0; 3) -2; 4) 1.

11. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^{-x}$.

Ответ: 1) e^2 ; 2) e^4 ; 3) e^3 ; 4) e .

12. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-2}\right)^{-5x}$.

Ответ: 1) e^{-25} ; 2) e^4 ; 3) e^3 ; 4) e^5 .

13. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x}\right)^{2x}$.

Ответ: 1) e^{-5} ; 2) e^{-4} ; 3) e^{-3} ; 4) e^{-6} .

14. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{4}{x}\right)^{-x}$.

Ответ: 1) e^{-5} ; 2) e^{-4} ; 3) e^4 ; 4) e .

15. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{4x}\right)^{-4x}$.

Ответ: 1) e ; 2) e^{-4} ; 3) e^{-1} ; 4) e^{-5} .

16. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-4}{2x}\right)^{-3x}$.

Ответ: 1) e ; 2) e^{-4} ; 3) e^6 ; 4) e^{-2} .

17. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x}{3x+2}\right)^{x-2}$.

Ответ: 1) e ; 2) e^{-4} ; 3) $e^{-\frac{2}{3}}$; 4) e^{-3} .

18. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+2x}{3+2x}\right)^{-x}$.

Ответ: 1) e ; 2) e^{-4} ; 3) e^{-1} ; 4) e^{-3} .

19. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{x-4}$.

Ответ: 1) e ; 2) e^{-4} ; 3) e^4 ; 4) e^{-3} .

20. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x-1} \right)^{x+2}$.

Ответ: 1) e ; 2) e^{-4} ; 3) e^{-1} ; 4) e^2 .

21. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x^2 + 2x}{x^2 - 3x + 2}$.

Ответ: 1) 5; 2) 1; 3) -4 ; 4) -2 .

22. Найти предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 5x + 4}$.

Ответ: 1) 1; 2) $\frac{3}{5}$; 3) $-\frac{3}{5}$; 4) $-\frac{5}{3}$.

23. Найти предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5}{x^2 - 3x + 2}$.

Ответ: 1) -1 ; 2) 3; 3) -3 ; 4) 4.

24. Найти предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 3x}$.

Ответ: 1) $-\frac{3}{4}$; 2) $\frac{3}{4}$; 3) $-\frac{4}{3}$; 4) $\frac{4}{3}$.

25. Найти предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^2 + 2x - 3}{2x^2 + x}$.

Ответ: 1) 4; 2) -3 ; 3) 3; 4) 2.

26. Найти предел $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + 2x}{x^2 + 4x + 3}$.

Ответ: 1) 3; 2) -3 ; 3) -1 ; 4) 2.

27. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{\sin 3x}$.

Ответ: 1) 3; 2) 2; 3) -3 ; 4) 1.

28. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin x}$.

Ответ: 1) 5; 2) 4; 3) -3 ; 4) 3.

29. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\operatorname{tg} x}$.

Ответ: 1) 5; 2) 3; 3) -5 ; 4) 4.

30. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 4x}{\operatorname{tg} 2x}$.

Ответ: 1) 5; 2) 3; 3) 2; 4) 4.

1. Проводится n независимых испытаний, в которых вероятность наступления события A равна p . Вероятность того, что событие A наступит M раз, вычисляется по формуле Бернулли:

- 1) нет;
- 2) да;
- 3) по формуле Байеса

2. Условной вероятностью события B при условии, что событие A с ненулевой вероятностью произошло, называется:

- 1) $p(B/A) = p(AB) / p(B)$;
- 2) $p(B/A) = p(AB) p(A)$;
- 3) $p(B/A) = p(AB) / p(A)$

3. Выпущено 100 лотерейных билетов, причем установлены призы, из которых 8 по 1 руб., 2 – по 5 руб. и 1 – 10 руб. Найдите вероятности p_0 (билет не выиграл), p_1 (билет выиграл 1 руб.), p_5 (билет выиграл 5 руб.) и p_{10} (билет выиграл 10 руб.) событий:

- 1) $p_0=0.89$; $p_1=0.08$; $p_5=0.02$; $p_{10}=0.01$;
- 2) $p_0=0.9$, $p_1=0.08$, $p_5=0.02$, $p_{10}=0.01$;
- 3) $p_0=0.89$ $p_1=0.08$; $p_5=0.01$; $p_{10}=0.02$

4. Стрелок попадает в цель в среднем в 8 случаях из 10. Найдите вероятность, что, сделав три выстрела, он два раза попадет:

- 1) 0.314
- 2) 0.324
- 3) 0.384

5. Станок-автомат производит изделия трех сортов. Первого сорта – 80%, второго – 15%. Определите вероятность того, что наудачу взятое изделие будет или второго, или третьего сорта:

- 1) 0.8
- 2) 0.2
- 3) 0.95

6. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в цель у одного стрелка 0.7, у другого – 0.8. Найти вероятность того, что цель будет поражена:

- 1) 0.85
- 2) 0.96

3) 0.94

7. Студенту предлагают 6 вопросов и на каждый вопрос 4 ответа, из которых один верный, и просят дать верные ответы. Студент не подготовился и выбирает ответы наугад. Найдите вероятность того, что он правильно ответит ровно на половину вопросов (С точностью до 3-х знаков после запятой):

1) 0.164

2) 0.132

3) 0.144

8. Изделия изготавливаются независимо друг от друга. В среднем одно изделие из ста оказывается бракованным. Найдите вероятность того, что из двух взятых наугад изделий окажутся неисправными оба:

1) 0.0001

2) 0.001

3) 0.01

9. Рабочий обслуживает три станка. Вероятность того, что в течение часа станок потребует внимания рабочего, равна для первого станка 0.1, для второго – 0.2 и для третьего – 0.15. Найти вероятность того, что в течение некоторого часа хотя бы один из станков потребует внимания рабочего:

1) 0.935

2) 0.635

3) 0.388

10. Два стрелка стреляют по разу в общую цель. Вероятность попадания в цель у одного стрелка 0.8, у другого – 0.9. Найти вероятность того, что цель не будет поражена ни одной пулей:

1) 0.02

2) 0.96

3) 0.46

11. Сколькими способами можно составить список из пяти студентов?

1) 25

2) 120

3) 6

4) 75

12. Студентам нужно сдать 4 экзамена за 6 дней. Сколькими способами можно составить расписание сдачи экзаменов?

1) 360

- 2) 120
- 3) 75
- 4) 25

13. Вероятность того, что случайно выбранный водитель застрахует свой автомобиль, равна 0,6. Найдите наивероятнейшее число водителей, застраховавших автомобиль, среди 100.

- 1) 20
- 2) 40
- 3) 60
- 4) 80

14. В пирамиде 5 винтовок, 3 из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность попадания для стрелка при выстреле из винтовки с оптическим прицелом равна 0.95, из обычной винтовки – 0.7. Стрелок наудачу берет винтовку и стреляет. Найти вероятность того, что мишень будет поражена:

- 1) 0.8
- 2) 0.85
- 3) 0.45

15. Два стрелка стреляют по разу в общую цель. Вероятность попадания в цель у одного стрелка 0.6, у другого – 0.7. Найти вероятность того, что цель будет поражена двумя пулями:

- 1) 0.42
- 2) 0.96
- 3) 0.56

16. Бросается 5 монет. Найдите вероятность того, что три раза выпадет герб:

- 1) 15/32
- 2) 5/16
- 3) 17/32

17. Лампочки изготавливаются независимо друг от друга. В среднем одна лампочка из тысячи оказывается бракованной. Найдите вероятность того, что из двух взятых наугад лампочек окажутся исправными обе:

- 1) 0.9
- 2) 0.98
- 3) 0.998001

18. Теннисист идет на игру. Если ему дорогу перебежит черная кошка, то вероятность победы 0,2; если не перебежит, то – 0,7. Вероятность, что кошка перебежит дорогу – 0,1;

что не перебежит – 0,9. Вероятность победы:

1) $0,1 \cdot 0,8 + 0,9 \cdot 0,3$

2) $0,1 \cdot 0,2 + 0,9 \cdot 0,7$

3) $0,1 \cdot 0,2 + 0,9 \cdot 0,7$

19. Раздел математики, изучающий случайные события, случайные величины, их свойства и операции над ними:

1) теория случайных цифр

2) теория величин

3) теория вероятностей

20. На сборку попадают детали с двух автоматов: 80 % из первого и 20 % из второго. Первый автомат дает 10 % брака, второй – 5 % брака. Найти вероятность попадания

на сборку доброкачественной детали.

1) 0,90;

2) 0,09;

3) 0,91;

4) 0,85;

21. Вероятность появления события А в каждом из 100 независимых испытаний равна 0,4. Найдите математическое ожидание и дисперсию случайной

величины X – числа появлений события А. В ответ запишите их сумму.

1) 12

2) 24

3) 64

4) 56

22. Время ожидания автобуса есть равномерно распределенная в интервале (0; 6) случайная величина X. Найдите среднее время ожидания очередного автобуса.

1) 3

2) 6

3) 9

4) 12

23. Вероятность посещения магазина № 1 равна 0,6, а магазина № 2 – 0,4. Вероятность покупки при посещении магазина № 1 равна 0,7, а магазина № 2 – 0,2. Найти вероятность покупки.

- 1) 0,15
- 2) 0,25
- 3) 0,45
- 4) 0,5

24. Вероятность появления события А в каждом из 100 независимых испытаний равна 0,4. Найдите математическое ожидание и дисперсию случайной величины X – числа появлений события А. В ответ запишите их сумму.

- 1) 12
- 2) 24
- 3) 64
- 4) 56

25. Предметом математической статистики является изучение ...

- 1) случайных величин по результатам наблюдений;
- 2) случайных явлений;
- 3) совокупностей;
- 4) числовых характеристик.

26. Совокупность всех возможных объектов данного вида, над которыми проводятся наблюдения с целью получения конкретных значений определенной случайной величины называется ...

- 1) выборкой;
- 2) вариантами;
- 3) генеральной совокупностью;
- 4) выборочной совокупностью.

27. Выберите номер неправильного ответа. Генеральные совокупности могут быть:

- 1) конечными;
- 2) бесконечными;
- 3) интервальными;
- 4) счетными.

28. Часть отобранных объектов из генеральной совокупности называется:

- 1) генеральной выборкой;

- 2) выборочной совокупностью;
- 3) репрезентативной совокупностью;
- 4) вариантами.

29. Для того, чтобы по выборке можно было судить о случайной величине, выборка должна быть ...

- 1) бесповторной;
- 2) повторной;
- 3) безвозвратной;
- 4) репрезентативной.

30. Репрезентативность выборки обеспечивается:

- 1) случайностью отбора;
- 2) таблицей;
- 3) вариацией;
- 4) группировкой.

1. Числовые ряды

1. Найти сумму ряда:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+5)};$$

Ответы:

1) $\frac{23}{90}$;

2) $\frac{20}{75}$;

3) 3;

4) 1;

$$2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{n^2 + 5n + 6};$$

Ответы:

1) 7;

2) 5;

3) 2;

4) 10;

$$3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{4n^2 - 1};$$

Ответы:

1) 5;

2) 2;

3) 11;

4) 23;

2. Исследовать сходимость ряда:

$$4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n+1}};$$

Ответы:

1) **Ряд сходится**

2) Ряд расходится

3) Ряд сходится абсолютно

4) Ряд сходится условно

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n5^n};$$

Ответы:

- 1) **Ряд сходится**
- 2) Ряд расходится
- 3) Ряд сходится абсолютно
- 4) Ряд сходится условно

6) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{\sqrt[3]{n^2}}$;

Ответы:

- 1) Ряд сходится
- 2) **Ряд расходится**
- 3) Ряд сходится абсолютно
- 4) Ряд сходится условно

7) $\sum_{n=1}^{\infty} n \left(1 - \cos \frac{\pi}{n^2} \right)$;

Ответы:

- 1) Ряд сходится
- 2) **Ряд расходится**
- 3) Ряд сходится абсолютно
- 4) Ряд сходится условно

8) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2^n}$;

Ответы:

- 1) **Ряд сходится**
- 2) Ряд расходится
- 3) Ряд сходится абсолютно
- 4) Ряд сходится условно

9) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2^n(2n+1)}$;

Ответы:

- 1) Ряд сходится
- 2) **Ряд расходится**
- 3) Ряд сходится абсолютно
- 4) Ряд сходится условно

10) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(2n)!}$;

Ответы:

- 1) **Ряд сходится**
- 2) Ряд расходится
- 3) Ряд сходится абсолютно
- 4) Ряд сходится условно

$$11) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n};$$

Ответы:

- 1) **Ряд сходится**
- 2) Ряд расходится
- 3) Ряд сходится абсолютно
- 4) Ряд сходится условно

$$12) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n} \right)^n;$$

Ответы:

- 1) **Ряд сходится**
- 2) Ряд расходится
- 3) Ряд сходится абсолютно
- 4) Ряд сходится условно

$$13) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{n+1} \right)^n;$$

Ответы:

- 1) Ряд сходится
- 2) **Ряд расходится**
- 3) Ряд сходится абсолютно
- 4) Ряд сходится условно

$$14) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2};$$

Ответы:

- 1) **Ряд сходится**
- 2) Ряд расходится
- 3) Ряд сходится абсолютно
- 4) Ряд сходится условно

$$15) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n-1)^{n-1}}{n \cdot \sqrt[3]{n}};$$

Ответы:

- 1) Ряд сходится
- 2) Ряд расходится
- 3) **Ряд сходится абсолютно**

4) Ряд сходится условно

$$16) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{2n+1}};$$

Ответы:

- 1) Ряд сходится
- 2) Ряд расходится
- 3) Ряд сходится абсолютно
- 4) **Ряд сходится условно**

$$17) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n(n+1)(n+2)};$$

Ответы:

- 1) Ряд сходится
- 2) Ряд расходится
- 3) **Ряд сходится абсолютно**
- 4) Ряд сходится условно

$$18) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \cdot 5^n};$$

Ответы:

- 1) Ряд сходится
- 2) Ряд расходится
- 3) **Ряд сходится абсолютно**
- 4) Ряд сходится условно

$$19) \sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \ln n}{n};$$

Ответы:

- 1) Ряд сходится
- 2) Ряд расходится
- 3) Ряд сходится абсолютно
- 4) **Ряд сходится условно**

$$20) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot x^n}{n!};$$

ответы:

- 1) $x = (-\infty; +\infty)$
- 2) $x = (0; 2]$
- 3) $x = [-1; 1]$
- 4) $x = (-3; 3)$

$$21) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+3)};$$

Ответы:

1) $x = (-\infty; +\infty)$

2) $x = [-1; 1]$

3) $x = (-4; 4)$

4) $x = (1; 4]$

$$22) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{10^n};$$

Ответы:

1) $x = [-10; 10]$

2) $x = [-1; 1]$

3) $x = (-4; 4)$

4) $x = (-\infty; +\infty)$

$$23) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^{2n-1}} \cdot (x-2)^n$$

Ответы:

1) $x = [-3; 3]$

2) $x = [-2; 2]$

3) $x = (-2; 6)$

4) $x = (-3; 1]$

1. Вычислить двойной интеграл $\iint_D xy dx dy$,

где $D = \{(x; y) | 1 \leq x \leq 2; 1 \leq y \leq 2\}$.

Ответ:

а) $\frac{9}{4}$;	б) $\frac{9}{5}$;
в) $\frac{4}{7}$;	г) $\frac{4}{9}$.

2. Вычислить двойной интеграл $\iint_D \frac{1}{(x-y)^2} dx dy$,

где $D = \{(x; y) | 1 \leq x \leq 2; 3 \leq y \leq 4\}$.

Ответ:

а) $\ln \frac{4}{3}$;	б) $\ln \frac{4}{5}$;
в) $\ln \frac{3}{5}$;	г) $\ln \frac{2}{3}$.

3. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (x^2 + xy + 2y^2) dx dy$,

где $D = \{(x; y) | 0 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq x - 1\}$.

Ответ:

а) $\frac{7}{24}$;	б) $\frac{5}{24}$;
в) $\frac{3}{17}$;	г) $\frac{5}{19}$.

4. Вычислить двойной интеграл $\iint_D dx dy$,

где $D = \{(x; y) | 0 \leq x \leq 2; -4 + x^2 \leq y \leq 4 - x^2\}$.

Ответ:

а) $\frac{32}{3}$;	б) $\frac{35}{3}$;
в) $\frac{5}{13}$;	г) $\frac{7}{18}$.

5. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (4 - x^2 - y^2) dx dy$, если область D

ограничена прямыми $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = \frac{2}{3}$.

Ответ:

а) $\frac{35}{8}$;	б) $\frac{37}{8}$;
в) $\frac{4}{7}$;	г) $\frac{5}{8}$.

6. Вычислить двойной интеграл $\iint_D e^{\frac{y}{x}} dx dy$, если область D ограничена

прямыми $x = 1$, $y = x$, $y = 0$.

Ответ: а) $\frac{1}{2}(e - 1)$; б) $\frac{1}{2}(e - 3)$;
 в) $\frac{1}{3}(e - 1)$; г) $\frac{1}{4}(e - 2)$.

7. Вычислить двойной интеграл $\iint_D xy dx dy$, если область D ограничена прямыми $y = x$, $xy = 1$, $y = 2$.

Ответ: а) $\frac{15}{8} - \frac{1}{2} \ln 2$; б) $\frac{13}{8} + \frac{1}{2} \ln 2$;
 в) $\frac{4}{9} - \frac{1}{3} \ln 3$; г) $\frac{1}{8} - 0,5 \ln 5$.

8. Изменить порядок интегрирования для повторного интеграла

$$\int_0^1 dx \int_{x^3}^{\sqrt{x}} f(x; y) dy.$$

Ответ: а) $\int_0^1 dy \int_{y^2}^{\sqrt[3]{y}} f(x; y) dx$; б) $\int_0^1 dy \int_{y^2}^{y^3} f(x; y) dx$;
 в) $\int_0^1 dy \int_y^{y^2} f(x; y) dx$; г) $\int_0^1 dy \int_{y^2}^{\sqrt{y}} f(x; y) dx$.

9. Вычислить площадь области, ограниченной линиями

$$y^2 = x + 1 \text{ и } x + y = 1.$$

Ответ: а) $\frac{9}{2}$; б) $\frac{9}{4}$;
 в) $\frac{5}{2}$; г) $\frac{7}{2}$.

10. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями

$$x = 0, y = 0, z = 0 \text{ и } x + y + z = 1.$$

Ответ: а) $\frac{1}{6}$; б) $\frac{1}{8}$;
 в) $\frac{1}{4}$; г) $\frac{5}{6}$.

11. Вычислить в полярных координатах двойной интеграл $\iint_D \sqrt{9 - x^2 - y^2} dx dy$, где область D ограничена линиями $x^2 + y^2 = 9$, $y = x$, $y = \sqrt{3}x$.

Ответ: а) $\frac{3\pi}{4}$; б) $\frac{3\pi}{2}$;
в) $\frac{5\pi}{4}$; г) $\frac{\pi}{2}$.

12. Значение двукратного интеграла $\int_0^3 dx \int_0^2 (x^2 + y) dy$ равно:

Ответ: а) 24; б) 0;
в) 12; г) 48.

13. Если $f(x; y) = \sin y$, $-5 \leq x \leq 3$, $0 \leq y \leq 0,5$, то значение повторного интеграла равно:

Ответ: а) 8; б) 0;
в) -4; г) 1.

14. Если $f(x; y) = x + 2y$, $-1 \leq x \leq 1$, $y_1 = x$, $y_2 = x + 2$ то значение повторного интеграла равно:

Ответ: а) 8; б) 10;
в) 12; г) 18.

15. Вычислить двойной интеграл $\iint_D (3 - x - y) dx dy$,

где D – круг $x^2 + y^2 = 1$

Ответ: а) 3π ; б) 2π ;
в) π ; г) $\frac{3\pi}{2}$.

16. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (x + y + z) dx dy dz$ по области, ограниченной плоскостями: $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$ и $x + y + z = 1$.

Ответ: а) $\frac{1}{8}$; б) $\frac{3}{8}$;
в) $\frac{5}{8}$; г) $\frac{7}{8}$.

17. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (x + z) dx dy dz$ по области, ограниченной плоскостями: $x = 0$, $y = 0$, $z = 1$ и $x + y + z = 2$.

Ответ: а) $\frac{1}{4}$; б) $\frac{1}{2}$;
в) $\frac{3}{4}$; г) $\frac{5}{6}$.

18. Значение трехкратного интеграла $\int_0^1 dx \int_0^x dy \int_0^y xyz dz$.

Ответ: а) $\frac{1}{48}$; б) $\frac{3}{48}$;
в) $\frac{5}{24}$; г) $\frac{7}{48}$.

19. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V 2y^2 z e^{xyz} dx dy dz$, если $V: x = 1, y = 1, z = 1, x = 0, y = 0, z = 0$.

Ответ: а) $2e - 5$; б) $3e - 5$;
в) $e - 4$; г) $6e - 5$.

20. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V (x + y - z) dx dy dz$, где: $-1 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 2$.

Ответ: а) -2 ; б) -3 ;
в) 4 ; г) -5 .

21. Вычислить криволинейный интеграл первого рода $\int_L xy dl$, где L – контур квадрата $|x| + |y| = 3$.

Ответ: а) 0 ; б) 3 ;
в) 3^2 ; г) $\sqrt{3}$.

22. Вычислить криволинейный интеграл первого рода $\int_L \frac{dl}{\sqrt{x^2 + y^2 + 4}}$, где L – отрезок OA и $O(0; 0), A(1; 2)$

Ответ: а) $\ln \frac{\sqrt{5}+3}{2}$; б) $\lg \frac{\sqrt{5}+3}{2}$;
в) $\ln \frac{\sqrt{5}-3}{2}$; г) $\ln \frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

23. Вычислить криволинейный интеграл первого рода $\int_L \frac{dl}{x+y}$, где L – отрезок AB и $A(2; 4), B(1; 3)$

Ответ: а) $\frac{\sqrt{2}}{2} \ln \frac{3}{2}$; б) $\frac{3}{2} \ln \frac{\sqrt{2}}{2}$;
 в) $\frac{\sqrt{3}}{2} \ln \frac{3}{2}$; г) $\frac{\sqrt{2}}{2} \ln \frac{\sqrt{3}}{2}$.

24. Вычислить криволинейный интеграл первого рода $\int_L \frac{dl}{x-y}$, где L – отрезок MN и $M(0; -2)$, $N(4; 0)$

Ответ: а) $\sqrt{5} \ln 2$; б) $\sqrt{2} \ln 5$;
 в) $5 \ln 2$; г) $\sqrt{5} \ln \sqrt{2}$.

25. Вычислить криволинейный интеграл первого рода $\int_L xy^2 dl$, где L – отрезок OA и $O(0; 0)$, $A(4; 3)$.

Ответ: а) 45; б) 41;
 в) 44; г) 43.

26. Вычислить криволинейный интеграл второго рода $\int_L x^2 dx + xy^2 dy$, где L – отрезок прямой от точки $A(0; 1)$ до точки $B(1; 2)$.

Ответ: а) $\frac{7}{4}$; б) $\frac{5}{4}$;
 в) $\frac{9}{4}$; г) $\frac{3}{4}$.

27. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$\int_L (x^3 + y) dx + (x + y^3) dy$, где L – ломанная ABC ,

причем $A(1; 1)$, $B(3; 1)$, $C(3; 5)$.

Ответ: а) 190; б) 109;
 в) 199; г) 180.

28. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$\int_L y^2 dx + (x^2 + z) dy + (x + y + z^2) dz$, где L – отрезок прямой в пространстве от точки $A(1; 0; 2)$ до точки $B(3; 1; 4)$.

Ответ: а) $\frac{95}{3}$; б) $\frac{93}{5}$;

в) $\frac{91}{3}$;

г) $\frac{95}{4}$.

29. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$I = \oint_L 2x(y - 1)dx + x^2 dy$, где L – контур фигуры, ограниченной параболой $y = x^2$ и прямой $y = 9$ при положительном направлении обхода.

Ответ:

а) 0;

б) 1;

в) 0,1;

г) $\frac{1}{2}$.

30. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$\int_{L_{AB}} (x^2 - 2xy)dx + (y^2 - 2xy)dy$, где L_{AB} – дуга параболы $y = x^2$ от точки $A(-1; 1)$ до точки $B(1; 1)$.

Ответ:

а) -6;

б) 6;

в) $\frac{1}{6}$;

г) -5.